



HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

**Jean-Christophe HAMILTON**

**de l'émission du ciel à 0.4 meV et au delà de l'EeV :  
cosmologie et rayons cosmiques**

Habilitation soutenue le 12 octobre 2009 devant la commission d'examen composée de :

Alain	BENOÎT	Examineur
Pierre	BINÉTRUY	Examineur
Yannick	GIRAUD-HÉRAUD	Examineur
Angela	OLINTO	Rapporteur
Jean-Loup	PUGET	Rapporteur
Jim	RICH	Examineur
Gérard	ROUSSET	Rapporteur
Tiina	SUOMIJÄRVI	Examinatrice





*à Arthur et Maud, les deux astres de ma vie.*



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>ix</b>
<b>I Rayons cosmiques</b>	<b>1</b>
<b>1 La problématique des rayons cosmiques et l’Observatoire Pierre Auger</b>	<b>5</b>
1.1 Un mystère de plus d’un siècle . . . . .	5
1.2 Comment expliquer les observations ? . . . . .	7
1.3 L’Observatoire Pierre Auger . . . . .	10
1.4 Mon implication dans la Collaboration Auger . . . . .	13
<b>2 Recherche d’anisotropies dans le rayonnement cosmique</b>	<b>15</b>
2.1 Carte de couverture . . . . .	16
2.2 Outils pour la recherche d’anisotropies . . . . .	32
2.3 Coverage and Anisotropy Toolkit . . . . .	37
<b>3 Recherche de photons</b>	<b>41</b>
3.1 Variable discriminante pour les photons . . . . .	42
3.2 Reconstruction de l’énergie . . . . .	52
3.3 Calcul de la limite supérieure . . . . .	55
3.4 Recherche d’anisotropies de photons . . . . .	57
<b>Rayons Cosmiques : Conclusions</b>	<b>65</b>
<b>II Le fond diffus cosmologique</b>	<b>67</b>
<b>4 Contexte cosmologique</b>	<b>71</b>
4.1 Le modèle standard du Big Bang . . . . .	71

4.2	Le fond diffus cosmologique et ses anisotropies . . . . .	75
4.3	Inflation et modes $B$ de polarisation . . . . .	86
4.4	Quel niveau pour $r$ ? . . . . .	94
4.5	Les projets de détection des modes $B$ . . . . .	98
<b>5</b>	<b>Archeops</b>	<b>103</b>
5.1	L'expérience Archeops . . . . .	103
5.2	Cartes et spectre de puissance du CMB . . . . .	106
5.3	Articles joints . . . . .	108
	<b>Article : <i>The Cosmic Microwave Background anisotropy power spectrum measured by Archeops</i></b>	108
	<b>Article : <i>Noise power spectrum estimation and fast map-making for CMB experiments</i></b>	114
	<b>Article : <i>CMB map-making and power spectrum estimation</i></b>	120
<b>6</b>	<b>Interférométrie bolométrique : QUBIC</b>	<b>131</b>
6.1	Imageur ou Interféromètre ? . . . . .	131
6.2	Interférométrie multiplicative . . . . .	133
	<b>Note : <i>Noise in a heterodyne multiplicative interferometer</i></b>	135
6.3	L'interférométrie bolométrique . . . . .	143
6.4	La collaboration QUBIC . . . . .	148
6.5	Reconstruction des visibilités polarisées . . . . .	149
	<b>Article : <i>An efficient phase-shifting scheme for bolometric additive interferometry</i></b>	154
6.6	Sensibilité au spectre de puissance . . . . .	165
	<b>Article : <i>Sensitivity of a bolometric interferometer to the CMB power spectrum</i></b>	167
6.7	Effets de la largeur de bande . . . . .	173
6.8	QUBIC QOI Simulator : BQS . . . . .	175
6.9	Optimisation des caractéristiques de QUBIC . . . . .	177
6.10	Conclusions et perspectives pour QUBIC . . . . .	191
	<b>Fond diffus cosmologique : Conclusions</b>	<b>193</b>
	<b>Appendice A : NEP et NET</b>	<b>195</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>197</b>
	<b>Curriculum-Vitae</b>	<b>201</b>

## **TABLE DES MATIÈRES**

---

<b>Liste de publications</b>	<b>203</b>
<b>Activités d'encadrement</b>	<b>207</b>
<b>Résumé</b>	<b>209</b>



# Introduction

Dix ans après la soutenance de ma thèse sur la recherche et la photométrie de supernovae de type Ia dans la collaboration EROS2, la rédaction de cette *habilitation à diriger des recherches* est l'occasion de faire le bilan de dix années de recherches en cosmologie et dans le domaine des rayons cosmiques.

En 1999 la physique du fond diffus cosmologique apparaissait clairement comme l'une des voies les plus prometteuse de la cosmologie observationnelle, aussi, juste après ma soutenance de thèse, j'ai commencé à travailler au sein de la collaboration Archeops, projet excitant pour un jeune chercheur puisqu'il s'agissait de bâtir une communauté en France autour d'un instrument dont la sensibilité promettait des résultats scientifiques importants, bien au delà du simple "banc test" de l'instrument HFI du satellite Planck. Alors que les analyses que j'avais développées durant ma thèse étaient relativement déconnectées de l'instrument lui-même, j'ai découvert avec Archeops combien la compréhension de l'instrument, de ses détails les plus techniques, est précieuse pour passer des données brutes au signal cosmologique. Les TOI comme on dit (*time ordered informations*, soit les données brutes) sont en fait tout sauf ce par quoi on aimerait les modéliser : le signal sur le ciel plus un bruit gaussien stationnaire. Une multitude d'effets systématiques, corrélations et bruits non stationnaires viennent s'ajouter à ces données, souvent à un niveau plus important que le signal recherché lui-même. Si cela constitue indéniablement une complication pour celui qui veut analyser les données, c'est aussi une immense source de satisfaction scientifique puisque les débusquer un à un, les comprendre et les modéliser pour affiner peu à peu le signal, tient assez largement du travail d'enquête policière à la Hercule Poirot. Une fois cette tâche laborieuse mais gratifiante réalisée, la jubilation de la mesure d'une quantité "cosmologique", en l'occurrence la plus précise détermination du spectre de puissance du CMB autour du premier pic acoustique, vient comme une cerise sur un gâteau ... Plus que durant ma thèse, je crois que c'est en travaillant pour Archeops que j'ai appris le métier de chercheur. L'ambiance amicale, joyeuse et enthousiaste de cette collaboration, emmenée par ce bulldozer génial qu'est Alain Benoît y est certainement aussi pour beaucoup.

Recruté au CNRS en 2001 au LPSC de Grenoble, j'ai dû quitter la physique du CMB à regrets en 2002 puisque rejoindre la collaboration Pierre Auger et la physiques des rayons cosmiques ultra-énergétiques était pour moi le seul moyen de revenir vivre en région parisienne. À mon propre étonnement, j'ai pris beaucoup de plaisir à travailler sur cette thématique durant un peu plus de quatre années. Je me suis d'abord impliqué dans la recherche d'anisotropies dans le rayonnement cosmique. C'était évidemment pour moi très logique de m'intéresser à ce sujet et il se trouve qu'il y avait beaucoup à faire, la communauté des rayons cosmiques étant plus habituée à mesurer des spectres qu'à faire des cartes du ciel et à les analyser statistiquement. Cette activité m'a amenée à m'intéresser de près aux questions relatives à l'acceptance du détecteur de surface de l'Observatoire Pierre Auger et au calcul de sa carte de couverture. J'ai encadré la thèse de Benjamin Rouillé d'Orfeuil sur ces sujets et nous avons obtenus des résultats intéressants, proposant une méthode novatrice et très générale pour estimer la carte de couverture et mettant en évidence d'importants effets liés au développement des gerbes dans une atmosphère qui varie avec les conditions météorologiques. Un peu plus tard, je me suis intéressé à la recherche de photons dans les rayonnement cosmique aux plus hautes énergie. Il s'agissait d'une thématique passionnante si on la replace dans le contexte de l'époque où l'existence de la coupure GZK restait à démontrer et où ces photons semblaient une des seules explications plausibles pour les événements *trans-GZK* observés par la collaboration AGASA. La recherche de photons était une activité scientifique totalement nouvelle pour moi, assez proche de ce que l'on fait en physique des particules. J'ai

donc énormément appris, en particulier dans la construction de variables discriminantes et l'établissement de limites supérieures. J'ai passé des moments formidables au sein de la collaboration Pierre Auger : il s'agit d'un détecteur fantastique situé sur un site d'exception. Travailler dans cette collaboration donne des sensations d'exploration tout à fait ennivantes. Cependant, sans doute déçu par les preuves grandissantes que l'origine des rayons cosmiques les plus énergétiques était purement astrophysique, mais aussi par cette physique dont les aspects théoriques sont difficiles à cerner, j'ai fini par ressentir le besoin de revenir vers la cosmologie après un peu plus de quatre années passées au sein de cette collaboration. La partie 1 de cette habilitation à diriger des recherches est consacrée à cette thématique, le chapitre 1 survole brièvement les aspects théoriques et historiques relatifs au rayonnement cosmique d'ultra-haute énergie, le chapitre 2 est consacré à la description de mes travaux concernant la recherche d'anisotropies. Le chapitre 3 décrit la recherche de photons à laquelle j'ai activement participé.

J'ai donc rejoint l'APC en décembre 2006, juste pour l'emménagement dans les locaux du bâtiment Condorcet. J'ai naturellement l'équipe de *Cosmologie et Gravitation* au sein de laquelle j'avais passé de si agréables moments pendant ma thèse et mon post-doc. Deux alternatives s'offraient alors à moi, participer au satellite Planck ou bien au projet d'interféromètre bolométrique Brain (dont le nom est à présent QUBIC). Planck est le projet "ultime" d'observation des fluctuations de température du fond diffus cosmologique et observera sa polarisation avec une précision inégalée. De même qu'il y a eu un "avant" et un "après" WMAP dans ce domaine, il y aura un "avant" et un "après" Planck. QUBIC se propose de rechercher les modes B de polarisation du fond diffus cosmologique (directement reliés à l'inflation et à la physique de l'Univers primordial) avec un concept instrumental totalement novateur combinant les avantages des bolomètres en terme de sensibilité et ceux de l'interférométrie pour ce qui est des effets systématiques. Choisir entre ces deux projets fut difficile mais finalement, une participation en 2007 à Planck m'a semblée quelque peu tardive compte tenu des efforts que d'autres avaient fourni depuis tant d'années. C'est donc finalement vers l'interférométrie bolométrique que je me suis tourné et sur laquelle je travaille depuis plus de deux ans. J'ai dans un premier temps longuement travaillé à la compréhension du concept d'interférométrie bolométrique et, peu à peu, cela m'a amené à me consacrer de plus en plus au design de l'instrument QUBIC en utilisant les calculs de sensibilité que j'ai développés en particulier en collaboration avec l'étudiant que j'encadre, Romain Charlassier. Nous avons aujourd'hui un design instrumental quasiment abouti qui nous permettra bientôt, si les financements sont au rendez-vous, de construire bientôt un premier module de notre interféromètre. C'est dans la partie 2 de cette habilitation à diriger des recherches que je traite de mes recherches sur le fond diffus cosmologique. Le chapitre 1 décrit le contexte cosmologique et les questions théoriques relatives à la polarisation du fond diffus cosmologique et à l'inflation. Le chapitre 2 est consacré à la description de mes travaux sur Archeops, en particulier la fabrication de cartes et l'estimation du spectre de puissance angulaire. Le chapitre 3 enfin, est consacré au projet QUBIC, il s'agit de la partie la plus actuelle de mes activités de recherche.

Je consacre aussi depuis environ un an et demi une partie de mon temps à l'astronomie grand-champ avec pour objectif de contraindre l'énergie sombre. Je participe en particulier au projet SDSS-3/BOSS (Sloan Digital Sky Survey - Baryonic Oscillations Spectroscopic Survey) qui vise à mesurer les caractéristiques de l'énergie sombre à des décalages vers le rouge de 0.35, 0.6 et 2.5 en utilisant les oscillations acoustiques de baryons dans la distribution des galaxies et de la matière aux grandes échelles. Je ne parlerai pas de cette activité dans cette habilitation à diriger des recherches car elle ne fait que démarrer me concernant...

Comment commencer cette habilitation à diriger des recherches sans remercier ceux sans qui les travaux décrits dans la suite n'auraient jamais abouti ? La recherche n'est autre qu'une activité collective dans laquelle les travaux des uns et des autres s'influencent et s'enrichissent mutuellement. Les travaux décrits dans la suite sont largement redevables à tous les collaborateurs avec lesquels j'ai eu le plaisir d'interagir tout au long de ces années.

Il serait difficile de les remercier tous individuellement, mais je tiens tout de même à adresser ma reconnaissance à ceux qui ont le plus compté pour moi : le premier est sans doute Yannick Giraud-Héraud, formidable chef de groupe dont le talent pour motiver ses troupes n'a d'égal que son éternelle bonne humeur. Je veux remercier les membres de la collaboration Archeops pour ces moments formidables et pour ces beaux résultats que nous avons obtenus ensemble, en particulier Alexandre Amblard avec lequel j'ai



## INTRODUCTION

---

partagé ce plaisir si intense de mesurer le spectre de puissance d'Archeops, Alain Benoît bien sûr sans lequel rien n'aurait été possible, Ken Ganga qui, en plus de son amitié, m'a fait la faveur de partager son immense connaissance du fond diffus cosmologique.

Le premier de mes collaborateurs de l'expérience Pierre Auger que je voudrais remercier Benoît Revenu est un ami de longue date, merci à toi Benoît pour ton amitié indéfectible, par delà les concours, pour ta fidélité dans les moments difficiles. Je veux aussi remercier Benjamin Rouillé d'Orfeuil avec toute la tendresse d'un directeur de thèse, mais aussi d'un ami. Merci Benjamin de ne jamais m'avoir tourné le dos alors que c'aurait été pour toi la solution la plus simple à certains moments. Je veux aussi remercier Cécile Roucelle pour cette belle analyse que nous avons faite ensemble. Comment exprimer assez ma gratitude envers Murat Boratav ? stabilité et sérénité, même au milieu des tempêtes les plus violentes ... La collaboration Auger, en particulier sa composante française, ne te remerciera jamais assez, ton départ fut une perte douloureuse. Même s'ils ne liront probablement jamais ces mots, je veux aussi remercier mes amis de Bariloche : Diego Harari, Esteban Roulet et Silvia Mollerach. Travailler avec eux fut un plaisir de chaque instant, tellement nous étions comme on dit, sur la même longueur d'onde.

Eric Bréelle et Michel Piat et plus récemment Damien Prêle, je ne vous remercierai jamais assez d'avoir bien voulu partager avec moi, avec une si quotidienne bonne humeur, votre si vaste savoir en matière d'instrumentation. Il me semble que notre bureau, en plus d'être "sympa" est en continuelle ébullition, même entre les parties d'*Open Arena*. Notre collaboration quotidienne m'a permis d'aller bien au delà de mes habitudes de *fiteur*. Je vous en suis infiniment redevable ... Mille merci à Jean Kaplan, mon amical collaborateur quotidien, rempart le plus solide que je connaisse à l'erreur de calcul et au raisonnement trop rapide, c'est toujours grâce à toi Jean que je comprends que je n'avais pas compris et que je finis par comprendre. Merci aussi à toi Romain Charlassier, avoir un étudiant aussi brillant que toi est évidemment un plaisir, je crois que nous faisons du bon travail ensemble et je sais que tu iras très loin... Merci aussi à Matthieu Tristram, nous avons entamé à Grenoble une collaboration, brève mais fructueuse, et même si l'on a peu l'occasion de travailler ensemble aujourd'hui, le plaisir de discuter de science avec toi est toujours le même. Alors je te le redis, tu seras toujours le bienvenu pour *squatter* dans mon bureau. Si tu pouvais simplement t'attacher la main droite dans le dos lorsque tu joues à *Open Arena*, cela m'arrangerait...

Merci enfin à Eric Aubourg de m'avoir entraîné dans l'aventure de SDSS3-BOSS, je te promet d'être plus actif très bientôt !

Et pour finir merci Cécile pour ta patience, être l'épouse d'un chercheur n'est pas facile tous les jours...

COSMOLOGY MARCHES ON



**Première partie**

**Rayons cosmiques**



---

*The subject [of cosmic rays] is unique in modern physics for the minuteness of the phenomena, the delicacy of the observations, the adventurous excursions of the observers, the subtlety of the analysis, and the grandeur of the inferences.*

*Prof. B. Rossi, MIT (1964)*



# Chapitre 1

## La problématique des rayons cosmiques et l'Observatoire Pierre Auger

---

*Au départ simple phénomène attribué à la radioactivité, les rayons cosmiques ont pris une place de plus en plus importante dans la liste des questions douloureusement irrésolues de la science contemporaine. Plus d'un siècle après leur découverte, ils sont toujours aussi mystérieux : on ne sait pas la nature des plus énergétiques d'entre eux, au delà de  $10^{18}$  eV, on ne sait ni où ni comment ils sont produits, ni enfin comment ils parviennent jusqu'à nous. Le mystère les entourant a suscité le développement de modèles exotiques riches en "nouvelle physique" plus excitants les uns que les autres. L'Observatoire Pierre Auger a été construit pour tenter de résoudre cette énigme. Ce chapitre retrace brièvement l'histoire du rayonnement cosmique puis décrit les caractéristiques de l'Observatoire Pierre Auger. Je résume enfin mes activités de recherche dans ce domaine avant de les développer plus en détail dans les deux chapitres suivants.*

---

### 1.1 Un mystère de plus d'un siècle

#### Les inventeurs

La première "observation" du rayonnement cosmique est attribuée à Charles Wilson [Wilson, 1901]. Dans ses premières chambres à brouillard (pour l'invention desquelles il reçut le prix Nobel en 1927), il observe la formation de gouttelettes même quand la chambre est parfaitement exempte d'impuretés. Il remarque aussi qu'un champ magnétique permet d'empêcher la formation des gouttelettes. Il émet alors l'hypothèse de l'existence d'un rayonnement ionisant dont il attribue l'origine à la radioactivité naturelle de la Terre (la radioactivité a été découverte quelques années plus tôt par Becquerel en 1896). C'est aussi l'explication qu'il propose pour la décharge des électroscopes qu'il observe au cours du temps. Pour vérifier cette hypothèse, Theodor Wulf développe en 1910 un électroscope particulièrement sensible qu'il décide d'emporter au sommet de la jeune tour Eiffel pour vérifier que l'électroscope se décharge alors plus lentement, le flux de rayonnement ionisant ayant diminué du fait de la distance accrue à la surface de la Terre. Wulf s'attend à une diminution du flux d'un facteur 15. Il est alors surpris de constater [Wulf, 1910] que si le temps de décharge est effectivement plus long au sommet de la tour Eiffel qu'au sol, il n'est pas aussi long qu'attendu, les mesures correspondant à une diminution du flux d'un petit facteur 2 ... Une partie de ce rayonnement ionisant proviendrait-elle du ciel ?

C'est à bord d'un ballon qui l'emmène à une altitude de cinq kilomètres que Viktor Hess règle la question en 1912 en montrant que le flux de rayonnement ionisant augmente considérablement lorsque le ballon s'élève [Hess, 1912]. Il prouve ainsi l'origine extra-terrestre de ce rayonnement ionisant (ce qui lui vaut un demi prix Nobel de physique en 1936). Ses observations sont confirmées par des mesures similaires obtenues par Kolhörster [Kolhörster, 1913]. On imagine alors combien découvrir l'origine de ce rayonnement devient une question brûlante pour les physiciens. Un débat houleux s'engage dans les années 30 entre Robert Millikan et Arthur Compton : le premier est convaincu que les "rayons cosmiques" comme il les appelle sont initialement des photons ultra-énergétiques produisant des électrons secondaires par diffusion Compton-inverse. Compton n'est pas d'accord. Pour lui les rayons cosmiques sont des particules chargées. C'est finalement la position de Compton qui est confirmée par l'expérience puisque l'on observe bientôt la déflexion des rayons cosmiques par le champ magnétique terrestre. On verra dans la suite que cette même question s'est à nouveau posée récemment pour les rayons cosmiques les plus énergétiques et n'a été résolue que par l'analyse des données de l'Observatoire Pierre Auger (la recherche de photons dans le rayonnement cosmique fait l'objet du chapitre 3 de cette partie).

L'observation systématique des rayons cosmiques qui démarre alors ouvre la voie à la physique des particules : on découvre toute une myriade de particules nouvelles dans ce rayonnement en plus des photons et électrons qui sont rapidement identifiés : les positrons d'abord (1932), puis les muons (1937), les pions chargés (1946) puis neutres (1950), et enfin les particules étranges comme les kaons (1947) et les hypérons (1953).

### Les grandes gerbes

En 1934, Bruno Rossi observe des décharges simultanées de deux compteurs Geiger [Rossi, 1933], suggérant le passage d'une "gerbe" de rayons cosmiques. En 1938, sans avoir eu connaissance des observations de Rossi, Pierre Auger et son équipe [Auger et al., 1938] mettent également en évidence des déclenchements en coïncidence de détecteurs séparés de quelques mètres. Le taux de coïncidences observé est significativement plus élevé que le nombre de fortuites attendu. C'est une révolution dans le domaine des rayons cosmiques : on comprend que le rayonnement observé au sol n'est pas le rayonnement primaire mais qu'il provient de l'interaction dans l'atmosphère d'une particule initiale produisant une gerbe de particules secondaires. Cependant, pour produire ces gerbes, l'énergie des particules primaires doit être phénoménale, au moins  $10^{13}$  eV, soit bien au delà de ce que tout le monde imagine à l'époque.

L'énergie des rayons cosmiques peut de fait être bien plus élevée, comme le montrent les expériences qui se mettent en place par la suite. Elles utilisent des scintillateurs dont le temps de déclenchement est mesuré très précisément grâce aux progrès de l'électronique. Ces scintillateurs sont disposés de manière peu dense sur une très grande surface collectrice (quelques centaines de  $m^2$  au départ, puis plusieurs  $km^2$ ) et permettent d'échantillonner l'empreinte de la gerbe au sol. La première expérience de ce type est Agassiz à Harvard [Clark et al., 1961]. On se rend compte que de très grandes gerbes se développent (rarement certes) correspondant à des énergies toujours plus hautes défiant l'entendement. John Linsley qui fait fonctionner quasiment seul l'observatoire de rayons cosmiques de Vulcano Ranch (Nouveau Mexique) entre 1959 et 1963 annonce la première détection d'un rayon cosmique d'une énergie de  $10^{20}$  eV [Linsley, 1963] (soit l'énergie pour une particule élémentaire correspondant à celle d'une balle de tennis à 170 km/h, ou encore celle d'un punch du boxeur Mike Tyson, ce que personne n'a envie d'expérimenter ...). Des événements similaires sont observés ensuite par les expériences SUGAR (Australie), Haverah Park (Écosse) et Yakutsk (Sibérie). Le flux devient toutefois très faible à mesure que l'énergie augmente (de l'ordre d'une particule par siècle et par kilomètre carré à  $10^{20}$  eV), il est donc très difficile d'avoir une statistique convaincante aux plus hautes énergies, à moins de construire des dispositifs offrant une surface de collection gigantesque comme l'Observatoire Pierre Auger.



### La coupure GZK

Nous sommes alors juste après la découverte du fond diffus cosmologique [Penzias et Wilson, 1965] (voir partie II de ce document). Georgiy Zatsepin (le constructeur de l'observatoire de Yakutsk) et Vadim Kuzmin d'une part et Kenneth Greisen d'autre part calculent la perte d'énergie subies par les protons suite à leur interaction avec le fond diffus cosmologique. Le seuil de production des pions correspond à une énergie de  $6 \times 10^{19}$  eV pour les protons incidents (ces pions se désintègrent alors rapidement en leptons et photons), ce qui signifie que la perte d'énergie devient catastrophique pour des protons au delà de cette énergie seuil. On parle aujourd'hui de la *coupure GZK* : des protons plus énergétiques que cette coupure voient leur énergie dramatiquement réduite après une très courte distance, de l'ordre de 100 Mpc. La conclusion est alors claire : si l'on observe de tels rayons cosmiques sur Terre, soit la coupure GZK est "violée" ce qui implique de la physique exotique, soit les sources de ces rayons cosmiques sont proches, ce qui semble exclu par les observations. On en connaît pas de site susceptible de tant de violence dans notre voisinage.

Dans les années 80 les observations se poursuivent avec des détecteurs toujours plus grands. Le détecteur Fly's Eye aux États-Unis utilise une autre technique de détection : la lumière de fluorescence émise par les molécules de  $N_2$  de l'atmosphère suite à leur excitation par les particules de la gerbe. On mesure ainsi le développement longitudinal de la gerbe au lieu d'échantillonner son profil latéral avec des détecteurs au sol. Cette technique permet une mesure directe et calorimétrique de l'énergie du rayon cosmique primaire et semble donc plus fiable que la technique précédemment utilisée. Fly's Eye mesure alors l'événement le plus énergétique jamais enregistré :  $3 \times 10^{20}$  eV. Le mystère s'épaissit ... Le nombre d'événements ultra-énergétiques enregistrés est toutefois toujours très faible malgré le grand volume observé et ne semble pas incompatible avec la suppression attendue par la coupure GZK au delà de  $6 \times 10^{19}$  eV. L'expérience japonaise AGASA enregistre pendant plus de 10 ans des événements au moyen d'un réseau de scintillateurs et détecte un net excès d'événements aux plus hautes énergies, en totale contradiction avec le flux prédit par la coupure GZK et avec les résultats de Fly's Eye (voir Fig. 1.1). Ces derniers sont eux confirmés par HiRes, une nouvelle version améliorée du détecteur de fluorescence qui enregistrera des données jusqu'en 2005.

## 1.2 Comment expliquer les observations ?

La situation expérimentale est alors totalement obscure même si la forme du spectre est désormais globalement bien connue. Sur 12 ordres de grandeur en énergie et 36 en flux on observe un spectre décroissant en loi de puissance d'indice  $\sim 2.7$  (voir Fig. 1.1 à gauche) avec quelques légers changements de pente connus comme le genou au delà duquel l'indice devient  $\sim 3$  et la cheville juste avant la coupure GZK<sup>1</sup>. On voit en revanche le désaccord entre AGASA et HiRes sur la droite de la figure 1.1 pour les énergies extrêmes, au delà de  $10^{18}$  eV : ces deux expériences mesurent des spectres en énergie contradictoires. En fait, les choses sont encore plus compliquées qu'il n'y paraît : même dans l'hypothèse où il y aurait effectivement une coupure GZK, comme le suggèrent à ce moment les résultats de Fly's Eye, on n'identifie aucune source proche susceptible d'accélérer des particules à des énergies aussi élevées que quelques dizaines d'EeV ( $10^{18}$  eV). Or, il est indubitable que de tels événements existent. Pourquoi ne voit-on pas les sources ? C'est d'autant plus surprenant qu'à ultra-haute énergie, en raison de la coupure GZK, seules les sources proches peuvent contribuer au flux de rayons cosmiques. Or, l'Univers local n'est pas homogène. Pourtant, l'isotropie des rayons cosmiques à toutes les énergies est frappante, des détections marginales ou non confirmées publiées par l'équipe d'AGASA de multiplets d'événements venant de la même direction [Takeda et al., 1999] ou d'excès venant de directions comme le centre Galactique [Hayashida et al., 1998] ou le plan supergalactique [Hayashida et al., 1996] ne font que rendre la situation encore plus confuse. Ajoutons que la

<sup>1</sup>La compréhension de ces changements de pente est loin d'être complète et n'est pas discutée ici. On peut simplement dire que le genou est associé à la fin de la composante galactique du rayonnement cosmique qui survient à des énergies différentes pour les divers noyaux constituant ce rayonnement. La cheville correspondrait à l'émergence du flux de rayons cosmiques extragalactiques. Ce dernier point ne fait cependant pas l'unanimité. La cheville semblerait aussi pouvoir être expliquée par la production de paires sur le fond diffus cosmologique si le rayonnement cosmique extragalactique est purement constitué de protons.

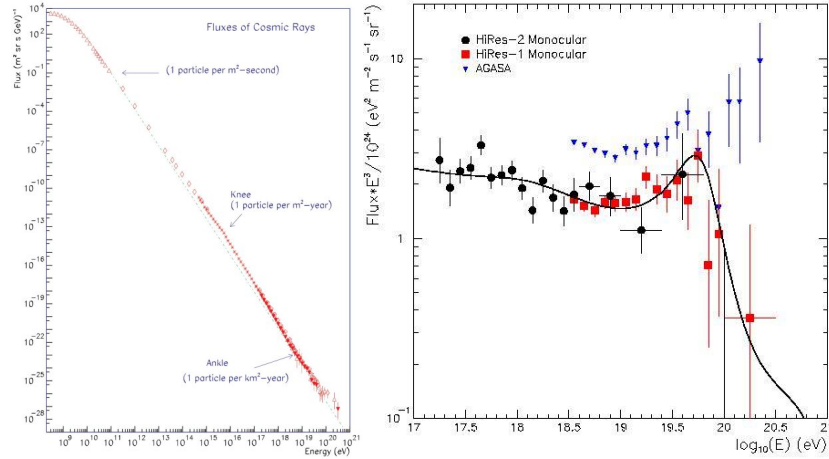


FIG. 1.1: Spectre des rayons cosmiques sur toute la gamme connue (gauche) et dans la partie à plus haute énergie (droite) montrant le désaccord entre HiRes et AGASA.

compositions des rayons cosmiques les plus énergétiques (protons, noyaux lourds, photons, neutrinos, ou autre chose ...) est elle aussi inconnue, ce qui ne clarifie évidemment pas la situation.

Face à cette situation expérimentale complexe, deux classes de "modèles" ont émergé pour expliquer l'origine des rayons cosmiques :

- **les mécanismes bottom-up** reposent sur l'accélération de particules chargées (protons ou noyaux) dans des objets astrophysiques violents et magnétisés. Le mécanisme souvent invoqué est celui de Fermi (1949) qui permet à une particule rebondissant sur des miroirs magnétiques (éventuellement produits par turbulence du champ magnétique dans un milieu dans lequel passent des ondes de choc) de gagner progressivement une énergie phénoménale. Ce genre de processus produit des spectres en énergie qui suivent une loi de puissance. C'est ce que l'on observe pour les rayons cosmiques. Les travaux récents [Bhattacharjee et Sigl, 2000, Ostrowski, 2002] montrent qu'il est pourtant difficile, avec de tels mécanismes, d'atteindre des énergies aussi élevées que celles qui sont requises. Notons qu'il est très complexe de calculer ou de simuler de manière réaliste ces processus d'accélération. Cependant, des considérations permettent de comprendre qu'il faut des objets très particuliers pour atteindre les énergies que l'on observe. Un raisonnement originalement dû à Hillas [Hillas, 1984] permet de bien comprendre le problème : une particule ne pourra être accélérée dans une zone magnétisée que si elle y reste confinée suffisamment longtemps. Ce qui implique une contrainte sur la taille de la zone dans laquelle ce champ magnétique est appliqué compte tenu du rayon de Larmor d'une particule d'énergie donnée dans un champ magnétique donné. Un diagramme dit de Hillas (figure 1.2) représente le champ magnétique dans différents objets astrophysiques connus en fonction de leur taille. On voit alors que peu de candidats sont susceptibles de convenir : par exemple les lobes de radio galaxies, les noyaux actifs de galaxies, les Gamma-Ray Bursts, les jeunes étoiles à neutrons. Il faut que les sources soient proches de nous (à cause de la coupure GZK) et fortement magnétisées dans une zone suffisamment grande.
- **les mécanismes top-down** sont liés à la désintégration de particules supermassives (défauts topologiques, matière noire) permettant la production de rayons cosmiques ultra énergétiques à la source (surtout des photons et des neutrinos). La propagation de ces particules jusqu'à nous pose elle aussi des difficultés. Dans le cas des neutrinos ce n'est pas un problème puisqu'ils interagissent peu avec la matière. Le cas des photons est plus complexe car leur horizon est encore plus réduit que celui des protons en raison de leur interaction avec le CMB par production de paires  $e^+e^-$ . Une augmentation de l'horizon (pour des photons ou des protons) pourrait être rendue possible par une violation de l'invariance de Lorentz. Une autre possibilité (plus économique) est que les sources soient proches, comme par exemple de la matière noire supermassive concentrée au centre de la Galaxie.

L'absence de mécanismes connus pour accélérer des particules aux plus hautes énergies associée à l'iso-

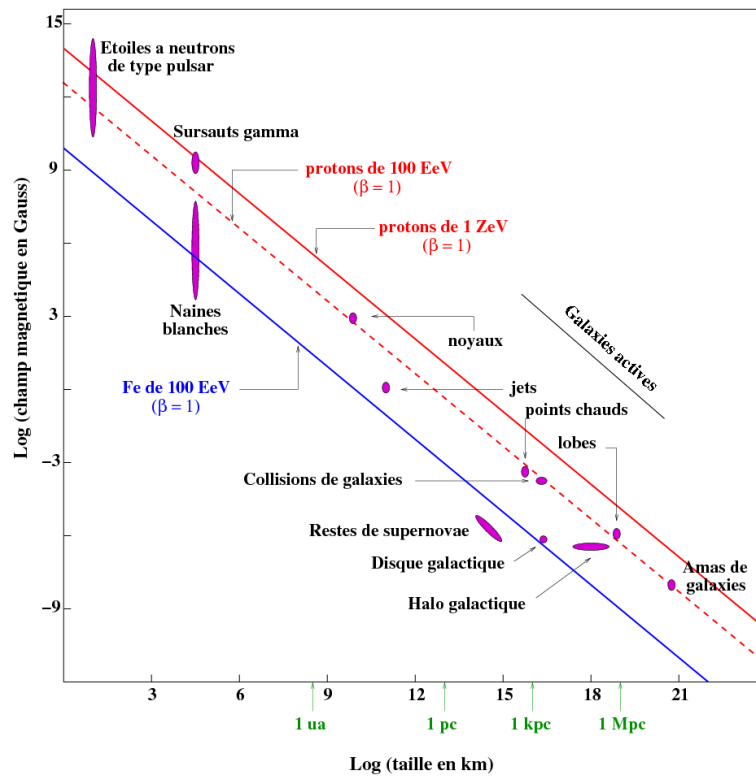


FIG. 1.2: Diagramme de Hillas.

Le tropisme manifeste des rayons cosmiques donne, à cette époque, du poids aux défenseurs d'une origine exotique face aux défenseurs de mécanismes d'accélération plus traditionnels. Cette tendance a pour effet, de manière quelque peu paradoxale, de rendre plus vraisemblables les événements trans-GZK d'AGASA.

On peut donc résumer la situation concernant les rayons cosmiques d'ultra-haute énergie entre le milieu des années 90 et très récemment de la manière suivante : la Terre reçoit indubitablement des particules d'énergie au delà de  $10^{19}$  eV avec un flux de quelques unes par siècle et par kilomètre carré. Leur présence peut être reliée aux phénomènes les plus violents de l'Univers, ou bien à de nouvelles découvertes en physique des particules. Les perspectives sont donc prometteuses, mais les connaissances pour le moins éparpillées : on ne sait pas quelle est la nature de ces particules, on ne connaît pas la manière dont elles sont produites et on ne comprend pas comment elles arrivent à se propager jusqu'à nous (si elles viennent de loin).

Voici un domaine dans lequel les perspectives de progrès ne manquent pas ...



### 1.3 L'Observatoire Pierre Auger

L'objectif de l'Observatoire Pierre Auger est de résoudre l'énigme des rayons cosmiques ultra-énergétiques. Les moyens employés sont à la hauteur de cet objectif ambitieux. La controverse entre HiRes et AGASA sur le spectre en énergie des rayons cosmiques au delà de  $10^{18}$  eV est probablement due au fait que les techniques employées par ces deux expériences sont différentes : observation du profil longitudinal des gerbes via leur fluorescence pour HiRes et échantillonnage du profil radial avec des détecteurs au sol pour AGASA. Les méthodes de calibration sont très différentes et loin d'être simples pour ces deux techniques. Un effet systématique sur la calibration (de l'ordre de 30%, soit 15% pour chacune des deux expériences) pourrait expliquer une large partie du désaccord [Olinto, 2005]. L'idée était donc de construire un détecteur hybride (voir Fig. 1.3) utilisant simultanément les deux techniques afin qu'une partie des événements soient reconstruits via les deux techniques (environ 10% en raison du *duty-cycle* du détecteur de fluorescence). Afin de disposer d'une statistique suffisante aux plus hautes énergies, la surface couverte par le détecteur devait être immense. Enfin, une couverture des deux hémisphères de la voûte céleste était souhaitable. Le concept de l'Observatoire est donc de disposer de deux sites, le premier en Argentine, dans la pampa Amarilla près de la ville de Malargüe, couvrant 3000 km<sup>2</sup> avec 1600 détecteurs au sol et 4 détecteurs de fluorescence et le second dans l'hémisphère Nord qui sera situé dans le Colorado près de la ville de Lamar. Le design de ce dernier est en cours de finalisation alors que le site sud est lui entièrement achevé comme on peut le voir sur la figure 1.3.

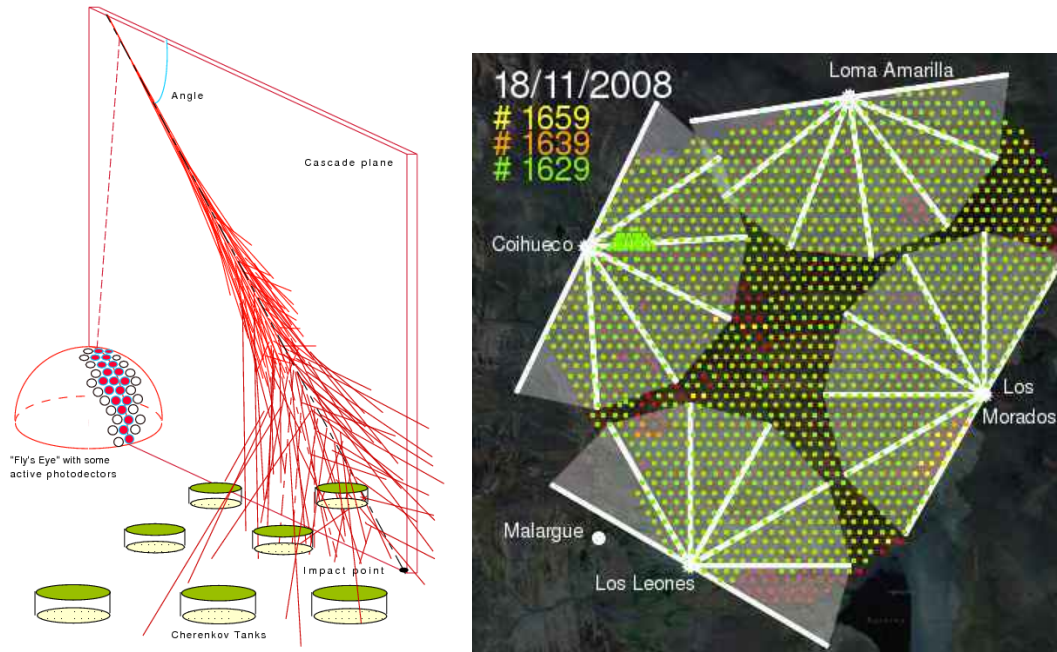


FIG. 1.3: Principe de détection hybride et Carte du site sud de l'Observatoire Pierre Auger à la date du 18/11/2008. Les points verts représentent les stations au sol fonctionnelles. On voit aussi les 4 détecteurs de fluorescence encadrant le réseau.

### 1.3.1 Le réseau de détecteurs de surface

Le réseau de détecteurs de surface est constitué de 1600 cuves cylindriques (de 1.5 m de hauteur pour 1.8 m de rayon) remplies d'eau pure dans laquelle les particules de la gerbe créent un flash Čerenkov lors de leur passage. Ce dernier est détecté par trois photomultiplicateurs dont le signal est échantillonné sur 10 bits par des FADC à 40 MHz. Le temps de déclenchement de chaque cuve ainsi que son signal intégré permettent de reconstruire à la fois la direction d'arrivée et l'énergie du rayon cosmique incident. L'utilisation de cuves Čerenkov présente l'avantage d'être sensible à la fois aux composantes muonique et électromagnétique de la gerbe. Puisque leur fraction relative dépend fortement de la distance au coeur de la gerbe et qu'elles produisent un signal dont la forme en fonction du temps est différente, on peut utiliser l'information additionnelle sur la fraction de muons pour reconstruire avec une meilleure précision les caractéristiques du rayon cosmique incident. La cuve est aussi équipée d'une électronique autonome pour l'acquisition et le déclenchement de niveau 1, d'un GPS permettant une bonne synchronisation entre toutes les cuves du réseau, d'une antenne pour la transmission des données vers le CDAS (Central Data Acquisition System), de batteries rechargées pendant la journée par des panneaux solaires. Une vue schématique des cuves Čerenkov est présentée sur la figure 1.4. Les 1600 cuves sont réparties sur 3000 km<sup>2</sup> suivant un maillage triangulaire de 1.5 km de côté. Ajoutons que cette distance entre stations est optimisée pour que l'efficacité du réseau soit maximale (i.e. que toutes les gerbes soient détectées) au delà de 10<sup>18</sup> eV compte tenu de l'altitude de 1400 m du site. Les événements les plus énergétiques impliquent jusqu'à une trentaine de stations, ce qui donne une idée de la taille de la gerbe créée par le rayon cosmique incident.

Chaque cuve est calibrée de manière autonome grâce au flux de muons atmosphériques. Le trigger central du CDAS permet de décider d'enregistrer un événement à partir de coïncidences spatio-temporelles entre les stations annonçant avoir vu un signal significatif. Un processus complexe permet alors de sélectionner les événements réels à partir de la configuration spatiale des stations déclenchées.

Sans rentrer dans les détails de la reconstruction des caractéristiques physiques du rayon cosmique incident à partir des signaux enregistrés par les stations, disons simplement que les temps d'arrivée dans

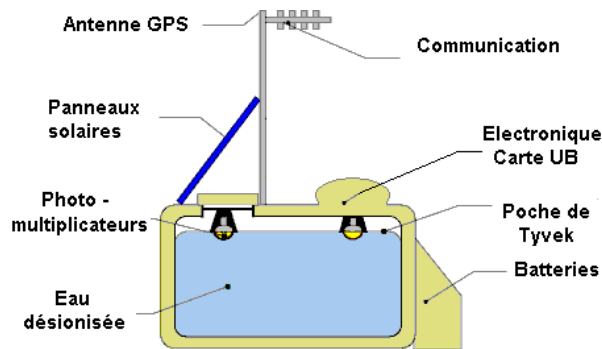


FIG. 1.4: Cuve Čerenkov du détecteur de surface de l'Observatoire Pierre Auger

chaque station contraignent la direction d'arrivée alors que les signaux intégrés permettent de reconstruire la position du cœur de la gerbe. On reconstruit ensuite l'énergie du rayonnement cosmique incident via la connaissance de la forme de la distribution latérale du signal dans la gerbe (appelée LDF, pour *Lateral Distribution Function*, reposant sur des simulations numériques fort complexes des interactions multiples qui ont lieu au cours du développement de la gerbe dans l'atmosphère).

### 1.3.2 Le détecteur de fluorescence

Chacun des 4 détecteurs de fluorescence qui entourent le réseau de cuves Čerenkov (voir Fig. 1.3) est constitué de 6 télescopes (voir Fig. 1.5). Chaque télescope comporte un diaphragme de 2.2 m de diamètre équipé d'un filtre ne laissant passer que les UV (290-410 nm) afin d'optimiser le rapport signal sur bruit sur la lumière de fluorescence. Une lentille correctrice permet de doubler la surface collectrice et un miroir sphérique de  $3.5 \text{ m} \times 3.5 \text{ m}$  renvoie la lumière collectée vers 440 pixels constitués chacun d'un photomultiplicateur hexagonal observant un champ de vue de  $1.5^\circ \times 1.5^\circ$ . Chaque télescope a donc un champ de vue de  $30^\circ \times 30^\circ$  de sorte qu'une station couvre 180 degrés en azimut et 30 degrés en élévation. Le détecteur de

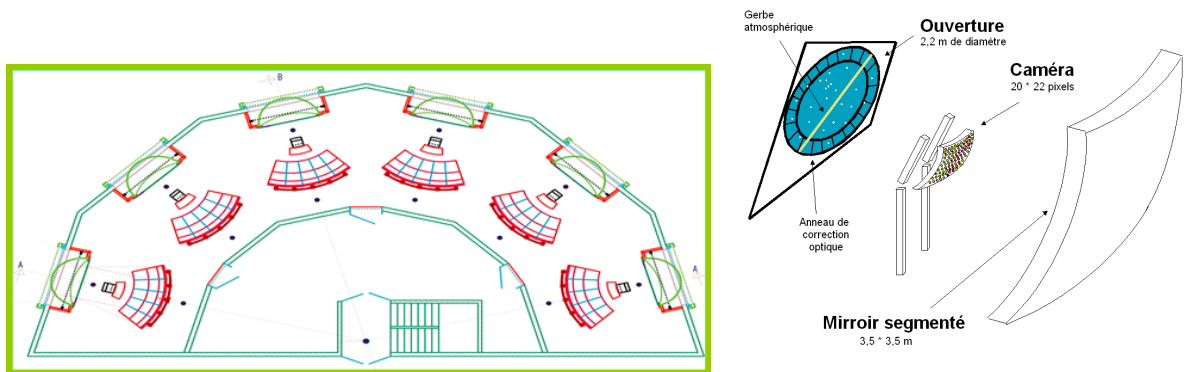


FIG. 1.5: Détecteur de fluorescence : une station du détecteur de fluorescence montrant les 6 télescopes à gauche. Le schéma d'un télescope est montré à droite

fluorescence ne fonctionne que pendant les nuits sans Lune (soit 10% du temps). Le flux mesuré par chaque pixel est échantillonné en fonction du temps et des seuils de déclenchements, associés à des configurations géométriques et temporelles, permettent de sélectionner les événements correspondant au développement d'une gerbe dans le champ de vue d'un télescope. La mesure de l'énergie est comparativement plus simple dans son principe qu'avec le détecteur de surface puisque la quantité de lumière de fluorescence émise par la gerbe est proportionnelle au nombre de particules qui la constituent. Cette quantité évolue au cours du

développement de la gerbe dans l'atmosphère et le nombre maximal de particule est directement relié à l'énergie du rayon cosmique incident. Cependant, on imagine bien combien la calibration et le monitoring de l'atmosphère sont cruciaux pour un tel détecteur. La calibration est obtenue grâce à un Laser situé au centre du réseau et le monitoring de l'atmosphère s'effectue avec des tirs de LIDAR mais aussi des lancements de ballons mesurant les propriétés de l'atmosphère à différentes altitudes et la quantité d'aérosols susceptibles de modifier la transmission de l'atmosphère. Enfin des caméras infrarouge réparties sur le site permettent de monitorer la couverture nuageuse. Finalement, toutes ces corrections à appliquer au signal mesuré rendent assez complexe la reconstruction de l'énergie des rayons cosmiques avec le détecteur de fluorescence. La direction d'arrivée du rayon cosmique est elle aussi difficile à déterminer puisque l'on ne dispose, avec un seul télescope, que de la projection de la trace de la gerbe sur le ciel. Il y a donc une dégénérescence importante. On peut malgré tout lever une partie de cette dégénérescence en utilisant les temps de déclenchement des pixels qui donnent alors une information sur l'angle de la gerbe dans le plan détecteur-gerbe mais au final la direction d'arrivée n'est vraiment précise que lorsqu'un événement est observé par plusieurs des 4 télescopes, on parle alors d'événements stéréos, qui sont bien sur les plus rares ... Ajoutons que les incertitudes sur la calibration en énergie avec le détecteur de fluorescence sont moins importantes qu'avec le détecteur de surface en raison des incertitudes sur les extrapolations de sections efficaces hadroniques qui ont un impact important sur ce dernier. Elles ne jouent quasiment aucun rôle dans le cas du détecteur de fluorescence puisque c'est la partie électromagnétique de la gerbe qui induit la lumière détectée. L'incertitude majeure sur la reconstruction de l'énergie provient de la méconnaissance du rendement de fluorescence de l'atmosphère (de l'ordre de 15%).

## 1.4 Mon implication dans la Collaboration Auger

J'ai intégré l'équipe du LPNHE à Paris en janvier 2003 pour participer à l'analyse des données du détecteur de surface de l'Observatoire Pierre Auger. Compte tenu de mes activités précédentes dans la recherche d'anisotropies du fond diffus cosmologique (voir partie II chapitre 5), je me suis naturellement orienté vers la recherche d'anisotropies dans le rayonnement cosmique. Cette activité n'était encore que peu développée dans la collaboration à l'époque donnant l'opportunité de faire significativement avancer la question. Comme on le verra au chapitre 2 de cette partie je me suis d'abord intéressé avec mes collaborateurs (en particulier Benjamin Rouillé d'Orfeuil et Benoît Revenu) à l'estimation de la "carte de couverture", c'est à dire le nombre moyen de rayons cosmiques attendus dans chaque direction du ciel. La connaissance de cette carte est le préalable à toute recherche d'anisotropies puisque c'est par rapport à elle que l'on pourra mesurer des excès ou des déficits d'événements. J'ai ensuite développé une série d'outils permettant de rechercher divers types d'anisotropies : recherche de sources ponctuelles, fonction d'autocorrélation et spectre de puissance angulaire. Mes collaborateurs et moi avons ainsi fourni à la collaboration un code complet permettant de calculer la carte de couverture correspondant à une liste quelconque d'événements réels et de faire toute une batterie de tests visant à mettre en évidence des anisotropies dans ces données. Ce programme est aujourd'hui utilisé régulièrement au sein de la collaboration.

Dans un second temps, je me suis intéressé avec Cécile Roucelle et Pierre Billoir et au sein de la tâche "Photons" de la Collaboration Auger à la recherche de photons parmi les événements les plus énergétiques enregistrés par l'Observatoire, il s'agit en effet de l'une des signatures attendues pour les processus *top-down* puisque les particules supermassives supposées être à l'origine des rayons cosmiques observés au delà de la coupure GZK se désintègrent en produisant un grand nombre de photons ultra-énergétiques. Nous avons recherché des variables discriminantes permettant de sélectionner des photons et, ne trouvant pas d'événement réels satisfaisant les coupures, nous avons ainsi pu établir une limite supérieure à la fraction de photons, défavorisant de manière claire la plupart des modèles *top-down*. Ce travail fait l'objet du chapitre 3 de cette partie.





## Chapitre 2

# Recherche d'anisotropies dans le rayonnement cosmique

---

*Au delà du spectre en énergie des rayons cosmiques, l'étude des éventuelles anisotropies dans leur distribution angulaire est un outil extrêmement prometteur pour enfin percer le mystère de leur origine. Que ce soit aux grandes ou aux petites échelles, la forme de la distribution des rayons cosmiques sur la sphère pourrait nous permettre de pointer vers les sources et faire de l'astronomie avec des rayons cosmiques chargés. Cependant, la recherche d'anisotropies n'est pas une mince affaire, loin s'en faut ... On ne peut les détecter que par rapport à ce que l'on appelle une carte de couverture dont la détermination fait l'objet d'une large partie de ce chapitre. Elle doit tenir compte de la géométrie du détecteur et surtout de son acceptance qui varie en fonction de nombreux paramètres dont certains sont difficiles à contrôler, comme les conditions atmosphériques (preuve que l'on fait bien de l'astronomie et non plus de la physique des particules ...). Ces anisotropies peuvent se présenter sous des formes très différentes, aussi convient-il de développer des techniques variées pour les détecter. Ce chapitre décrit aussi les techniques que mes collaborateurs et moi avons développées à cette fin.*

---

La distribution des directions d'arrivée des rayons cosmiques est l'une des observables les plus prometteuse pour espérer résoudre le mystère de leur origine. Il serait bien sûr décisif d'observer directement des sources ou une corrélation entre les directions d'arrivée (comme l'a fait la collaboration Auger en 2007 [Pierre Auger Collaboration, 2007]) mais des anisotropies aux grandes échelles, dipôles ou multipôles d'ordre plus élevés pourraient aussi signer des mécanismes spécifiques. On s'attend par exemple à ce que la distribution spatiale ne soit pas la même pour les rayons cosmiques d'origines Galactique et extra-Galactique, l'observation de variations en fonction de l'énergie de la distribution spatiale aux grandes échelles pourrait donc être une observable décisive. Enfin, les processus *top-down* de production de rayons cosmiques ultra-énergétiques comme ceux reposant sur la désintégration de particules de matière noire supermassive prédisent que ces dernières devraient suivre la distribution de la matière noire et donc se trouver concentrées au centre Galactique. Un dipôle orienté vers le centre Galactique est donc l'une des signatures attendues pour ce genre de modèle. Pour finir, ajoutons que puisque les rayons cosmiques sont chargés, on s'attend à ce qu'ils subissent des diffusions dans les champs magnétiques Galactique et intergalactique qui pourraient faire apparaître les distributions de sources sur de plus grandes échelles que les quelques degrés de résolution du détecteur. La recherche d'anisotropies dans le rayonnement cosmique était donc pour moi non seulement un sujet logique compte tenu de mon passé, mais aussi très excitant.

Mes activités concernant la recherche d'anisotropies dans le rayonnement cosmiques s'articulent sur trois volets : l'estimation de la carte de couverture (le fond) avec une technique novatrice, le développement

d'outils permettant de détecter des anisotropies aux grandes et petites échelles dans les données et enfin la réalisation d'une librairie pour la collaboration regroupant tous ces outils. Ces trois volets font l'objet des trois sections de ce chapitre :

- **Carte de couverture** : La "carte de couverture" permet de connaître dans chaque direction du ciel le nombre moyen de rayons cosmiques attendus dans l'hypothèse où le ciel serait parfaitement isotrope. C'est par rapport à cette carte de référence que d'éventuelles anisotropies peuvent être détectées. Pour différentes raisons qui seront décrites dans le chapitre 2, cette carte de couverture n'est pas trivialement obtenue. Elle dépend de nombreux paramètres géométriques, mais aussi de l'acceptance du détecteur en fonction de l'énergie des rayons cosmiques, des angles zénithaux et azimutaux et enfin des conditions météorologiques qui varient au cours du temps. J'ai développé avec mon étudiant en thèse Benjamin Rouillé d'Orfeuil et un collègue alors à l'IAP Benoît Revenu une technique novatrice permettant de calculer précisément cette carte de couverture dans toute sa généralité. La détermination de la carte de couverture fera l'objet de la section 2.1 de ce chapitre.
- **Outils de recherche d'anisotropies** : Nous nous sommes ensuite concentrés sur les diverses techniques de détection d'anisotropies que ce soit aux petites échelles (recherches d'excès localisés d'événements, calcul de fonction d'autocorrélation, ...) ou aux plus grandes échelles via le calcul du spectre de puissance angulaire, mettant à profit mon expérience dans le domaine, acquise alors que je participais à l'expérience Archéops (voir chapitre 5 dans la partie II de ce document). Ce dernier point est le fruit d'une collaboration incluant aussi Olivier Deligny et Éric Armangaud, alors étudiants en thèse respectivement au LPNHE et à l'APC et Antoine Letessier-Selvon du LPNHE. Ces techniques de recherche d'anisotropies seront décrites dans la section 2.2 de ce chapitre.
- **Coverage and Anisotropy Toolkit** : Benjamin Rouillé d'Orfeuil, Benoît Revenu et moi-même avons alors développé un ensemble de librairies C++/Root, le *Coverage and Anisotropy Toolkit* permettant de construire la carte de couverture pour un ensemble quelconque d'événements, de mettre en oeuvre tous les tests de recherche d'anisotropies que nous avons développé et de réaliser divers type de cartes du ciel. Cette librairie a été mise à disposition de la collaboration et est aujourd'hui largement utilisée. Une collaboratrice argentine, Clementina Medina (alors étudiante en thèse à Buenos Aires mais en séjour de longue durée sous ma responsabilité à Paris) a aussi contribué au développement de cette librairie.

## 2.1 Carte de couverture

Une très large partie du rayonnement cosmique est isotrope comme cela a été observé de manière systématique depuis de nombreuses années. Le fait de détecter un ou plusieurs rayons cosmiques dans telle ou telle direction ne veut donc rien dire en soi. Ce n'est que par comparaison avec le nombre attendu dans le cas d'un ciel isotrope que l'on doit rechercher des anisotropies. On appelle cette quantité "carte de couverture". Son estimation fait l'objet de cette section, et a occupé une partie significative du temps que j'ai passé à travailler dans la Collaboration Pierre Auger. La méthode utilisée traditionnellement pour estimer cette carte de couverture m'est apparue d'emblée comme peu fiable car elle absorbe par construction une partie du signal. J'ai donc proposé une nouvelle approche, semi-analytique, qui permet une amélioration très significative de la précision sur la carte de couverture, d'inclure des effets fins que la précédente méthode ignorait et enfin elle est beaucoup plus rapide comme nous le verrons dans ce chapitre.

Il se trouve qu'un observatoire de rayons cosmiques ne peut pas être sensible à toutes les directions du ciel de manière uniforme. L'Observatoire Pierre Auger n'échappe pas à cette règle : on peut l'assimiler à un télescope observant le ciel avec un très large champ de vue (on enregistre des événements avec des angles zénithaux compris entre 0 et 60 degrés sur 360 degrés d'azimut<sup>1</sup>) qui balaie une partie de la voûte céleste en 24 heures du fait de la rotation de la Terre. Cette simple observation permet de prédire que le nombre moyen de rayons cosmiques attendus en provenance de chaque direction de la voûte céleste n'est pas constant. Notons par exemple que le pôle Sud équatorial est toujours dans le champ de vue du télescope et bénéficie donc d'une forte exposition (mais toujours au même azimut) alors que le centre Galactique n'est

<sup>1</sup>On peut aussi reconstruire des événements au delà de 60 degrés d'angle zénithal, mais avec une procédure spécifiquement dédiée à ces événements horizonaux pour lesquels le champ géomagnétique modifie significativement le développement de la gerbe.

visible que pendant une partie de la journée avec des angles zénithaux et azimutaux variables. Il bénéficie donc d'une moins bonne exposition.

La méthode traditionnellement employée pour calculer la carte de couverture est connue sous le nom de *scrambling*. On évalue le nombre attendu de particules dans chaque direction en moyennant des échantillons d'événements. Ces derniers sont produits en intervertissant deux à deux les temps d'arrivée des rayons cosmiques observés avec le réseau de surface dans l'intervalle en énergie désiré. On imagine aisément que dans cette méthode, les fluctuations statistiques de l'échantillon de départ sont totalement conservées. On obtient la carte de couverture avec un grand nombre d'échanges entre les temps des événements et le temps de calcul impliqué devient rapidement non négligeable si l'échantillon de départ est grand. Par ailleurs, nous avons montré que cette méthode absorbait une partie de la composante en ascension droite de l'anisotropie réelle sur le ciel. La carte de couverture est alors biaisée par l'anisotropie présente dans les données. Ce point est très fâcheux car cela signifie que l'éventuelle anisotropie détectée par rapport à la carte de couverture biaisée est elle aussi biaisée. Une partie de l'anisotropie a été absorbée et la sensibilité aux anisotropies est donc réduite. On peut imaginer ne pas détecter d'anisotropie à un certain niveau d'amplitude alors qu'il y en a bel et bien à ce niveau.

### 2.1.1 Méthode semi-analytique

Toutes les raisons évoquées ci-dessus nous ont poussé à essayer de développer une technique alternative que nous avons appelée *méthode semi-analytique*. Cette méthode est décrite dans diverses notes internes Auger [Hamilton et al., 2004, Rouillé d'Orfeuil et al., 2005] et dans les proceedings de l'International Cosmic Ray Conference tenue en 2005 à Pune en Inde [Hamilton, 2005]. Elle est en outre décrite dans les thèses d'Eric Armengaud [Armengaud, 2006] et de mon étudiant Benjamin Rouillé d'Orfeuil [Rouillé d'Orfeuil, 2007]. Le texte ci-dessous s'inspire inévitablement de cette dernière.

L'idée de cette méthode est de tirer profit des symétries du détecteur de surface de l'Observatoire Pierre Auger (platitude, rotation de la terre, ...) afin de modéliser de manière analytique tout ce qui est possible dans l'expression de l'acceptance et d'utiliser les données pour ce qui reste, en s'assurant que l'utilisation des données ne biaise pas la carte de couverture.

Les coordonnées locales d'un événement ( $\theta, \phi$ ) sont reliées à ses coordonnées équatoriales ( $\alpha, \delta$ ) (sur la route céleste) par :

$$\cos \theta = \sin \ell \sin \delta + \cos \ell \cos \delta \cos [\alpha - A(t)] \quad (2.1)$$

$$\sin \theta \cos \phi = \cos \delta \sin [\alpha - A(t)] \quad (2.2)$$

$$\sin \theta \sin \phi = \cos \ell \sin \delta - \sin \ell \cos \delta \cos [\alpha - A(t)] \quad (2.3)$$

ou  $\ell$  est la latitude du site et  $A(t)$  l'ascension droite du zénith de l'observatoire à l'instant  $t$ . La carte de couverture est alors obtenue en sommant sur toute la période de temps considérée l'acceptance globale :

$$a(\theta, \phi, t) = a[\theta(\alpha, \delta, t), \phi(\alpha, \delta, t), t] = a[\theta(\alpha, \delta, t)] \times a[\phi(\alpha, \delta, t)] \times a(t) \quad (2.4)$$

qui est la probabilité, à l'instant  $t$ , de détecter avec le réseau de surface un rayon cosmique dans un élément d'angle solide  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$  centré sur la direction  $(\theta, \phi)$  :

$$\mathcal{C}(\alpha, \delta) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} a[\theta(\alpha, \delta, t), \phi(\alpha, \delta, t), t] dt$$

$\theta$  et  $\phi$  ne dépendent de  $t$  que par l'intermédiaire de  $A(t)$ .

Notre méthode repose donc de manière très forte sur le modèle de l'acceptance du détecteur de surface. Ce dernier peut provenir de notre connaissance a priori de l'acceptance ou être directement déduits des données. Cette méthode est donc en fait totalement générale et "exacte" pour peu que le modèle d'acceptance soit exact.

Dans le cas idéal où l'on pourrait négliger la dépendance en azimut et en temps de l'acceptance, alors seule la dépendance en angle zénithal importe. C'est donc cette acceptance en fonction de l'angle zénithal qui est au coeur de notre méthode. Dans ce cas simple, le calcul de la carte de couverture (qui ne dépend alors que de la déclinaison) se réduit à :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}(\delta) &= \int_0^{24h} a[\theta(\alpha, \delta)] d\alpha \\ &= \int_0^{24h} a[\cos(\sin \ell \sin \delta + \cos \ell \cos \delta \cos \alpha)] d\alpha \end{aligned}$$

### 2.1.2 Acceptance en fonction de l'angle zénithal

L'ingrédient principal de notre technique est donc l'estimation de l'acceptance en fonction de l'angle zénithal. Cette dernière est obtenue à partir d'un ajustement de la distribution des angles zénithaux des événements réels. La fonction ajustée tente de prendre en compte autant que possible la forme attendue de cette distribution afin de "lisser" au maximum les fluctuations statistiques et d'avoir besoin d'un petit nombre de degrés de liberté. La gerbe se développe dans l'atmosphère et l'état du développement de la gerbe au sol dépend donc fortement de l'épaisseur d'atmosphère traversée qui varie en fonction de l'angle zénithal du rayon cosmique incident. On s'attend donc à une suppression de l'acceptance pour les grands angles zénithaux à cause de l'atténuation atmosphérique. Aux petits angles zénithaux on attend aussi une suppression car les gerbes ne seront pas assez développées pour être efficacement détectées. Pour les plus hautes énergies bien sur l'atténuation atmosphérique ne joue pas de rôle. On s'attend pourtant à un effet sur l'acceptance, purement géométrique cette fois (et qui existe bien sur aussi aux basses énergies), l'angle solide sous lequel les rayons cosmiques voient le détecteur est maximal pour des rayons cosmiques provenant du zénith  $\theta = 0$  et décroît comme  $\cos \theta$ . Le nombre de rayons cosmiques observables avec le détecteur de surface va donc suivre cette loi. Le nombre d'événements attendu en fonction de l'angle zénithal s'écrit (dans le cas d'une acceptance égale à 1 pour toutes les directions) :

$$\frac{dN}{d \cos \theta} = \cos \theta \quad (2.5)$$

$$\text{soit} \quad \frac{dN}{d\theta} = \sin \theta \cos \theta \quad (2.6)$$

Dans le cas où les effets d'acceptance se font sentir, on doit supprimer les plus grands angles zénithaux, ce que l'on obtient en multipliant la distribution ci-dessus par une fonction de *Fermi-Dirac*. On va multiplier encore la fonction obtenue par une courbe lentement variable afin de rendre le modèle plus souple et de pouvoir modéliser les écarts aux fonctions purement analytiques ci-dessus, et aussi de simuler l'effet de l'acceptance aux petits angles zénithaux (gerbes peu développées). Nous avons choisi de développer cette dernière sur une base de *splines* qui présentent l'avantage par rapport aux polynômes de ne pas diverger sur les bords. L'ajustement consiste donc à déterminer les poids des différentes *splines* composant la base. Finalement le modèle utilisé pour ajuster la distribution des angles zénithaux pour un jeu d'événements quelconque est :

$$\frac{dN}{d\theta} = \text{Splines}(\theta, n) \times \cos \theta \sin \theta \times \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\theta - \theta_0}{\Delta\theta}\right)} \quad (2.7)$$

où  $\text{Splines}(\theta, n)$  est la fonction lentement variable avec  $n$  degrés de liberté (en général  $n = 3$  suffit) et le dernier terme est une fonction de Fermi-Dirac traduisant l'atténuation de l'atmosphère. Avec un tel modèle les ajustements sont d'excellente qualité comme on peut le voir sur les deux exemples montrés figure 2.1. On peut aussi y voir les distributions en déclinaison et les cartes de couverture calculées par notre méthode dans le cas où seule l'acceptance en angle zénithal joue un rôle.

Il est évidemment essentiel de démontrer qu'une anisotropie sur le ciel ne modifie pas significativement la distribution en angle zénithal des événements de sorte que cette dernière est un bon estimateur de l'acceptance du détecteur et qu'ainsi notre carte de couverture n'absorbera pas une partie du signal sur le ciel

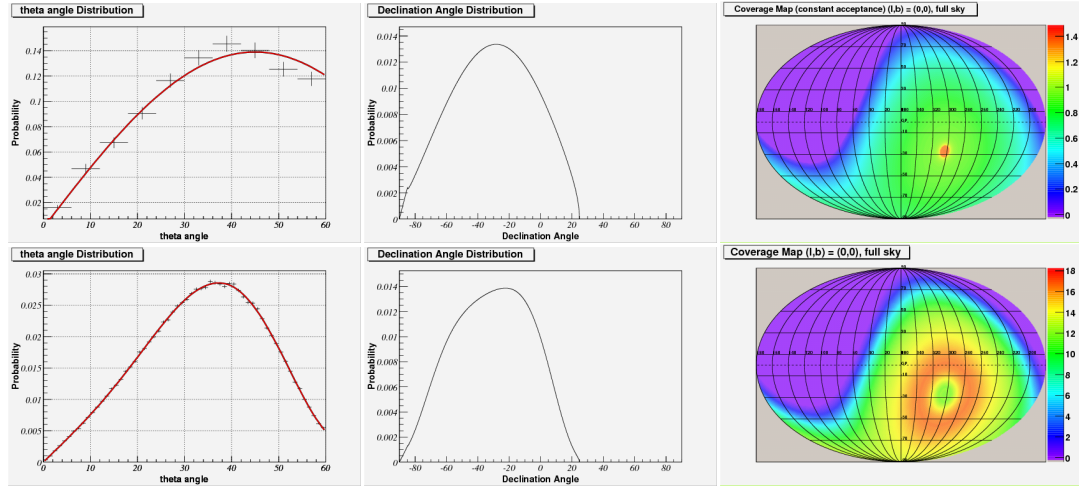


FIG. 2.1: De gauche à droite : distributions en angle zénithal des événements sélectionnés avec ajustement par notre modèle (Eq. 2.7), distribution en déclinaison déduite de notre intégration semi-analytique (Eq. 2.5) et carte de couverture en coordonnées Galactiques. Les événements considérés ont une énergie supérieure à  $5 \text{ EeV} = 5 \times 10^{18} \text{ eV}$  pour la ligne du haut et inférieure à  $2 \text{ EeV}$  en bas. Dans les deux cas l'angle zénithal des événements est inférieur à  $60^\circ$  (soit  $\delta \leq 25^\circ$ ).

comme c'est le cas avec la méthode du *scrambling*. Nous avons pour cela eu recours à une simulation d'événements dans le cas d'un dipôle orienté le long de l'axe polaire (en coordonnées équatoriales). Il s'agit de l'orientation la plus défavorable puisque la distribution en ascension est inchangée alors que toute l'anisotropie se trouve dans la distribution en déclinaison. On a ainsi tracé sur le panneau de gauche de la figure 2.2 les distributions des angles zénithaux et azimutaux des événements simulés. On constate que la présence du dipôle se traduit essentiellement par une modification de la distribution en angle azimutal alors que celle en angle zénithal est quasiment inchangée, ce qui valide notre approche. Ce résultat n'est en fait pas très surprenant : pour chaque valeur de  $\theta$  il faut considérer toutes les valeurs de  $\phi$  de sorte que ceux pointant vers la zone froide du dipôle vont avoir tendance à diminuer l'excès situé au pôle Sud. Une autre manière de voir les choses est la suivante : on a tracé sur le panneau de droite de la figure 2.2 les distributions en angle zénithal mesurées par un observateur se trouvant à Malargüe lorsque la distribution sur le ciel de rayons cosmiques est isotrope ( $\sin \theta$ ) ou suit une modulation dipolaire. Comme nous ne considérons que les événements ayant un angle zénithal compris entre 0 et 60 degrés, les deux courbes sont alors très proches une fois normalisées à la même intégrale (i.e. au même nombre d'événements). Nous le voyons très bien sur la figure 2.2 où la courbe en trait plein bleue est normalisée à la même intégrale que la courbe en pointillé noir entre 0 et 60 degrés.

Dans le cas le plus général, l'acceptance dépend aussi de l'azimut et du temps, il faut alors disposer de modèles pour caractériser cette dépendance. L'acceptance dépend aussi fortement de l'énergie bien entendu, mais nous n'avons pas vraiment besoin de modéliser cette dépendance : lorsque l'on recherche des anisotropies, on sélectionne un certain lot d'événements, par exemple dans une bande d'énergie donnée (d'une certaine largeur) et ce qui nous importe c'est la carte de couverture pour tous ces événements pris dans leur ensemble. Il n'est donc pas nécessaire ici de modéliser la variation de l'acceptance en fonction de l'énergie<sup>2</sup>. Pour chaque lot d'événement on fabriquera une carte de couverture différente.

<sup>2</sup>Si l'on avait eu besoin d'une telle modélisation, cela n'aurait pas posé de problème particulier puisque l'acceptance en fonction de l'énergie a fait l'objet de nombreuses études et est parfaitement connue [Allard et al., 2005].

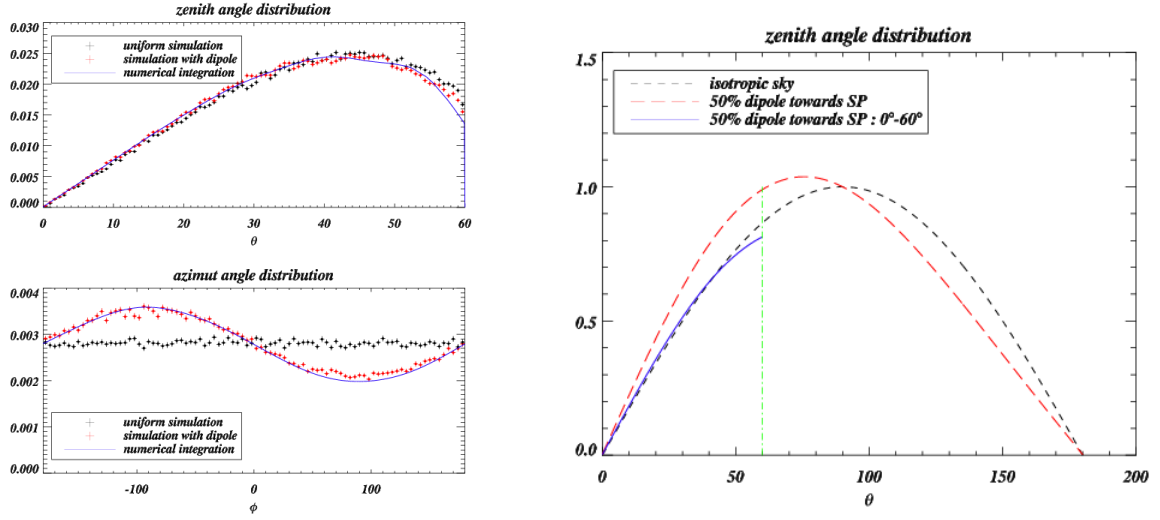


FIG. 2.2: **Gauche** : Distributions des angles zénithaux et azimutaux simulées dans le cas d'un ciel isotrope (noir) et d'un dipôle de 70% d'amplitude orienté selon l'axe polaire. La courbe bleue est un calcul numérique de la distribution attendue dans le cas anisotrope réalisé indépendamment. **Droite** : Distributions en angle zénithal attendues pour un détecteur parfait et sphérique (donc sans effet d'angle solide) avec (longs tirets rouges) et sans dipôle (petits tirets noirs). Bien entendu aucun ne peut arriver avec un angle zénithal supérieur à 90 degrés, et en pratique seules les événements en dessous de 60 degrés sont considérés. La courbe pleine bleue est la même que la courbe en longs tirets rouges (donc avec dipôle) mais normalisée au même nombre d'événements que la courbe en petits tirets noirs (donc sans dipôle) entre 0 et 60 degrés. Les deux courbes sont alors très similaires. La distribution en angle zénithal dans la gamme qui nous intéresse est donc ici encore peu sensible à une anisotropie sur le ciel.

### 2.1.3 Acceptance en fonction de l'azimut

Pour les plus hautes énergies, l'empreinte sur le sol des gerbes est largement supérieure à la taille de la maille du réseau, de sorte que le nombre d'événements est indépendant de l'azimut. En revanche pour les événements peu énergétiques, la forme du réseau va jouer un rôle. Comme on peut le constater sur le schéma de la figure 2.3, une gerbe arrivant par l'un des sommets de l'hexagone voit des stations plus éloignées (1300 m) que si elle arrive par l'un des cotés (750 m). L'acceptance va donc être différente pour des gerbes laissant une empreinte au sol de cet ordre de grandeur. On s'attend donc à une modulation en angle azimutal avec un période de  $2\pi/6$  puisque la maille hexagonale est inchangée sous une rotation de cet angle. La modulation du taux d'événements est bien visible sur la figure 2.3. L'amplitude de cette modulation dépend bien sûr de l'énergie comme on l'a vu, mais aussi de l'angle zénithal : on comprend que pour une gerbe verticale, l'orientation du maillage ne change rien. Afin d'avoir un modèle correct de l'acceptance en fonction de  $\phi$  à tous les angles et dans la gamme d'énergie considérée, on doit donc utiliser des ajustements de l'amplitude de la modulation en fonction de  $E$  et  $\theta$ . De tels ajustements sont représentés sur la figure 2.4.

Une fois que l'on prend en compte la variation en fonction de  $\phi$  de l'acceptance dans le calcul de la carte de couverture par méthode semi-analytique, on trouve la carte représentée sur la figure 2.5 où l'on montre aussi la différence avec la carte obtenue sans tenir compte de cette modulation. La différence est de l'ordre du pourcent, il ne faut donc pas négliger cet effet si ce sont des anisotropies aux grandes échelles de cet ordre de grandeur que l'on recherche (ce qui pourrait être le cas aux alentours de  $10^{18}$  eV).

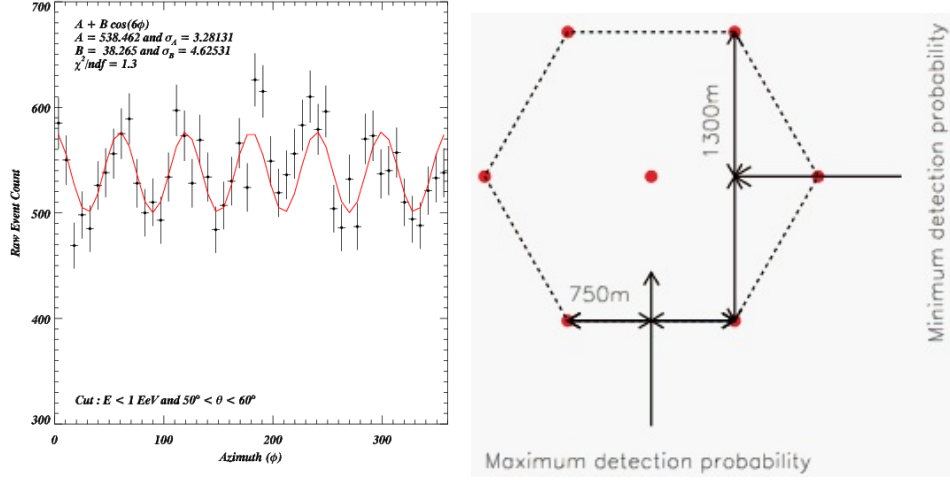


FIG. 2.3: Histogramme des angles azimutaux des événements et principe de la modulation de l'acceptance due à la maille du réseau du détecteur de surface.

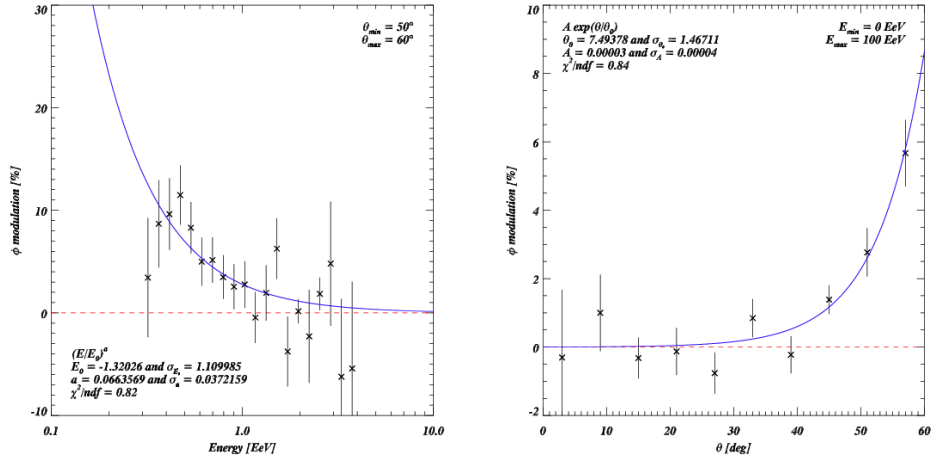


FIG. 2.4: Amplitude de la modulation azimutale en fonction de l'énergie (pour  $50^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ ) et en fonction de  $\theta$  (toutes énergies confondues).

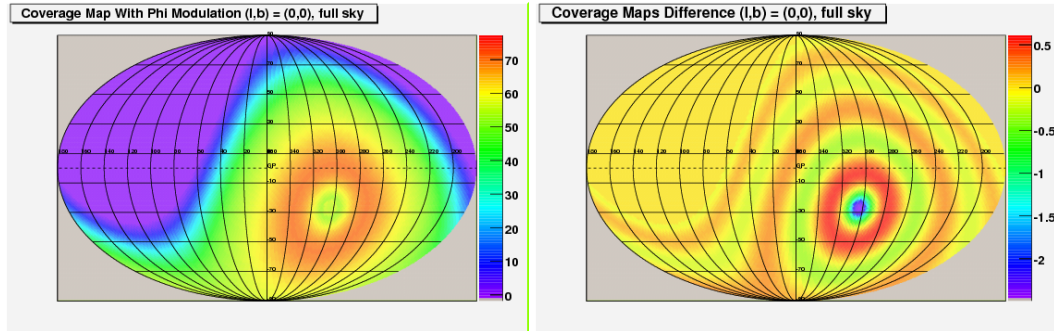


FIG. 2.5: Carte de couverture obtenue pour des événements d'énergie inférieure à  $2 \times 10^{18} \text{ eV}$  (gauche) et différence obtenue avec la carte présentée en bas de la figure 2.1 qui ne tient pas compte de cet effet.

### 2.1.4 Variation de l'acceptance avec le temps

Dès les premières analyses des données du détecteur de surface, j'ai pu constater une modulation significative du taux d'événements avec le temps. On enregistrait systématiquement plus d'événements pendant la journée que pendant la nuit. Un tel comportement fait tout de suite penser à une corrélation du taux d'événement avec la température, et par conséquent à un effet d'acceptance lié au seuil de déclenchement. Il se trouve qu'un tel effet n'est pas attendu du fait de la technique de calibration du détecteur de surface : chaque station se calibre continuellement sur le taux de muons atmosphériques (qui est bien sûr constant en fonction du temps). Par conséquent, même si la température de l'électronique varie en fonction du temps (à cause d'un effet jour/nuit, mais aussi été/hiver), le seuil de l'électronique s'ajuste donc automatiquement afin d'avoir un seuil en énergie constant, ce qui ne permet pas d'expliquer cette modulation.

#### Première analyse : mise en évidence de l'effet météorologique

Dans un premier temps, en collaboration avec Eric Armengaud (alors doctorant à l'APC), nous avons tenté de vérifier l'hypothèse d'une corrélation avec les conditions météorologiques. Cette analyse porte sur les événements enregistrés par le détecteur de surface de l'Observatoire Pierre Auger entre janvier et mai 2004 et a fait l'objet de deux notes internes Auger [Armengaud et al., 2004a, Armengaud et al., 2004b]. Ces travaux sont aussi décrits dans la thèse d'Éric Armengaud [Armengaud, 2006]. Nous avons pour cela utilisé la méthode suivante : on fabrique deux histogrammes, le premier étant celui de la température à l'instant de chaque événement (mesurée au centre du réseau dans la Central Laser Facility) et le second celui de la température échantillonnée régulièrement pendant toute la prise de données. S'il n'y avait pas de corrélation avec la température, les deux histogrammes devraient être identiques aux fluctuations statistiques près. Or, on constate, comme on peut le voir sur la figure 2.6, que l'histogramme des événements est systématiquement en dessous de celui de la température lorsqu'il fait froid et systématiquement au dessus lorsqu'il fait chaud. La conclusion est claire : plus il fait chaud, plus on détecte d'événements. On confirme cette conclusion de manière quantitative en ajustant le rapport des deux histogrammes avec une régression linéaire (sur la droite de la figure 2.6). La corrélation est claire et l'on trouve que l'acceptance varie de  $\sim 0.75\%$  par degré Celsius. L'Observatoire Pierre Auger est donc le plus grand thermomètre jamais construit !

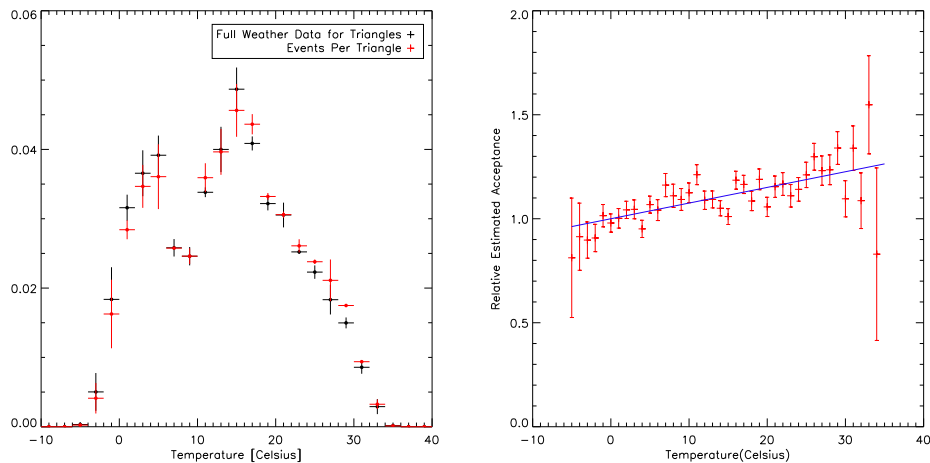


FIG. 2.6: À gauche : histogramme de la température tout au long de la prise de données et uniquement à l'instant des événements. La corrélation entre température et taux d'événements est manifeste. En faisant le rapport des deux histogrammes (à droite) on peut quantifier cette corrélation qui s'avère très significative et correspond à une variation de  $\sim 0.75\%$  par degré Celsius.

Connaissant la température à chaque instant, on peut ainsi prédire la forme que devrait avoir l'histo-



gramme du nombre d'événements par heure UTC et le comparer avec celui observé (qui devrait être plat en l'absence d'effet d'acceptance variable). Une telle comparaison est montrée sur la figure 2.7. Nous avons réalisé la même analyse avec la pression plutôt que la température et avons constaté une absence de corrélation. L'utilisation de la densité (qui pour un gaz est proportionnelle à  $P/T$ ) montre évidemment le même comportement qu'avec la température, ce qui ne permet pas de conclure sur l'origine physique de l'effet.

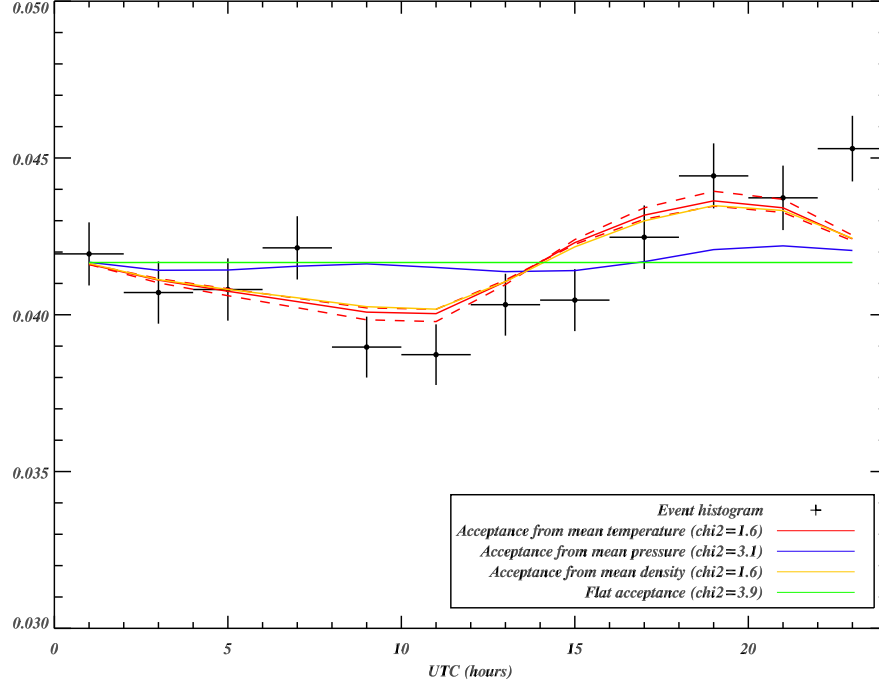


FIG. 2.7: Histogramme du nombre d'événement par heure UTC. La modulation est clairement visible. La courbe rouge représente la prédiction obtenue à partir du calcul de la corrélation du taux d'événement avec la température. On voit que l'on reproduit relativement bien la modulation. Une analyse similaire a été réalisée avec la pression et la densité de l'atmosphère. On constate que la pression semble jouer un faible rôle, et que la densité joue le même rôle que la température (par construction car elle n'est que le rapport entre pression et température).

Nous avons ensuite utilisé cette corrélation pour introduire une variation temporelle de l'acceptance dans la construction de la carte de couverture. L'intégration de la carte est donc cette fois nettement plus longue, et surtout ne se fait pas analytiquement. On peut néanmoins, dans chaque pixel du ciel, calculer l'intégrale de l'acceptance sur toute la durée de l'expérience en utilisant la température comme indicateur de l'acceptance. On prédit ainsi une carte du ciel qui n'est plus symétrique en ascension droite, comme on peut le voir sur la figure 2.8 où est aussi représenté la carte d'excès d'événements obtenue en soustrayant la carte de couverture à la carte du nombre d'événements, puis en lissant à 5 degrés de résolution. Il est important de noter ici que si nous n'avions pas identifié cet effet systématique, la carte de couverture aurait été constante en ascension droite alors que le taux d'événement ne l'aurait pas été : on aurait ainsi détecté une anisotropie significative. Ce résultat est visible sur la figure 2.9 où l'on a tracé le spectre de puissance angulaire ( $C_\ell$  dont la méthode de calcul est décrite dans la section 2.2.3 de ce chapitre) avec et sans correction des effets de variation temporelle de l'acceptance avec la température. Un fort dipôle est induit par cet effet d'acceptance que notre estimation de la carte de couverture permet de soustraire totalement.

Ce résultat était une étape importante puisqu'il confirmait à quel point l'estimation correcte de la carte de couverture est importante si l'on veut rechercher des anisotropies (en particulier aux grandes échelles et à

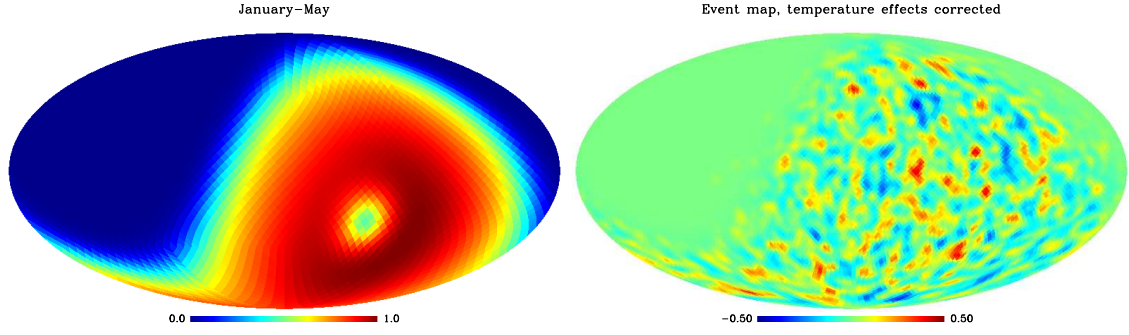


FIG. 2.8: **Gauche** : Carte de couverture (en coordonnées Galactiques) calculée en tenant compte de l'acceptance corrélée avec la température. On remarque que la carte dépend alors de l'ascension droite (renflement en bas à droite). **Droite** : Carte d'excès d'événements (nombre d'événements moins carte de couverture) correspondante (lissage gaussien de 5 degrés).

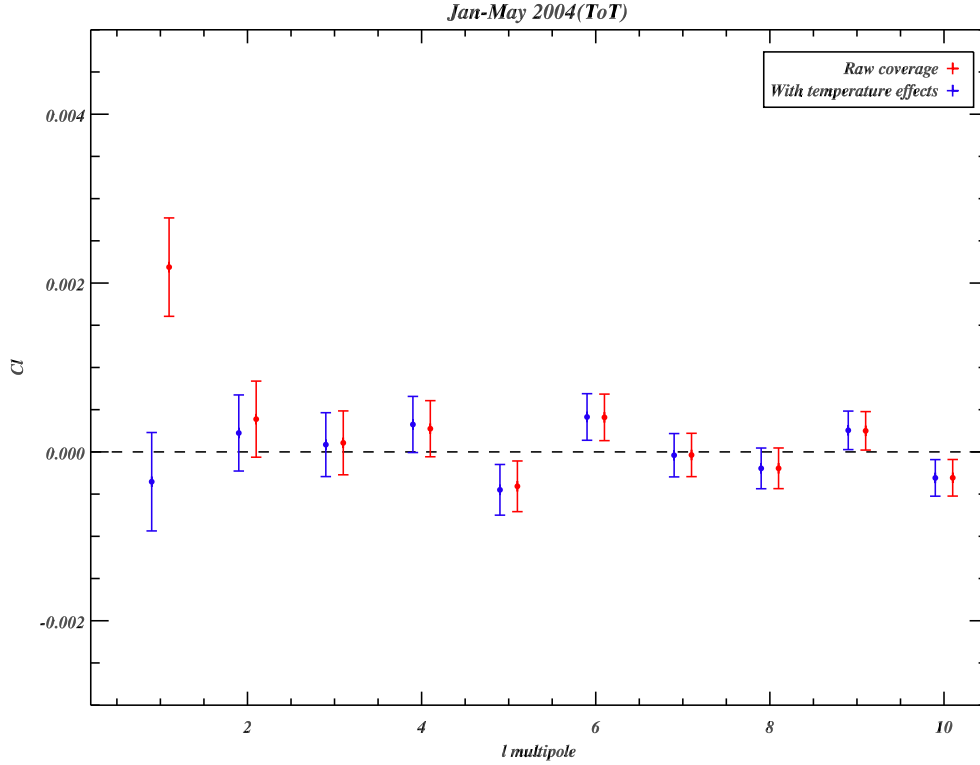


FIG. 2.9: Spectre de puissance angulaire calculé sur la carte d'excès d'événements avec et sans prise en compte de la corrélation de l'acceptance avec la température. On voit qu'un fort dipôle est induit par l'effet d'acceptance alors que notre technique permet de le soustraire totalement.

basse énergie ou la statistique est importante). Il nous a aussi permis de mettre en évidence cette corrélation entre le taux d'événements et les conditions météorologiques. Nous restions toutefois sur notre faim car nous n'avions toujours pas d'explication convaincante pour cet effet : origine instrumentale ou liée au développement de la gerbe lui même. C'est en reprenant plus tard ce type d'analyse avec plus de statistique et une méthode plus avancée dans le cadre de la thèse de mon étudiant Benjamin Rouillé d'Orfeuil que nous avons fini par comprendre l'origine de l'effet. C'est l'objet du paragraphe suivant.

## Effet des conditions atmosphériques sur le développement de la gerbe

Une fois l'effet de variation d'acceptance avec le temps intégré dans le calcul de la carte de couverture, l'objectif était de le comprendre. Le débat entre une origine purement instrumentale et une origine liée au développement de la gerbe n'était pas clos. Benjamin Rouillé d'Orfeuil et moi avons repris cette étude dans un cadre plus général, en particulier afin de pouvoir tenir compte simultanément de plusieurs indicateurs météorologiques : pression et température simultanément par exemple. En pratique, nous utiliserons simplement la pression et la densité pour des raisons qui apparaîtront clairement dans la suite. La densité est calculée comme  $\rho(t) = \frac{M}{R} \frac{P(t)}{T(t)}$  (avec  $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$  pour l'air et  $R = 8.3 \text{ S.I.}$  la constante des gaz parfaits).

La technique employée plus haut de division entre histogrammes devenait peu commode avec plus d'une dimension, et la statistique devenait un problème limitant. Nous avons donc décidé de développer une méthode alternative basée sur le taux instantané d'événements (dans une certaine fenêtre en temps) que l'on corrèle avec la valeur de la densité et de la pression moyennée sur la même fenêtre. A cette époque, le réseau du détecteur de surface était inachevé et donc en pleine croissance, ce qui impliquait qu'il fallait tenir compte du nombre de stations actives à chaque instant. En fait, il s'est avéré que ce nombre variait de manière assez "bruitée" en plus l'augmentation "normale" liée à la croissance du réseau du fait de stations inactives de temps à autre et de problèmes de communication dans le réseau. Par conséquent, même avec un réseau "stable", prendre en compte le nombre de stations actives est nécessaire puisqu'une partie de la variabilité du taux d'événement vient simplement des variations du réseau. Pour être plus précis, ce qui importe pour le taux d'événements n'est pas vraiment le nombre de stations mais le nombre de cellules du réseau capable de former un événement réel (appelé T5 dans le jargon d'Auger, c'est à dire que la station la plus proche du coeur de la gerbe reconstruit doit être entouré de 6 stations actives). La localisation des stations qui rentrent ou qui sortent de la liste des "actives" va donc faire que le nombre de cellules de T5 ne varie pas exactement comme le nombre total de stations. On utilise donc finalement pour le taux d'événements, le rapport entre le nombre d'événements enregistrés et le nombre de cellules de T5 durant une certaine fenêtre en temps. On dispose ainsi d'une courbe du taux d'événements  $\phi(t)$  par cellule de T5 échantillonnée en fonction du temps et moyennée sur une fenêtre en temps d'une certaine taille  $\Delta t$ .

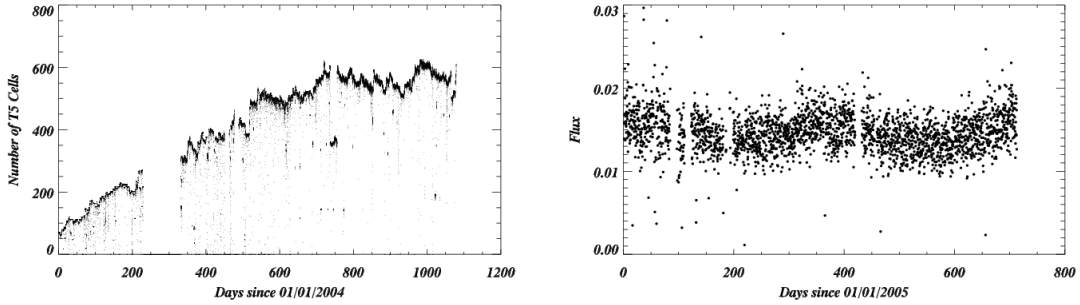


FIG. 2.10: **Gauche** : Nombre de cellules de T5 en fonction du temps. Les périodes où ce nombre est nul correspondent à des bugs de l'acquisition ou du trigger. **Droite** : Taux d'événement par cellule de T5 pour une fenêtre en temps de 6 heures. On voit clairement sur ce graphe une modulation saisonnière.

On réalise une régression multilinéaire entre ce taux d'événements et les variables météorologiques d'intérêt : la pression  $P(t)$  et la densité  $\rho(t)$ . Si  $X_i$  est l'une de ces variables météorologique, alors le modèle s'écrit :

$$\Phi_i = \Phi_0 [1 + a_\rho (\rho_i - \rho_0) + a_P (P_i - P_0)] \quad (2.8)$$

où  $a_\rho$  et  $a_P$  sont les coefficients de corrélation du taux d'événements avec la température et la pression.  $\rho_0$  et  $P_0$  sont des valeurs de référence ( $\rho_0 = 1 \text{ kg.m}^{-3}$  et  $P_0 = 860 \text{ hPa}$ ). Pour des raisons qu'il serait trop long de détailler ici, le nombre de cellules de T5 est parfois inexact et notre modèle n'est pas valable tout le temps. Nous avons donc développé une méthode itérative permettant de simultanément calculer les coefficients

de corrélations et les périodes sur lesquelles ils sont valides (en gros en rejetant en plusieurs passages les résidus situés à plus de  $3\sigma$ ). On rejette ainsi 2.4 % des intervalles de temps de 6 heures améliorant le  $\chi^2/\text{ndf}$  de 2.4 à 1.1. Le résultat de l'ajustement est montré figure 2.11 pour des intervalles de temps de 6 heures. L'ajustement obtenu est de très bonne qualité et l'on voit que l'utilisation de nos variables

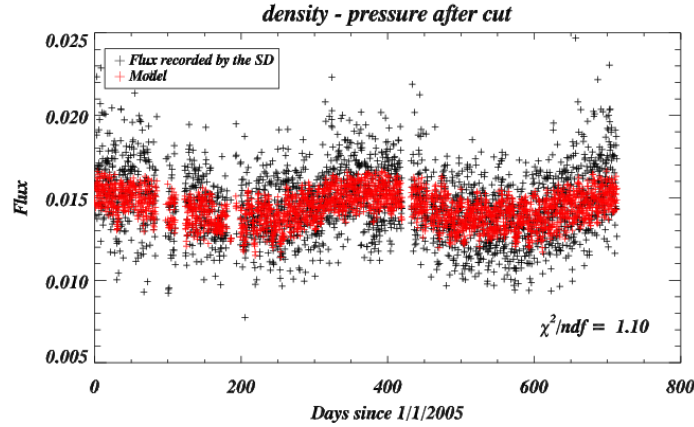


FIG. 2.11: Résultat de la régression entre le taux d'événements enregistrés (en noir) et les variables météorologique de pression et de densité calculés sur un intervalle de temps de 6 heures. Le modèle ajusté est représenté par les points rouges. Il est discontinu car modulé par le nombre de cellules de T5 qui est lui-même discontinu.

météorologiques rend très bien compte de la variations saisonnière de l'acceptance. Les coefficients  $a_\rho$  et  $a_P$  de corrélation ainsi obtenus sont significativement différents de zéro :  $a_\rho = -1.62 \pm 0.07 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3$  et  $a_P = -0.0028 \pm 0.0006 \text{ hPa}^{-1}$ . En plus d'être un thermomètre comme on l'a vu plus haut, l'Observatoire Pierre Auger est aussi un superbe baromètre, peu transportable certes, mais tout de même assez précis.

Restait alors à ajuster au mieux l'intervalle de temps utilisé (ici 6 heures). C'est alors que nous nous sommes rendus compte d'un comportement tout à fait remarquable et inattendu que l'on peut observer sur la figure 2.12 : Le coefficient de corrélation entre taux d'événements et pression augmente de manière considérable avec l'échelle de temps considérée et semble ne se stabiliser que pour des échelles de temps plus grandes que 24 heures. Ce comportement singulier nous apportait en fait des informations supplémentaires sur l'effet en question et nous a alors redonné l'espoir de comprendre l'origine de cette corrélation. Un tel comportement suggère un effet de filtrage : les fluctuations rapides de la densité sont moins corrélées que les fluctuations lentes. Une fois de plus il était difficile de trancher entre une origine instrumentale (on pourrait imaginer que ce soit la température de l'eau dans les cuves qui compte, celle-ci ne fluctuant que lentement du fait du gros volume disponible) et une origine liée au développement des gerbes.

Concernant le développement de la gerbe, nous avons compris, en discutant avec des collègues de la collaboration (en particulier E. Roulet, de Bariloche en Argentine), que deux effets liés à l'état de l'atmosphère peuvent être attendus [Matthews, 1998] :

- La quantité de matière traversée dans l'atmosphère par la gerbe augmente avec l'angle d'incidence de la gerbe comme on l'a vu plus haut. Mais on s'attend aussi à une augmentation avec la pression au sol de sorte qu'une variation de la pression au sol va faire varier la "profondeur" de la gerbe c'est à dire son développement longitudinal : lorsque la pression est forte, la gerbe aura traversé davantage d'atmosphère pour arriver au sol.
- Le développement latéral va lui aussi être affecté par les conditions atmosphériques : le rayon de Molière caractéristique de ce développement est inversement proportionnel à la densité.

Ces effets vont moduler la quantité de particules contenues dans la gerbe au niveau du sol en fonction de la densité et de la pression (d'où le choix des variables météorologiques ci-dessus). Si le seuil du détecteur est constant en termes de "signal produit par une gerbe" alors une gerbe d'une énergie donnée va avoir plus ou moins de chances de déclencher le détecteur. Voilà clairement l'origine de notre modulation : une variation

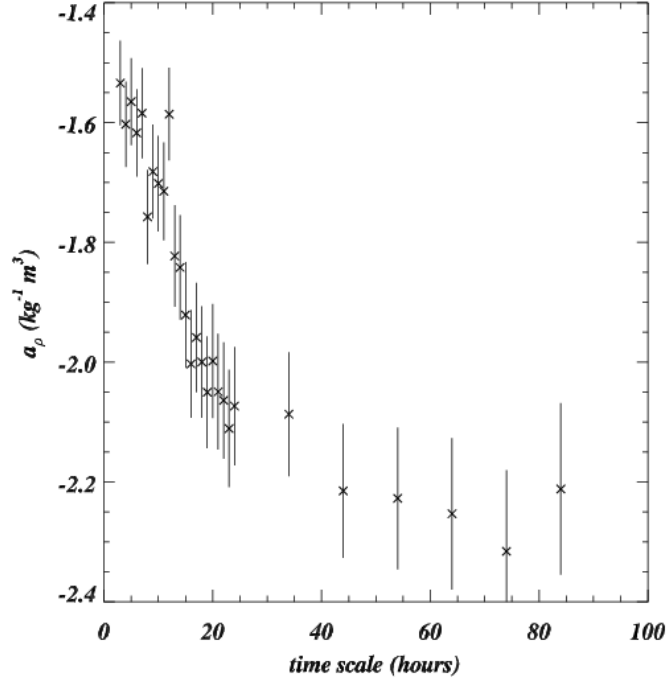


FIG. 2.12: Variation du coefficient de corrélation entre le taux d'événements et la densité en fonction de la durée de l'intervalle de temps considéré.

du signal à 1000 mètres du coeur de la gerbe (une grandeur "standard" dans la collaboration) modélisée comme suit (corrélation  $\vec{\alpha}$  avec les variables atmosphériques  $\vec{w}$ ) :

$$S_{1000}[\theta, \vec{w} \equiv (T, \varrho)] = S_{1000}[\theta, \vec{w}_0 \equiv (T_0, \varrho_0)] \times (1 + \vec{\alpha}(\theta) \cdot \vec{w}) \quad (2.9)$$

va induire (ainsi que démontré en détails dans [Rouillé d'Orfeuil, 2007]) une variation du flux observé de rayons cosmiques (si le spectre est  $\frac{d\Phi}{dE} \propto E^{-\gamma}$ ) :

$$\Phi(\theta, P, \varrho) = \Phi(\theta, P_0, \varrho_0)(1 + 2\vec{\alpha}(\theta) \cdot \vec{w}) \quad (2.10)$$

$$= \Phi(\theta, P_0, \varrho_0) [1 + 2\alpha_P(P - P_0) + 2\alpha_\varrho(\varrho - \varrho_0)] \quad (2.11)$$

le facteur 2 vient simplement du fait que  $\gamma \simeq 3$ .

En fait, la densité de l'air qui va "compter" pour le développement latéral de la gerbe (via le rayon de Molière) n'est pas celle au sol où dans la plupart des cas la gerbe est en diminution), mais plutôt environ 1 km au dessus du sol, là où sont créées les particules détectées au sol. On évalue en général le rayon de Molière à deux longueurs de radiation au dessus du sol [Greisen, 1956] alors que nos mesures de température et de pression (et donc de densité) sont faites au niveau du sol. Or il se trouve que la température ne varie pas de la même manière au sol et a quelques centaines de mètres, l'effet jour/nuit sur la température est largement atténué au dessus du sol, de même que les effets des nuages. En moyenne sur de longues durées, la température au sol suit bien la température en altitude, mais elle a en plus des fluctuations rapides qui n'ont pas lieu dans cette dernière. On commence alors à bien comprendre l'effet que nous avons constaté : c'est la pression au sol qui est responsable de l'état de développement longitudinal de la gerbe à un angle zénithal donné, c'est donc cette dernière que l'on doit prendre dans notre modélisation. En revanche, concernant la densité, qui est responsable des variations dans le développement latéral de la gerbe, c'est essentiellement la densité au dessus du sol qui a moins de variations rapides qui doit être prise en compte. Il reste bien sur une composante de variations rapides liées à la densité car la gerbe continue à se développer jusqu'au sol.

On a donc maintenant un modèle plus adéquat pour ajuster les variations d'acceptance :

$$\Phi = \Phi_0 [1 + a_P \times (P - P_0) + a_{\varrho_{\text{slow}}} \times (\varrho_{\text{day}} - \varrho_0) + a_{\varrho_{\text{fast}}} \times (\varrho - \varrho_{\text{day}})] \quad (2.12)$$

où  $\varrho_{\text{day}}$  est obtenue en lissant la mesure de la densité instantanée au sol avec une fenêtre glissante de 24h. Par conséquent  $\varrho_{\text{day}}$  représente les fluctuations lentes (et donc est censé représenter la densité en altitude) alors que  $\varrho - \varrho_{\text{day}}$  ne représente que les variations rapides (voir figure 2.13 pour une illustration). Il est évident qu'une analyse dans l'espace de Fourier serait plus adéquate mais la statistique disponible et la présence de nombreuses périodes sans données rendent une telle analyse très délicate et le modèle ci-dessus rend très bien compte des variations d'acceptance observées comme on peut le voir sur la figure 2.14. Nous avons réalisé l'ajustement avec ces trois variables météorologiques dans trois bins d'angle zénithal et avons obtenu les résultats représentés sur la figure 2.15 par les boîtes hachurées en bleu. On a aussi représenté des résultats de simulations de développement de gerbes dans des atmosphères modifiées obtenues par C. Bleve (de l'Université de Leeds) qui s'accordent parfaitement avec nos mesures. Seuls les coefficients de corrélation liés à la pression et à  $\varrho_{\text{day}}$  peuvent être comparés avec les simulations (elles n'incluent pas de variations rapides des basses couches atmosphériques) et sont donc les seuls représentés sur cette figure.

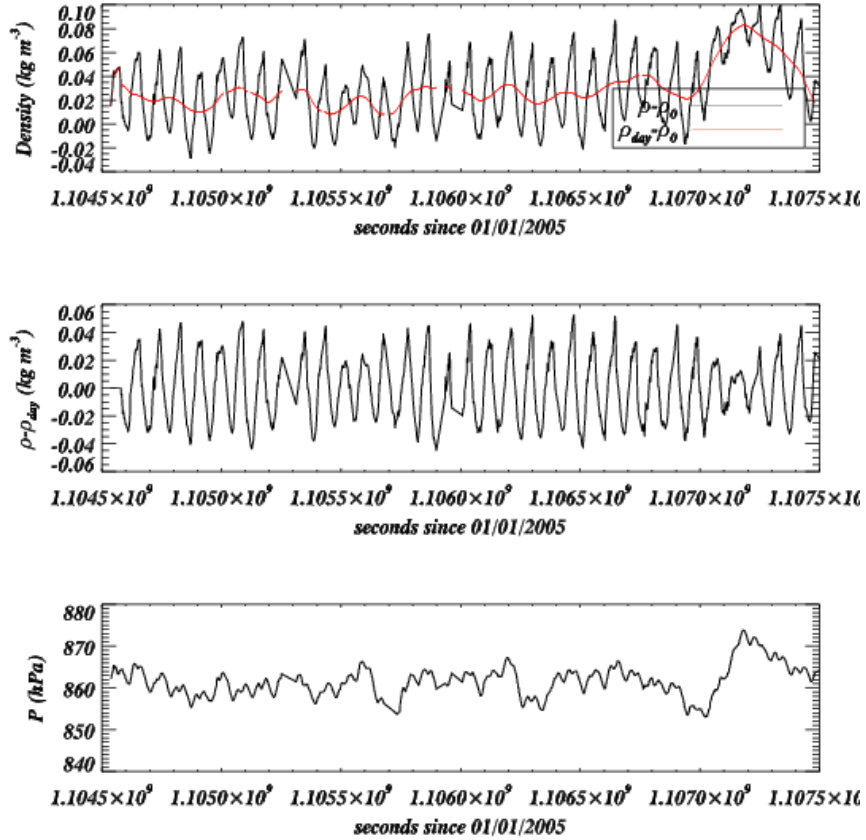


FIG. 2.13: Variables atmosphériques considérées représentées sur un mois : en haut la densité instantanée  $\varrho$  et sa moyenne glissante sur 24h  $\varrho_{\text{day}}$ . Au centre les fluctuations rapides de la densité  $\varrho - \varrho_{\text{day}}$  et enfin en bas la pression instantanée.

Un fois notre modèle d'acceptance en fonction du temps établi, il nous restait simplement à en tenir compte dans le calcul de la carte de couverture. Notre formulation via une intégrale sur le temps permet naturellement de le faire. La différence induite par les variations temporelles a pour effet de briser l'invariance en ascension droite. On le voit nettement sur la figure 2.16 qui représente la différence relative (en %) entre

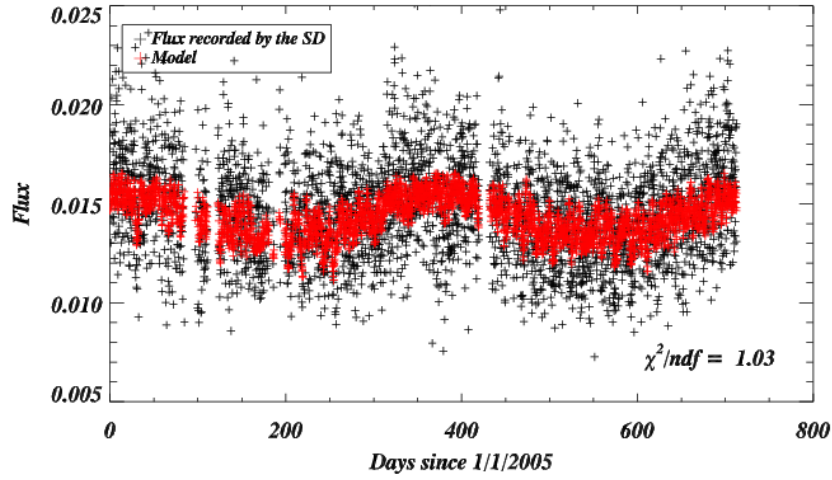


FIG. 2.14: Résultats de l'ajustement de l'acceptance avec les variables météorologiques de pression, de densité lissée sur 24 heures  $\varrho_{\text{day}}$  et de densité rapide  $\varrho - \varrho_{\text{day}}$ .

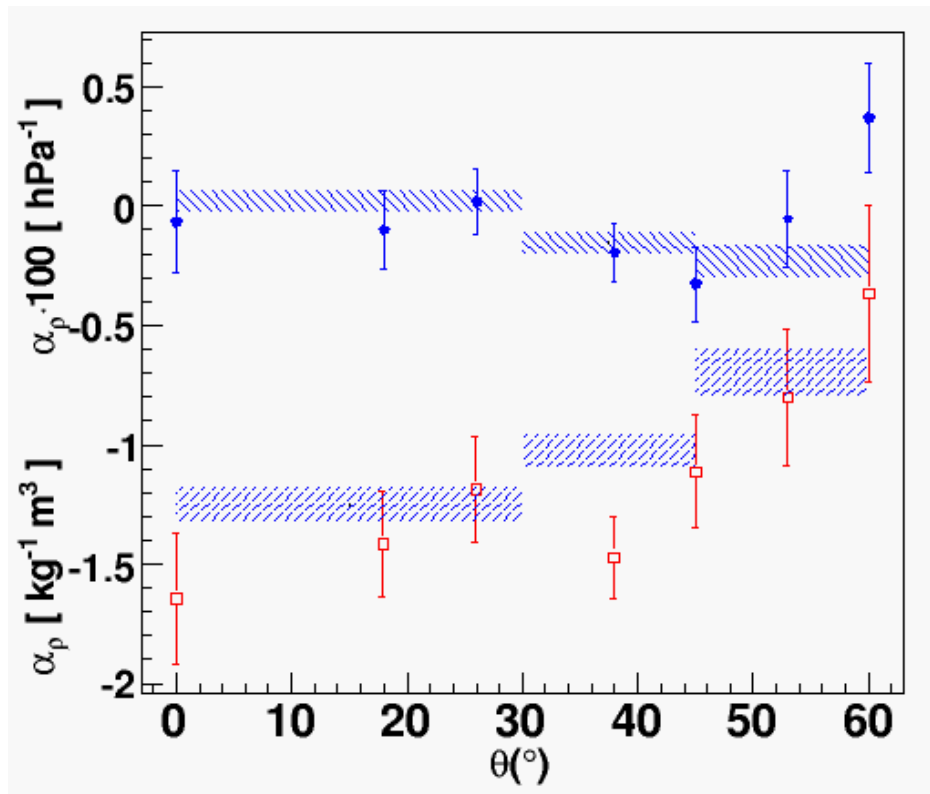


FIG. 2.15: Comparaison entre les résultats de notre ajustement pour la pression et la densité moyennée sur 24 heures (rectangles hachurés) et les résultats de simulations numériques de développement de gerbes dans des atmosphères dont la pression et la densité varient effectuées par C. Bleve de Leeds. L'accord est tout à fait remarquable.

la carte de couverture calculée avec une acceptance constante et celle calculée avec notre modèle incluant les conditions atmosphériques. L'amplitude de la différence est de l'ordre du pourcent, notre méthode représente donc une amélioration significative si l'on veut rechercher des anisotropies d'une telle d'amplitude dans les rayons cosmiques autour de  $10^{18}$  eV. L'étude de la corrélation avec les variables atmosphériques fait l'objet d'un article de la collaboration Pierre Auger actuellement en préparation.

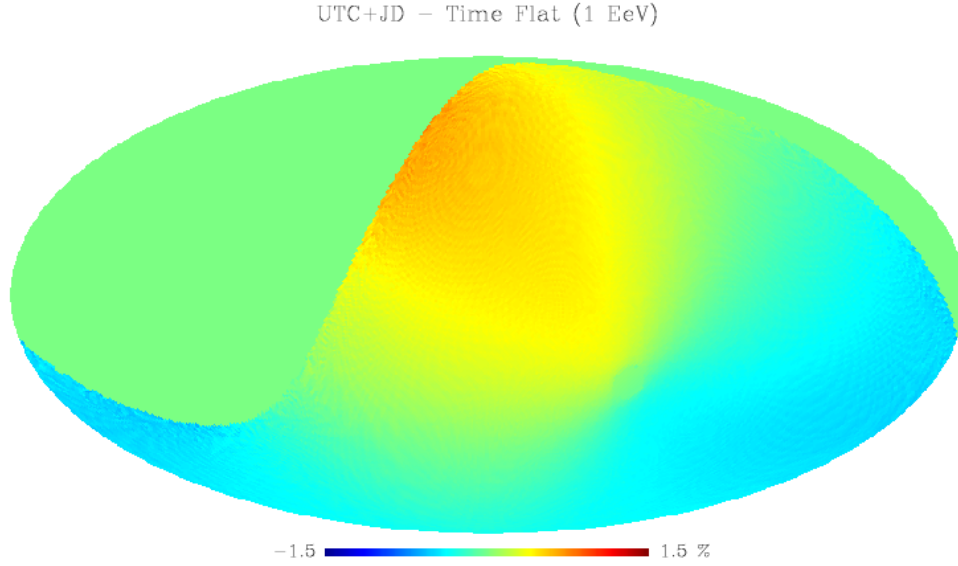


FIG. 2.16: *Différence relative entre les cartes de couverture calculées avec et sans prise en compte de l'acceptance variable liée aux conditions atmosphériques. L'amplitude, de 1% est comparable à celle des anisotropies que l'on cherche à mesurer.*

Une application intéressante de la prise en compte de la modulation temporelle de l'acceptance liée aux effets atmosphériques est le calcul d'un nouveau spectre en énergie corrigé. En effet la calibration en énergie d'Auger repose sur une méthode hybride incluant les événements reconstruits à la fois par le détecteur de surface et par le détecteur de fluorescence. Ce dernier est connu pour être "plus simple" à calibrer (ou du moins pour être affecté de moins d'effets systématiques car l'a procédure de calibration en elle même est complexe) puisque le nombre de particules directement observé est simplement relié à l'énergie du rayon cosmique incident et parceque la fluorescence est induite par la partie électromagnétique de la gerbe qui n'est pas affectée par les incertitudes importantes sur l'extrapolation des sections efficaces hadroniques (alors que ces sections efficaces jouent un rôle important dans la calibration du détecteur de surface). On utilise donc le signal reconstruit à 1000 mètres avec le détecteur de surface et l'énergie reconstruite par le détecteur de fluorescence à divers angles zénithaux pour calibrer le détecteur de surface. Or, comme on l'a vu, le signal déposé à 1000 mètres est affecté par les modulations de pression et de densité (donc de température). Comme les événements hybrides ne sont enregistrés que la nuit lorsqu'il fait plus froid en moyenne, cela induit un décalage systématique de l'énergie reconstruite par le détecteur de surface. Nous avons utilisé notre compréhension des effets atmosphériques pour redéfinir une nouvelle procédure de calibration [Rouillé d'Orfeuil, 2007] conduisant à une correction d'environ 2% (l'effet était donc assez modéré). La figure 2.17 montre les spectres avant et après correction.

Pour finir cette section consacrée aux effets consécutifs aux variations de l'acceptance, ajoutons qu'il semble que bien avant nous, Millikan avait pensé à utiliser les rayons cosmiques afin de prédire la météorologie comme l'atteste la figure 2.18.



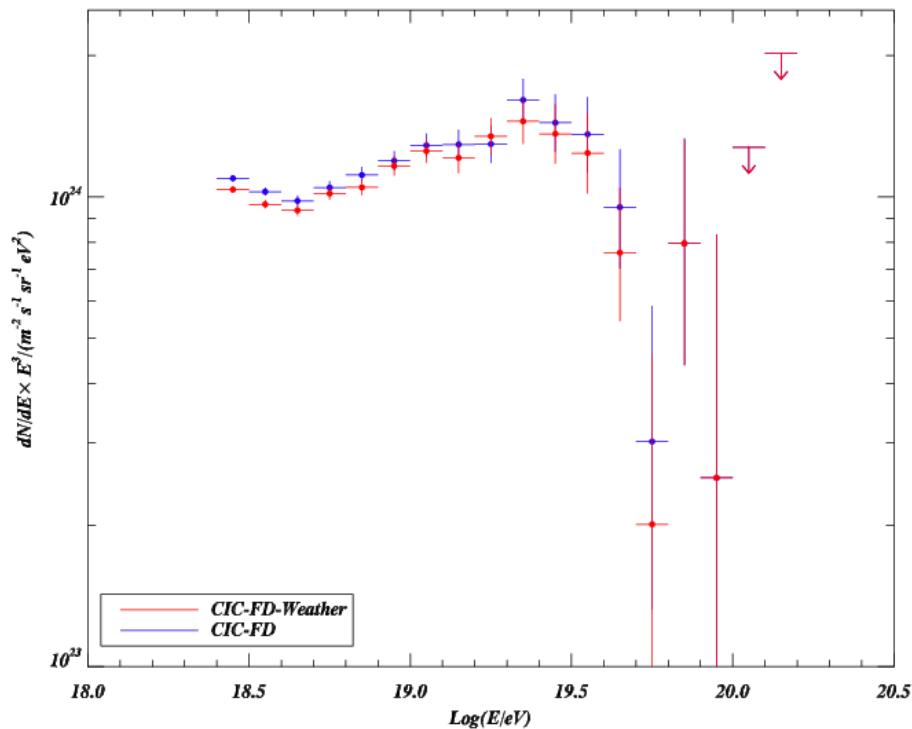


FIG. 2.17: Spectre en énergie des événements du détecteur de surface de l'Observatoire Pierre Auger (jusqu'à mi-2007) sans tenir compte des effets atmosphériques (bleu) et en en tenant compte (rouge). La différence demeure modérée (2%) mais systématique. Il convient donc de prendre cette correction en compte.

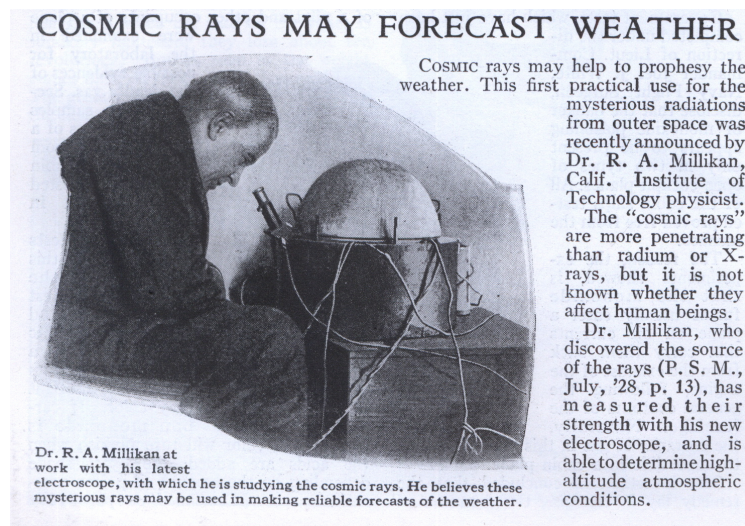


FIG. 2.18: Millikan envisageait déjà d'utiliser les rayons cosmiques pour faire de la météorologie...

### 2.1.5 Comparaison entre *scrambling* et méthode semi-analytique

Nous avons vu dans la précédente section l'importance que revêt le calcul de la carte de couverture pour la recherche d'anisotropies. En particulier, nous avons pu voir que des effets subtils rendent cette carte de couverture plus complexe qu'on le croirait au premier abord. Nous avons montré que nous avions développé Benjamin Rouillé d'Orfeuil, Benoît Revenu et moi même une méthode précise, semi-analytique, permettant de tenir compte de tous ces effets. Notre méthode est, je le rappelle, exacte pour peu que le modèle d'acceptance soit exacte. Elle est en outre insensible à la présence d'une éventuelle anisotropie sur le ciel.

Comme on l'a dit plus haut, la méthode que nous avons développée est sensiblement différente de la méthode traditionnelle, le *scrambling* qui repose sur la fabrication de jeux factices de données en échangeant les temps d'arrivée entre les événements. Nous avons procédé à une comparaison exhaustive de ces deux méthodes en utilisant sur des événements simulés incluant divers effets : anisotropie sur le ciel et/ou modulation azimutale et temporelle de l'acceptance. Nous avons tiré de ce travail une note interne très détaillée [Rouillé d'Orfeuil et al., 2005] sous le nom de GAP-2005-083. Les conclusions de cette étude sont sans appel : la méthode semi-analytique conduit à une bien meilleure connaissance de la carte de couverture comme l'atteste le RMS des résidus toujours au moins 2 fois plus petits que dans le cas de l'utilisation du *scrambling*. Cette nette supériorité est particulièrement sensible lorsque le ciel comporte une véritable anisotropie qui est toujours partiellement absorbée par la méthode du *scrambling*. Les raisons principales de cette amélioration tiennent en particulier au lissage de la distribution en angle zénithal obtenu par l'ajustement d'une fonction motivée physiquement. On diminue ainsi l'impact des fluctuations statistiques du jeu de données utilisé tout en s'abstrayant efficacement d'une éventuelle anisotropie réelle.

## 2.2 Outils pour la recherche d'anisotropies

Une fois la carte de couverture connue, l'étape suivante est de détecter des excès d'événements par rapport à cette carte. Dans tous les cas, le but principal est bien sur, rappelons le, d'avoir des informations sur les sources des rayons cosmiques ultra-énergétiques. Je décris dans cette section les diverses techniques que mes collaborateurs (B. Rouillé d'Orfeuil et B. Revenu) et moi avons développées pour mettre en évidence la présence d'anisotropies qu'elles soient aux petites échelles (recherches de sources ponctuelles, fonction de corrélation à deux points) ou aux grandes échelles (spectre de puissance angulaire, ajustement de dipôles). Il existe naturellement d'autres tests statistiques qui ne sont pas décrits ici. Je me contente de décrire ceux pour lesquels nous avons eu un apport spécifique.

### 2.2.1 Recherche de sources ponctuelles

La difficulté à identifier des sources dans le rayonnement cosmique tient à la très faible statistique disponible. Plusieurs annonces ont déjà été faites par d'autres expériences d'événements provenant de directions significativement proches les unes des autres, d'excès d'événements localisés près de directions d'où l'on attend un flux important (centre Galactique par exemple). Le problème ici est de déterminer correctement la *significance*<sup>3</sup> d'un tel excès compte tenu des nombreuses coupures que l'on réalise sur les données (souvent à posteriori). Il convient en principe de tenir compte de facteurs de pénalité pour calculer la probabilité qu'un excès soit simplement dû à une fluctuation statistique. Or, ces facteurs de pénalité sont très complexes à calculer puisqu'il est difficile d'identifier quelles ont été toutes les coupures faites sur les données ayant mené à l'identification d'un excès.

La Collaboration Pierre Auger a décidé d'adopter une approche plus conservative pour éviter d'avoir à

<sup>3</sup>Nous utiliserons cet anglicisme dans la suite pour mesurer un écart à la distribution attendue dans le cas d'un signal nul. La définition anglaise est : *the extent to which a result deviates from that expected to arise simply from random variation or errors in sampling*.

faire face à de telles incertitudes : on s'autorise à rechercher sur les données déjà enregistrées n'importe quel type d'anisotropies, en faisant toutes les coupures possibles, sans tenir compte de facteurs de pénalité. Si jamais l'une de ces analyses conduit à la détection d'un excès "convaincant", alors on rédige un document interne spécifiant les coupures réalisées, la méthode de détection et la durée nécessaire à l'enregistrement de suffisamment de données pour atteindre un certain rapport signal sur bruit. Il s'agit de ce que l'on appelle une *prescription* qui sera utilisée ensuite pour confirmer ou infirmer l'excès convaincant, mais sur un jeu de données indépendant pris **après l'écriture de la prescription**. Puisque les coupures et l'analyse sont définies à priori, aucun facteur de pénalité ne devra être calculé à l'expiration de la prescription et la *significance* de l'excès est alors trivialement calculée. Mes collaborateurs et moi nous sommes concentrés sur le développement de méthodes permettant d'identifier des excès aux petites et aux grandes échelles (qui feront l'objet de la section suivante). Le problème posé est simple : compte tenu d'un jeu d'événements (dont on connaît l'énergie et la direction d'arrivée) et de la carte de couverture associée, la direction  $\vec{n}$  dans le ciel correspond-elle à un excès d'événements ? avec quelle *significance* statistique ?

La méthode du maximum de vraisemblance semble au premier abord la plus appropriée d'un point de vue strictement théorique : elle permet de tenir compte de la distribution poissonnienne du nombre d'événements et d'écrire explicitement la loi de probabilité associée à chaque direction du ciel et de prendre en compte la résolution du détecteur de manière exacte. Cependant, il nous a semblé que cette méthode était en quelque sorte trop raffinée compte tenu de la faiblesse du signal attendu. L'objectif ici est de découvrir des sources éventuelles, non pas de mesurer leur flux ou leur spectre ... nous n'en sommes pas encore là. Nous nous sommes donc concentrés sur une méthode moins raffinée mais infiniment plus facile à mettre en oeuvre : nous passons par une version pixellisée de la carte des événements, ramenée à une résolution légèrement dégradée par rapport à la résolution angulaire du détecteur (via une convolution de la carte). L'utilisation de cartes était pour moi une démarche naturelle après avoir travaillé auparavant sur l'étude du fond diffus cosmologique (voir partie II de ce document) et j'ai pu ainsi introduire la pixellisation Healpix [Gorski, 2004] qui présente l'avantage d'avoir des pixels de surface égale sur toute la sphère et de permettre de nombreuses opérations rapides (en particulier le calcul des coefficients du développement en harmoniques sphériques en utilisant des Transformées de Fourier Rapides facilitant toutes les opérations de convolution). On calcule à partir de la carte d'événements lissée et de la carte de couverture la *significance* de la mesure de  $N(\vec{n})$  événements pour  $C(\vec{n})$  attendus via l'estimateur de Li & Ma [Li et Ma, 1983] très largement utilisé en astronomie gamma. Cet estimateur permet de calculer la *significance* d'une variable poissonnienne avec une bonne précision dans le régime des petits comptages où la distribution s'éloigne de la distribution normale. Une fois la carte de *significance* réalisée, il ne reste qu'à y rechercher des maxima locaux qui sont autant de candidats potentiels. On montre sur la figure 2.2.1 les différentes étapes permettant de faire une "recherche aveugle" de sources sur les données de l'Observatoire Pierre Auger. Cette méthode simple en apparence nous a pourtant demandé beaucoup de travail, essentiellement celui qui a été décrit à la section précédente concernant le calcul de la carte de couverture. Nous avons appliqué notre méthode aux données prises jusqu'à mi-2005 pour l'analyse destinée à l'ICRC 2005 ou nous avons publié ce travail [Revenu, 2005]. Aucun excès significatif n'a pu être mis en évidence à ce jour. On peut le voir sur le dernier graphe de la figure 2.19 qui montre l'histogramme des *significances*, au sens de Li & Ma, calculées pour le jeu de données présenté à l'ICRC en 2005.

### 2.2.2 Fonction de corrélation à deux points

Un autre manière de rechercher des sources, sans doute plus propre à donner des résultats rapidement est de calculer la fonction d'autocorrélation des événements. En effet, les rayons cosmiques traversent des zones dans lesquelles règnent des champs magnétiques durant leur trajet : le champ intergalactique est faible (de l'ordre de quelques dizaines de nG) mais elle y parcourent une longue distance, le champ magnétique Galactique est lui nettement plus élevé (quelques  $\mu\text{G}$ ). On s'attend à ce que les rayons cosmiques, puisqu'ils sont chargés, subissent des déflexions dans ces champs magnétiques dont une partie est turbulente (environ la moitié dans le champ Galactique). Les éventuelles sources pourraient donc être considérablement "floues" si on les observe via les rayons cosmiques. Ceci diminuerait significativement le rapport signal sur bruit pour une recherche directe de source comme décrite dans le paragraphe précédent. En revanche, un

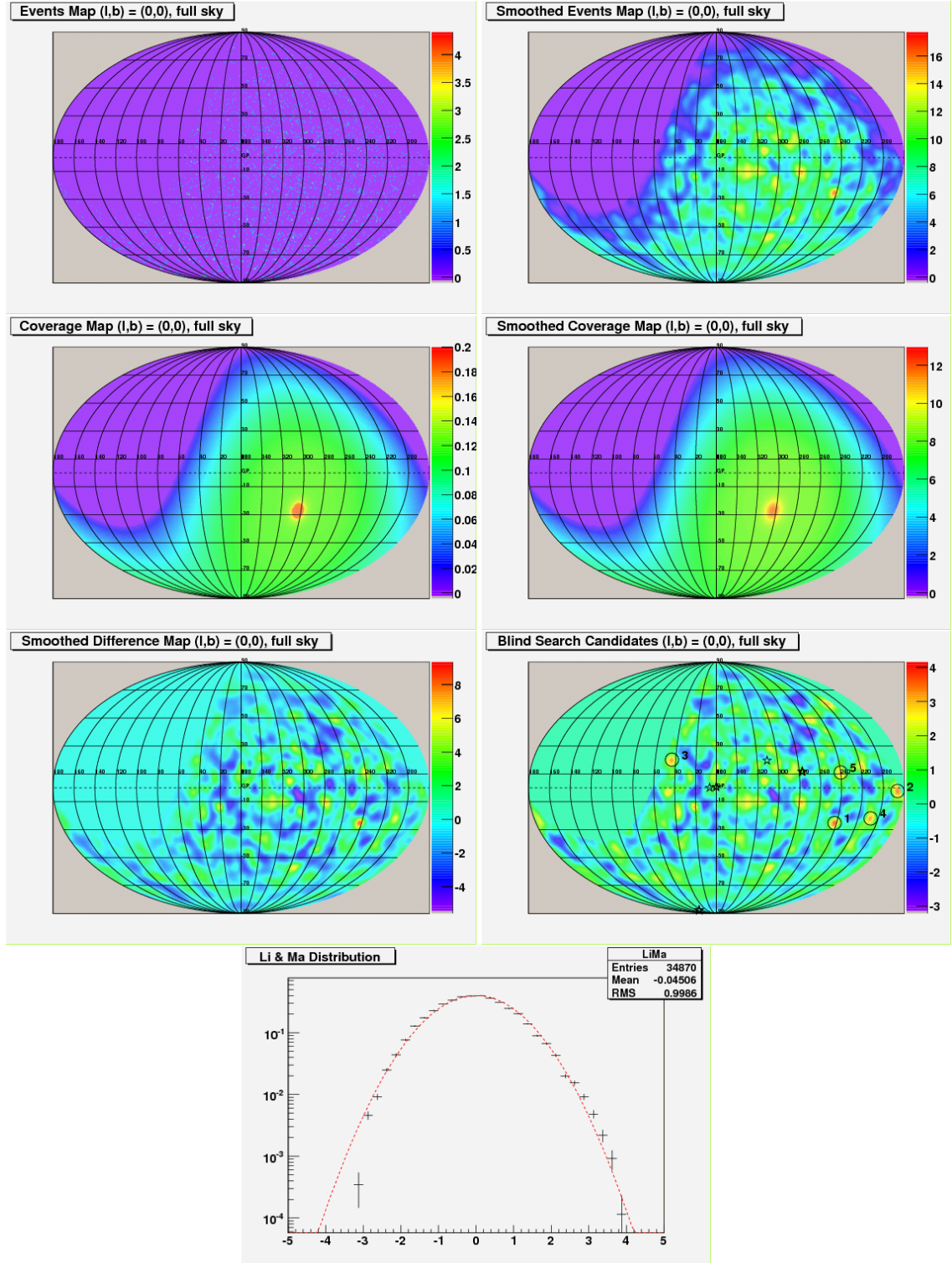


FIG. 2.19: Étapes de la recherche de source (de gauche à droite et de bas en haut) : a) Carte brute de nombre d'événements par pixel. b) carte lissée avec un lobe Gaussien de 3 degrés. c) Carte de couverture brute. d) Carte de couverture lissée avec le même lobe. e) Carte de différence (événements moins couverture). f) Carte de signification au sens de Li et Ma avec les excès au delà de  $3\sigma$  entourés en noir. Les étoiles noires représentent les cibles astrophysiques qui faisaient l'objet de la prescription initiale de la collaboration (avant la prise de données) [Clay, 2003]. g) Histogramme des significances. La courbe rouge est une gaussienne de largeur 1 centrée sur 0 et normalisée. Elle n'est pas ajustée sur les données. On ne voit aucun excès significatif.

calcul d'autocorrélation (ou fonction de corrélation à deux points) devrait permettre de voir une tendance des rayons cosmiques à arriver de directions proches les uns des autres. La fonction de corrélation à deux points n'est rien d'autre que l'histogramme des séparations angulaires entre deux événements qu'il convient de corriger de la couverture non uniforme du ciel. Si la distribution des rayons cosmiques est uniforme, la fonction de corrélation à deux points est constante. Un excès aux plus petites échelles est la signature d'un *clustering* des événements. Ici encore, mon expérience dans l'étude du fond diffus cosmologique m'a été bénéfique puisque l'une des méthodes pour mesurer le spectre de puissance angulaire du CMB sur une portion incomplète de ciel repose sur le calcul de la fonction d'autocorrélation [Szapudi et al., 2001] (spectre de puissance angulaire et fonction d'autocorrélation sont la transformée en harmonique sphériques l'une de l'autre). J'ai ainsi développé une méthode [Hamilton et al., 2003] permettant de calculer rapidement la fonction d'autocorrélation des événements de l'Observatoire Pierre Auger en passant par le calcul des coefficients du développement en harmoniques sphériques des cartes pixellisées. Cette étape permet d'éviter de calculer les séparations des  $N(N-1)/2$  paires d'événements qui demanderait un temps CPU très important empêchant de calculer les erreurs via des simulations Monte-Carlo. On calcule ainsi la fonction de corrélation brute de la carte d'événements via :

$$C_{\text{evt}}(\theta) = \sum_{\ell} \frac{2\ell + 1}{4\pi} C_{\ell}^f P_{\ell}(\cos \theta) \quad (2.13)$$

où  $P_{\ell}(\cos \theta)$  sont les polynômes de Legendre et  $C_{\ell}^f$  le spectre de puissance angulaire de la carte (à strictement parler c'est un pseudo-spectre car il est calculé sur une carte couvrant le ciel de manière inhomogène) calculé à partir des coefficients  $a_{\ell m}$  de son développement en harmonique sphérique. On calcule de la même manière la fonction d'autocorrélation  $C_{\text{cov}}(\theta)$  associée à la carte de couverture et la fonction d'autocorrélation finale, corrigée de l'effet de couverture est donnée par :

$$C(\theta) = \frac{C_{\text{evt}}(\theta)}{C_{\text{cov}}(\theta)} - 1 \quad (2.14)$$

le résultat est représenté sur la figure 2.20 pour les événements de plus de  $50 \times 10^{18}$  eV enregistrés jusqu'à mars 2007. On y voit un léger excès aux petites échelles qui pourrait être la contrepartie de la corrélation découverte par une autre équipe d'Auger avec un catalogue de noyaux actifs de galaxies [Pierre Auger Collaboration, 2007].

### 2.2.3 Anisotropies aux grandes échelles

Aux plus grandes échelles, plusieurs alternatives sont possibles pour rechercher des anisotropies. Une méthode traditionnelle dans la communauté des rayons cosmiques était d'ajuster simplement une sinusoïde sur la distribution en ascension droite des événements. Je suis personnellement assez hostile à cette méthode qui par construction ne peut mettre en évidence que des anisotropies orientées en ascension droite. Un dipôle, même de très forte amplitude, orienté suivant l'axe Nord-Sud passerait ainsi totalement inaperçu.

Nous avons développé deux méthodes alternatives ne souffrant pas de ce biais : d'une part un ajustement sur les données d'une forme dipolaire multipliée par la carte de couverture permettant de reconstruire

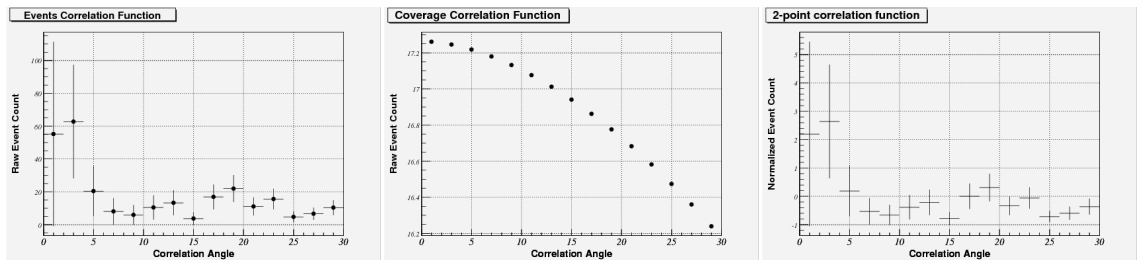


FIG. 2.20: De gauche à droite : fonction de corrélation brute des événements  $C_{\text{evt}}(\theta)$ , fonction de corrélation de la carte de couverture  $C_{\text{cov}}(\theta)$  et fonction de corrélation finale  $C(\theta)$ .

l'amplitude et la direction du dipôle. Cette méthode est présentée en détails dans l'article sur les anisotropies aux grandes échelles et le calcul de la couverture présenté à l'ICRC en 2005 [Hamilton, 2005]. Elle est aussi comparée à d'autres méthodes développées au sein de la collaboration [Aublin et al., 2005, Mollerach et al., 2005]. On ne peut cependant pas vraiment aller au-delà du mode  $\ell = 1$  avec ce genre de méthode. La table 2.1 tirée de cet article compare notre méthode (première ligne) aux deux autres. Les trois méthodes ont des performances comparables que ce soit en terme de temps de calcul ou de résolution.

	$\langle a \rangle$	$\sigma_a$	$\langle \delta \rangle$	$\sigma_\delta$	$\langle \alpha \rangle$	$\sigma_\alpha$
Direct fit	4.4%	$\pm 1.3\%$	-43.5°	$\pm 17.9^\circ$	3.0°	$\pm 19.6^\circ$
Dipole Vector [Mollerach et al., 2005]	5.8%	$\pm 1.7\%$	-44.6°	$\pm 19.1^\circ$	-0.3°	$\pm 21.6^\circ$
$\chi^2$ +Rayleigh [Aublin et al., 2005]	5.4%	$\pm 1.3\%$	-44.5°	$\pm 16.1^\circ$	0.2°	$\pm 17.6^\circ$

TAB. 2.1: Paramètres reconstruits (amplitude, ascension droite et déclinaison) et incertitudes sur le dipôle par les trois méthodes sur un grand nombre de simulations. Le dipôle simulé avait une amplitude de 5% vers ( $\alpha = 0, \delta = 45^\circ$ ).

La seconde alternative est de calculer le spectre de puissance angulaire  $C_\ell$  en le corrigeant des effets de la couverture non uniforme. Nous avons travaillé sur ces deux méthodes, la seconde étant une nouveauté dans la collaboration que j'ai introduite grâce à mon expérience passée dans le calcul de ce spectre pour le fond diffus cosmologique (voir partie II). Nous avons ainsi adapté la méthode que j'avais utilisée pour Archeops (voir Partie II, chapitre 5) basée sur l'algorithme MASTER [Hivon et al., 2002] qui permet de passer de pseudo- $C_\ell$  (calculé sur une couverture non uniforme, induisant un couplage entre modes) aux véritables  $C_\ell$  via la détermination et l'inversion de la matrice de couplage. L'originalité de notre travail réside dans le calcul explicite des barres d'erreurs qui est rendu possible du fait de la nature purement poissonnienne du bruit (contrairement au cas classique du CMB où le bruit a une structure plus complexe, impliquant souvent le recours à des simulations Monte-Carlo). Ce travail, réalisé en collaboration avec E. Armengaud (doctorant à l'APC), O. Deligny et A. Letessier-Selvon (LPNHE) a d'abord fait l'objet d'une note interne [Hamilton et al., 2004b] puis d'un article [Deligny et al., 2005]. Mon étudiant B. Rouillé d'Orfeuil l'a ensuite implémenté dans le cadre de notre "Coverage and Anisotropy Toolkit" ce qui a permis de faire cette analyse de manière exhaustive sur les données de l'Observatoire Pierre Auger.

Dans le cas d'une couverture partielle du ciel, le champ d'anisotropies s'écrit  $\tilde{\Delta}(\vec{n}) = w(\vec{n})\Delta(\vec{n})$  où  $w(\vec{n})$  est la carte de couverture qui s'annule éventuellement sur une partie de la sphère. La transformée en harmonique sphérique  $\tilde{a}_{\ell m}$  de cette carte est :

$$\tilde{a}_{\ell m} = \int_{4\pi} \Delta(\vec{n}) w(\vec{n}) Y_{\ell m}^*(\vec{n}) d\Omega \quad (2.15)$$

$$= \sum_{\ell_1=1}^{\infty} \sum_{m_1=-\ell_1}^{\ell_1} a_{\ell_1, m_1} \int_{4\pi} Y_{\ell_1 m_1}(\vec{n}) w(\vec{n}) Y_{\ell m}^*(\vec{n}) d\Omega \quad (2.16)$$

Les  $\tilde{a}_{\ell m}$  sont des combinaisons linéaires des  $a_{\ell m}$  de la carte initiale. Il s'agit en fait d'une convolution ce qui n'est pas surprenant puisque c'est un produit dans l'espace direct. Les modes du spectre de puissance sont donc couplés les uns aux autres comme on peut le voir sur la figure 2.21 tirée de [Hamilton et al., 2004b].

On montre [Hivon et al., 2002, Hamilton et al., 2004b] que :

$$\langle \tilde{C}_\ell \rangle = \sum_{\ell_1} M_{\ell\ell_1} C_{\ell_1} \quad (2.17)$$

où la matrice  $M$  de couplage des modes est reliée au spectre de puissance de la carte de couverture par :

$$M_{\ell\ell_1} = \frac{2\ell_1 + 1}{4\pi} \sum_{\ell_2=1}^{\infty} (2\ell_2 + 1) \mathcal{W}_{\ell_2} \begin{pmatrix} \ell & \ell_1 & \ell_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \quad (2.18)$$

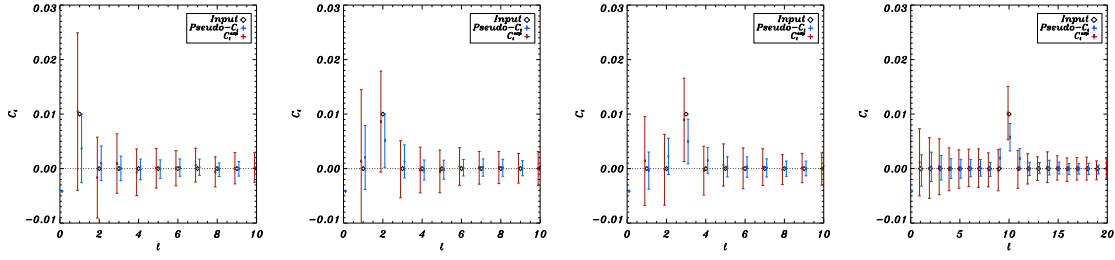


FIG. 2.21: Spectre de puissance reconstruits avec (rouge) et sans (bleu) correction pour le couplage des modes pour des spectres présentant un simple dirac à un mode unique  $\ell = 1, 2, 3, 10$  de gauche à droite. Les barres d'erreur viennent ici d'une simulation Monte-Carlo.

qui dépend des symboles 3-j de Wigner. On reconstruit alors le spectre initial par simple inversion de la matrice  $M$ . Si elle n'est pas inversible, cela signifie que la portion de ciel observée est trop petite pour permettre de retrouver tous les modes indépendamment, la solution est alors de regrouper les modes en bins de taille suffisante pour rendre la nouvelle matrice inversible. En pratique, dans le cas de l'Observatoire Pierre Auger, la couverture est suffisamment large pour que tous les modes puissent être reconstruits indépendamment [Deligny et al., 2005] :

$$\langle C_\ell^{\text{exp}} \rangle = \sum_{\ell_1=1}^{\infty} M_{\ell\ell_1}^{-1} \langle \tilde{C}_{\ell_1} \rangle \quad (2.19)$$

$C_\ell^{\text{exp}}$  est alors le spectre de puissance non biaisé, mais local, au sens où il n'a été calculé qu'avec une certaine portion de tout le ciel. Ce résultat totalement général peut être précisé dans le cas de l'observation des rayons cosmiques puisque le nombre observé dans chaque direction (pixel) du ciel suit une distribution poissonnienne de moyenne :

$$I(\vec{n}) = \frac{N}{4\pi} w(\vec{n}) [1 + \Delta(\vec{n})] \quad (2.20)$$

Ce bruit poissonnien introduit un terme supplémentaire (similaire à celui du bruit instrumental dans le cas du CMB) dans le spectre et finalement :

$$\langle C_\ell^{\text{exp}} \rangle = C_\ell + \frac{4\pi}{N} \frac{f_1^2}{f_2} \quad \text{avec} \quad f_i = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} w^i(\vec{n}) d\Omega \quad (2.21)$$

Dans le cas où  $C_\ell = 0$  (ie pour un ciel isotrope), nous avons calculé analytiquement (le calcul est quelque peu pénible) la variance sur le spectre reconstruit :

$$V(C_\ell^{\text{exp}}) = \sum_{\ell_1=1}^{\infty} \sum_{\ell_2=1}^{\infty} M_{\ell\ell_1}^{-1} \text{cov}(\tilde{C}_{\ell_1}, \tilde{C}_{\ell_2}) (M_{\ell_2\ell}^{-1})^t \quad (2.22)$$

Les résultats de cette analyse sur les données de l'Observatoire Pierre Auger sont représentées sur la figure 2.22. On voit que dans les deux intervalles en énergie considérés, le spectre est partout compatible avec 0, comme on l'attend d'une distribution uniforme. C'est aussi en utilisant cette méthode que l'on avait calculé le spectre de puissance présenté figure 2.9 montrant l'importance de la prise en compte de l'acceptance variable pour la recherche d'anisotropies aux grandes échelles.

## 2.3 Coverage and Anisotropy Toolkit

Une fois tous les outils décrits ci-dessus développés et testés, nous avons entrepris de fournir à la Collaboration une librairie permettant à tout un chacun d'utiliser nos techniques sans avoir forcément à trop



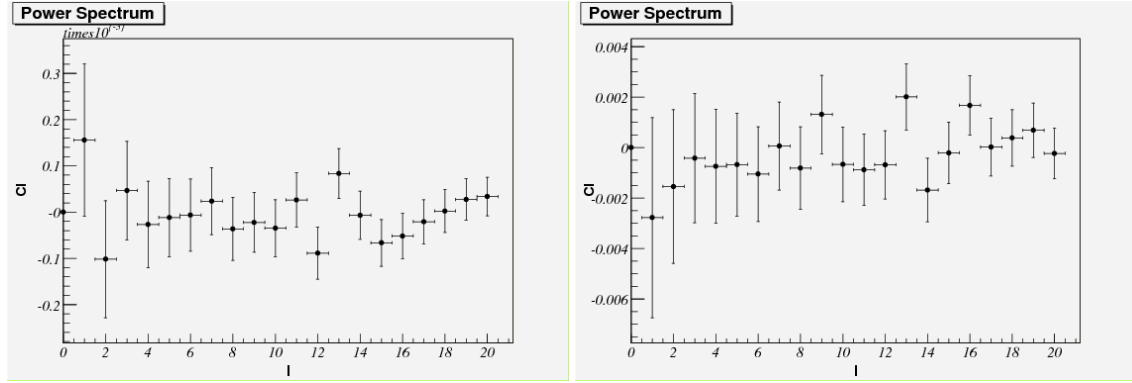


FIG. 2.22: *Spectre de puissance angulaire des événements d'énergie supérieure à  $10^{18}$  eV (gauche) et  $5 \times 10^{18}$  eV (droite). La carte de couverture utilisée tient compte de la modulation temporelle de l'acceptance.*

entrer dans les détails algorithmiques. La plupart des programmes développés au sein de la collaboration Pierre Auger sont écrits en C++ et reposent sur la librairie du ROOT [Brun et Rademaker, 1999] développée au CERN. Benjamin Rouillé d'Orfeuil, Benoît Revenu et moi-même nous sommes donc fondus dans le moule (douloureusement me concernant) et avons implémenté l'ensemble de nos outils dans ce cadre. Les fonctionnalités disponibles dans notre librairie sont les suivantes :

- Simulation d'événements suivant un modèle d'acceptance quelconque, et suivant une distribution quelconque sur le ciel.
- Carte de couverture semi-analytique incluant ou non des variations en azimut et temps de l'acceptance. Dans le cas de la variation en temps, un fichier d'acceptance en fonction du temps quelconque peut être utilisé.
- Carte de couverture via la méthode du *scrambling* incluant de nombreuses options alternatives.
- Manipulation de cartes Healpix (affichage dans diverses projections, convolution, transformation en harmoniques sphériques)
- Recherche aveugle de sources, calcul d'excès dans une direction donnée
- Calcul de fonction de corrélation à deux points, barres d'erreur via Monte-Carlo
- Calcul de spectre angulaire de puissance, barres d'erreur analytiques ou via Monte-Carlo
- Ajustement de dipôle en tenant compte de la carte de couverture
- Méthode de Rayleigh (sinusoïde en ascension droite)
- Recherche d'excès de *significance* au voisinage de sources de catalogues.

tous ces outils sont implémentés de manière modulaire et peuvent servir de base au développement de nouvelles méthodes. La figure 2.23 montre quelques captures d'écran des résultats et cartes obtenues avec le Coverage and Anisotropy Toolkit (la plupart des figures de cette section ont été obtenues avec cette librairie).



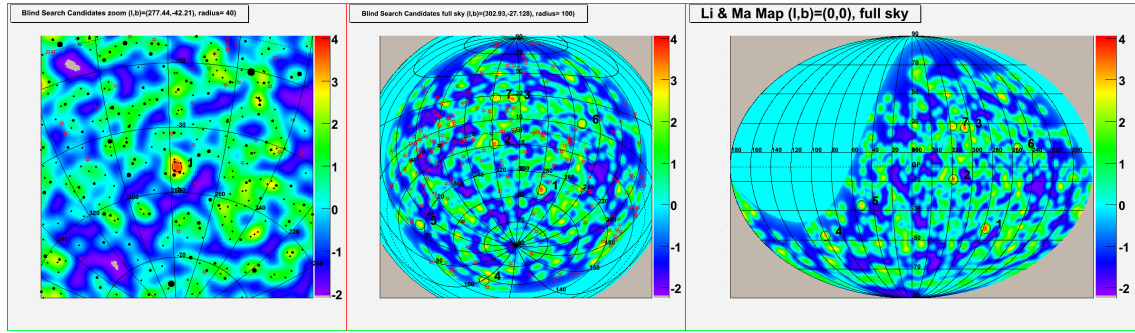


FIG. 2.23: Captures d'écran des résultats du Coverage and Anisotropy Toolkit. Les points noirs représentent les événements et leur diamètre est proportionnel à l'énergie reconstruite.

## Conclusions

Si elle était très prometteuse au départ, la recherche d'anisotropies avec l'Observatoire Pierre Auger s'est avérée quelque peu décevante dans un premier temps puisque malgré nos efforts, le ciel est longtemps demeuré parfaitement compatible avec l'isotropie, que ce soit aux petites ou aux grandes échelles. Les choses ont cependant changé depuis puisque la collaboration a publié un article [Pierre Auger Collaboration, 2007] annonçant la découverte d'une corrélation significative entre les événements enregistrés par l'Observatoire Pierre Auger et un catalogue de noyaux actifs de galaxies. C'est un résultat majeur. Si on l'associe à l'observation indubitable de la coupure GZK dans le spectre des rayons cosmiques avec l'observatoire Pierre Auger, il apparaît clairement que les processus *bottom-up* sont responsables de l'accélération des rayons cosmiques aux plus hautes énergies. Il ne faut certainement pas prendre cette corrélation trop "au pied de la lettre", on observe une corrélation entre deux catalogues, l'un de rayons cosmiques et l'autre, réputé statistiquement incomplet, de noyaux actifs de galaxies. Or, il se trouve que les noyaux actifs de galaxies, se trouvent là où se trouve la matière dans l'Univers. Cette corrélation n'indique donc certainement pas que l'origine des rayons cosmiques **est** dans les noyaux actifs de galaxies. Les informations sont encore loin d'être suffisantes pour tirer une telle conclusion (ainsi que cela a été souligné à maintes reprises par les membres de la collaboration). En revanche elle nous indique que les rayons cosmiques les plus énergétiques sont anisotropes et que leurs directions d'arrivée semblent être corrélées aux concentrations de matière.

Ce premier résultat laisse pressentir que les sources sont enfin à la limite de la détection. L'astronomie avec des rayons cosmiques peut enfin débiter. Elle dévoilera les aspects les plus violents de notre Univers...



## Chapitre 3

# Recherche de photons

---

*L'une des signatures les plus claires des processus top-down est la présence de photons aux plus hautes énergies dans le spectre du rayonnement cosmique. Ces photons étaient d'autant plus attendus qu'ils pouvaient donner une explication aux événements trans-GZK observés par la collaboration AGASA. L'Observatoire Pierre Auger se devait bien sûr d'investiguer cette piste. Les gerbes de photons ont la particularité de se développer plus lentement dans l'atmosphère que celles issues de hadrons, d'une part car elle sont purement électromagnétiques, et d'autre part en raison de l'effet LPM (Landau-Pomeranchuk-Migdal) qui ralentit les premières étapes de leur développement. Mon équipe s'est engagée dans la recherche de photons avec le détecteur de surface, l'idée étant de compenser le fait que ce détecteur n'est pas directement sensible au développement longitudinal de la gerbe par la grande statistique disponible. Nous avons pu construire une variable discriminante basée sur des observables du détecteur de surface permettant de distinguer efficacement protons et photons et l'avons utilisée pour établir une limite supérieure sur la fraction de photons, mettant en grande difficulté les modèles top-down.*

---

Le second pan de mes activités au sein de la collaboration Pierre Auger est la recherche de photons dans le rayonnement cosmique. Il s'agit d'un travail fait en collaboration avec Pierre Billoir du LPNHE et son étudiante en thèse Cécile Roucelle. Tous les modèles *top-down* prédisent une forte fraction de photons dans les rayons cosmiques aux plus hautes énergies. En détecter ou placer une limite stricte sur leur nombre semblait donc particulièrement excitant. La statistique considérable disponible avec le détecteur de surface permettait d'envisager de donner rapidement des contraintes inégalées sur la fraction de photons et peut être d'exclure une partie des modèles *top-down*. Il semblait même probable que ce résultat serait le premier de la collaboration, bien avant d'avoir acquis la statistique nécessaire à la mesure du spectre, ce qui s'est avéré exact. Nous avons d'abord cherché à identifier les variables les plus discriminantes entre photons et protons sur des simulations, puis nous avons recherché dans les données réelles des événements ressemblant à des photons. L'absence de candidats nous a permis d'établir une limite forte (encore d'actualité) sur la fraction de photons dans le rayonnement cosmique et ainsi d'exclure une partie des modèles *top-down*. L'obtention de cette limite repose sur l'estimation de l'acceptance du détecteur pour des gerbes de photons et sur une reconstruction spécifique de l'énergie puisque les gerbes de photons sont très différentes de celles des protons.

Une dernière partie de ce chapitre sera consacrée à la recherche de photons en utilisant leurs éventuelles anisotropies. D'une part l'effet de conversion dans le champ géomagnétique des photons ultra-énergétique devrait se traduire par une asymétrie Nord/Sud sur le nombre d'événements observés aux plus hautes énergies. Par ailleurs, puisque nous avons construit une variable discriminante permettant d'identifier les gerbes les plus "photoniques", nous avons recherché des anisotropies parmi ces dernières. Rappelons que les

modèles *top-down* qui serait à l'origine de photons ultra-énergétiques prédisent en général une distribution fortement anisotrope de ces derniers (par exemple dans le cas de désintégration de matière noire ultra-lourde concentrée au centre Galactique). Une autre motivation est bien entendu que les photons ne subissent pas de déflexion dans les champs magnétiques et pourraient pointer vers les sources bien plus précisément que les protons ou noyaux.

L'ensemble des travaux décrits dans ce chapitre fait l'objet de la thèse de Cécile Roucelle [Roucelle, 2006] et comme dans le cas du chapitre précédent, le contenu de ce chapitre s'en inspire inévitablement. Notre résultat a été publié par la collaboration Auger [Pierre Auger Collaboration, 2008].

### 3.1 Variable discriminante pour les photons

#### 3.1.1 Gerbes de photons et de hadrons

L'Observatoire Pierre Auger a été initialement conçu et optimisé pour détecter des gerbes de hadrons. Elles se développent à partir de la première interaction entre rayon cosmique et la haute atmosphère, le nombre de particules augmentant progressivement jusqu'au maximum de développement, diminuant ensuite. La description du développement d'une gerbe de hadron est extrêmement complexe en raison des très nombreuses interactions possibles, dont une partie à lieu à des énergies qui n'ont pas encore été testées en laboratoire (voir figure 3.1). Les codes de simulation utilisés (CORSIKA [Homola et al., 2002], AIRES [Badagnani et Sciutto, 2005]) reposent sur des extrapolations des sections efficaces hadroniques : l'interaction entre un proton de  $10^{20}$  eV et l'atmosphère correspond dans le centre de masse à une collision de 450 TeV alors que les énergies les plus hautes mesurées à ce jour sont aux alentours de 2 TeV...

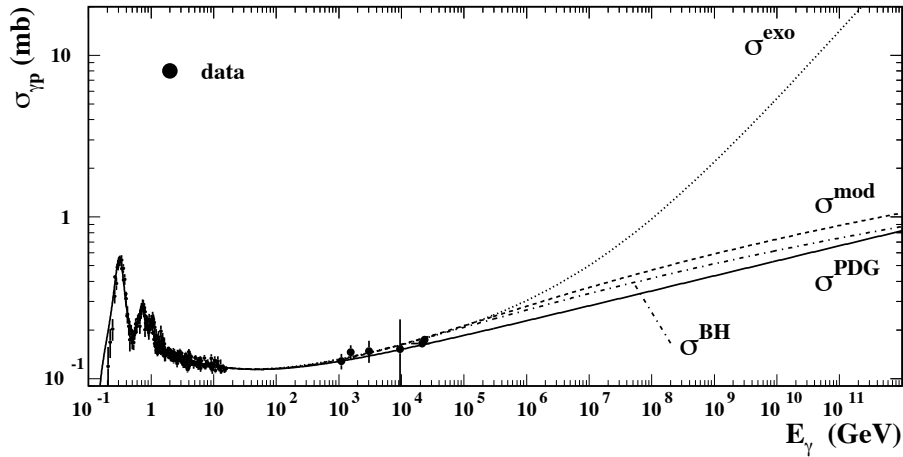


FIG. 3.1: Données et extrapolations proposées par différents auteurs des sections efficaces photonucléaires. L'extrapolation "Standard" est celle du PDG mais d'autres auteurs proposent des extrapolations différentes. Figure tirée de [Risse et al., 2006].

On peut voir la gerbe produite par un hadron dans l'atmosphère comme la superposition d'une gerbe hadronique (essentiellement des pions) avec une multitude de gerbes électromagnétiques dues aux désintégrations des pions neutres en photons. La partie électromagnétique reste donc alimentée en permanence par la partie hadronique jusqu'à ce que les pions cessent de produire des photons pour se désintégrer en muons et neutrinos. 90% de l'énergie est transférée à la gerbe électromagnétique et l'on trouve au sol des électrons, des photons et des muons, le reste s'étant désintégré bien avant. Les premières interactions dans la haute atmosphère sont essentiellement hadroniques et fortement inélastiques, elles sont soumises à d'importantes

fluctuations d'une gerbe à l'autre qui se traduisent par de larges différences entre ces gerbes au niveau du sol que l'on appelle fluctuations de gerbe à gerbe.

Les gerbes de photons sont bien sur très pauvres en hadrons puisque la section efficace de photoproduction de hadrons est 3 ordres de grandeur en dessous de celle de la production de paires. Leur développement va donc être significativement différent, elles vont en particulier se développer plus tardivement et donc être plus pénétrantes dans l'atmosphère. En plus de la faible production de hadrons qui résultent en une petite proportion de muons au sol, les processus en oeuvre sont l'émission de photons *Bremsstrahlung* et la production de paires d'électrons par interaction des particules de la gerbes avec le champ électrique des noyaux de l'atmosphère. L'effet Landau-Pomeranchuk-Migdal [Landau et Pomeranchuk, 1953, Migdal, 1956] (souvent connu sous le nom d'effet LPM) induit une forte suppression<sup>1</sup> de ces deux interactions aux énergies qui nous intéressent (au delà de quelques  $10^{17}$  eV) qui ralentit considérablement les premières étapes du développement des gerbes électromagnétiques comparativement aux gerbes hadroniques.

Le taux d'élongation de différents types de gerbes est représenté sur la figure 3.2, il s'agit de la profondeur moyenne du maximum de développement de la gerbe (en unité de  $\text{g.cm}^{-2}$  soit l'épaisseur d'atmosphère traversée) en fonction de l'énergie du rayon cosmique incident. On remarque que les gerbes les moins pénétrantes sont celles de noyaux de fer, elles seront donc à un stade plus avancé de leur développement en arrivant au sol que les gerbes issues de protons. Les gerbes de photons se développent encore moins rapidement en particulier en raison de l'effet LPM au delà de quelques  $10^{17}$  eV. On remarque aussi aux énergies extrêmes (au delà de  $5 \times 10^{19}$  eV) que le taux d'élongation des gerbes de photons chute. Cet effet provient de la conversion des photons dans le champ géomagnétique en paires d'électrons. Ces derniers rayonnent par *Bremsstrahlung* des photons qui vont encore se convertir. On a donc le développement d'une pré-gerbe avant même l'entrée dans l'atmosphère qui se traduit par un développement cette fois accéléré de la gerbe initiée par un photon, les particules de la pré-gerbe sont en effet moins énergétiques de sorte que l'effet LPM ne joue plus de rôle. La probabilité de conversion dépend de l'énergie du photon incident et de la composante transverse du champ magnétique. Les gerbes de photons converties auront donc un développement bien plus proche de celles de protons que les gerbes de photons non converties.

### 3.1.2 Signatures spécifiques des gerbes de photons

Les gerbes de photons ont donc deux caractéristiques principales qui les différencient des gerbes de hadrons (si l'on néglige l'effet de conversion à haute énergie) :

- un forte proportion électromagnétique (peu de muons)
- un développement plus tardif

Ce sont ces caractéristiques que nous avons mises à profit pour distinguer parmi les événements enregistrés par l'Observatoire Pierre Auger, ceux qui sont les plus compatibles avec des gerbes de photons.

La forte proportion en particules électromagnétiques dans les gerbes de photons va avoir pour conséquence directe un faible nombre de muons. Si l'on parvenait à compter les muons dans la gerbe, on disposerait d'une signature claire. Cependant, il est difficile de "compter" les muons précisément avec un détecteur Čerenkov (en raison de la trop petite résolution en temps) et cette signature ne s'est pas avérée très probante de sorte que nous ne l'avons pas utilisé pour construire notre variable discriminante. En revanche, la forme en temps du signal enregistré par chacune des cuves au passage de la gerbe va nous donner une information sur la proportion de muons. Ces derniers ne subissent pas les diffusions multiples que connaissent les particules électromagnétiques de sorte qu'ils arrivent légèrement avant et surtout avec une dispersion en temps plus faible. Le signal produit par une gerbe de protons sera donc moins étalé en temps que dans le cas d'une

<sup>1</sup>Sans rentrer dans les détails, donnons tout de même quelques explications sur l'effet LPM : l'émission *Bremsstrahlung* et la production de paires sont des processus qui peuvent avoir lieu sur des distances longues par rapport à la distance entre deux noyaux pour des particules incidentes de haute énergie et/ou se développant dans des milieux denses. Les effets collectifs des interactions avec plusieurs noyaux induisent alors des interférences destructives entre les amplitudes d'interaction de sorte que la section efficace est fortement supprimée. Cet effet a été observé dans les milieux denses tels que le plomb où il survient à beaucoup plus basse énergie que dans le cas qui nous concerne.

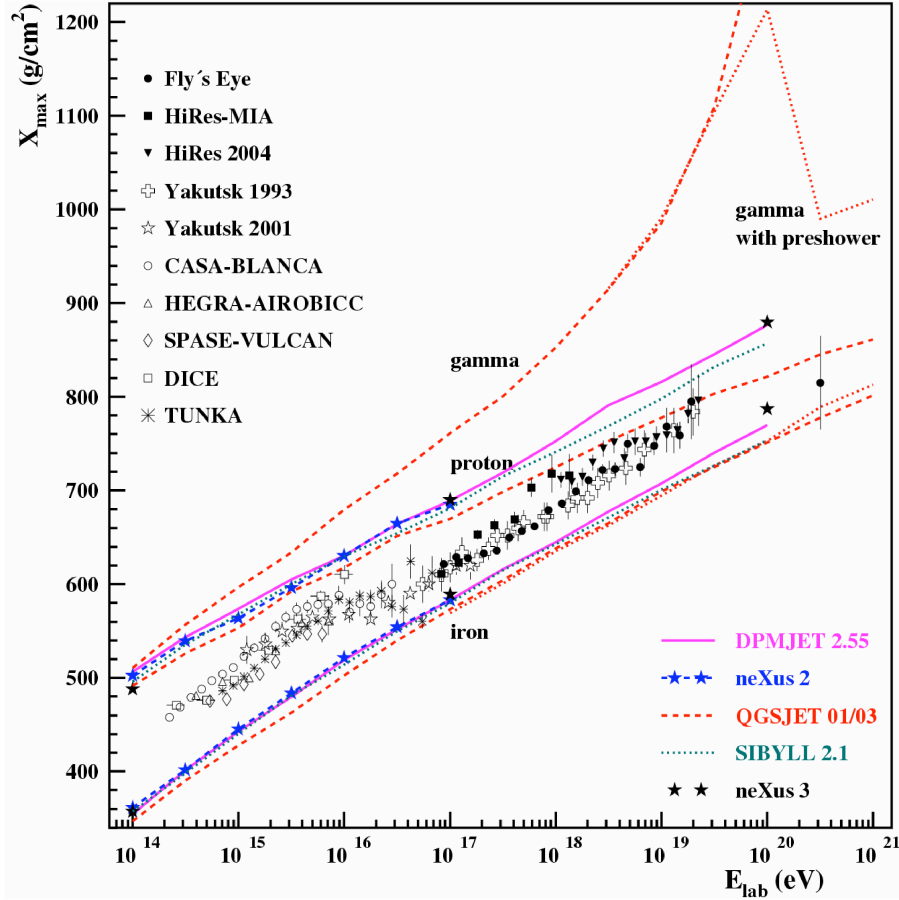


FIG. 3.2: Taux d'élongation (profondeur atmosphérique du maximum de développement d'une gerbe en fonction de l'énergie) prédit par différents codes de simulations de gerbes. On voit que les gerbes de noyaux lourds se développent plus rapidement que celle de protons et que les gerbes de photons se développent encore moins rapidement, en particulier en raison de l'effet LPM. On note aux très hautes énergie que le développement de ces dernières est accéléré par l'effet de pré-gerbe consécutif à la conversion dans le champ magnétique terrestre.

gerbe de photons. On utilisera donc des informations sur la structure temporelle du signal enregistré dans les FADC du détecteur de surface : temps de montée, temps de descente et *paramètre de forme* (mesurant le temps nécessaire pour intégrer une certaine proportion du signal total). On voit sur la figure 3.3 combien les formes en temps sont différentes pour des protons et des photons.

Le développement tardif des gerbes de photons affecte deux observables qui reconstruites pour les événements de l'Observatoire Pierre Auger. D'une part une gerbe s'étant développée plus profondément dans l'atmosphère aura un front dont la courbure plus importante. D'autre part la gerbe aura une étendue latérale moins importante que pour une gerbe développée très haut puisque les diffusions multiples au cours du développement de la gerbe sont responsables de son étendue latérale. La pente de la distribution latérale de l'énergie déposée dans les cuves du détecteur de surface sera donc plus forte pour une gerbe "jeune" que pour une gerbe "agée". Cette dernière caractéristique s'est toutefois révélée finalement moins discriminante que la courbure du front de gerbe et n'a pas été utilisée dans l'analyse.

Pour résumer, les deux signatures prometteuses pour la discrimination des gerbes de photons sont les suivantes :

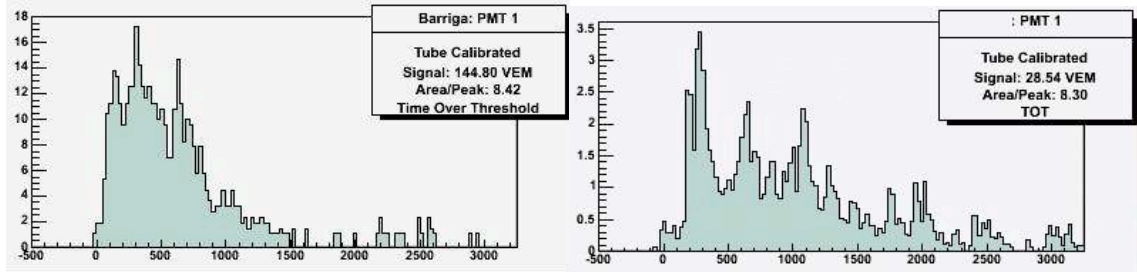


FIG. 3.3: Signal laissé dans les cuves (à la même distance du coeur de la gerbe) en fonction du temps (en ns) pour une gerbe de protons (à gauche) et de photon (à droite) simulées à une énergie de  $10^{19.5}$  eV. On voit nettement la différence de profil temporel.

- Signal plus étalé temporellement
- Forte courbure du front de gerbe

C'est l'exploitation de ces signatures qui nous a permis de construire la variable discriminante utilisée pour établir la limite sur la fraction de photons dans le rayonnement cosmique aux plus hautes énergies.

### 3.1.3 Variable discriminante $\mathcal{K}$

En exploitant les caractéristiques spécifiques aux gerbes de photons, nous avons construit une variable discriminante que nous avons appelée  $\mathcal{K}$  ("kin", qui signifie "or" en japonais). Cette variable est construite par analyse en composante principales (PCA) afin de maximiser la différence entre gerbes de photons et de protons. Les observables que nous avons utilisées afin de construire  $\mathcal{K}$  sont :

- la courbure du front de gerbe,
- le temps de montée du signal dans les traces FADC,
- le temps de descente du signal dans les traces de FADC,
- le paramètre de forme du signal dans les traces de FADC.

Elles sont toutes corrélées au stade de développement de la gerbe défini comme  $X_{\text{sol}} - X_{\text{max}}$  où  $X_{\text{sol}}$  correspond à l'épaisseur d'atmosphère traversée par la gerbe pour atteindre le sol on s'attend donc à une dépendance avec l'angle zénithal ( $\propto 1/\cos\theta$ ).  $X_{\text{max}}$  est la profondeur du maximum de développement de la gerbe. Le stade de développement de la gerbe dépend aussi de l'énergie du rayon cosmique incident puisque la profondeur du maximum (taux d'élongation, voir figure 3.2) en dépend. Par conséquent, la première étape pour construire notre variable  $\mathcal{K}$  à partir des observables a donc été de s'affranchir de leur dépendance en  $\theta$  et  $E$  afin de ne conserver que les variations des observables liées à la nature (photon ou proton) du rayon cosmique primaire. Pour ce faire, nous avons fait l'approximation de séparabilité de ces deux dépendances dans l'observable  $V$  et nous avons utilisé des polynômes de degrés  $n_E = 1$  et  $n_\theta = 2$  :

$$V(E, \theta) = \text{Pol}(\log E, n_E) \times \text{Pol}(\theta, n_\theta) \quad (3.1)$$

L'ajustement des coefficients des polynômes est obtenu en utilisant des simulations complètes de gerbes de photons. On part ainsi d'une simulation du développement de la gerbe obtenue avec un programme tel que CORSIKA [Homola et al., 2002] ou AIRES [Badagnani et Sciutto, 2005] que l'on exploite ensuite pour simuler son signal tel qu'il serait observé par le détecteur de surface de l'Observatoire Pierre Auger. Le signal est alors reconstruit en utilisant les programmes de reconstruction standard de la collaboration.

Notons qu'il existe un biais potentiel considérable dans cette procédure : les programmes de simulations de développement de gerbes reposent comme on l'a dit sur des extrapolations délicates de sections efficaces mesurées à "basse" énergie (voir figure 3.1). Rien ne nous assure que les gerbes "réelles" se comportent exactement comme le prédisent les simulations. De nombreuses comparaisons avec les données nous indiquent un accord satisfaisant (mais ces résultats sont limités par la précision des données) pour les gerbes de protons, mais aucune gerbe de photon n'a jamais été observée aux énergies qui nous concernent. On

peut modérer cette remarque en précisant que les gerbes de photons sont plus "faciles" à simuler que celles issues de protons en raison de leur faible composante hadronique. Ce biais potentiel n'est donc certainement pas dramatique mais il convient de le garder à l'esprit. L'étape de simulation du signal dans le détecteur est elle aussi délicate, on tire par exemple de nouvelles distributions de particules à partir des informations compressées de la simulation de gerbe, les programmes de simulation eux mêmes sont complexes et ont connu de nombreuses versions. Il faut donc garder à l'esprit que tous les résultats présentés dans ce chapitre reposent sur l'hypothèse difficilement vérifiable que **les données réelles peuvent être décrite par les gerbes simulées passées à travers les programmes de simulations de détecteur de l'Observatoire Pierre Auger.**

Une fois les variations en fonction de l'énergie et de l'angle zénithal de l'observable  $V$  modélisées, on obtient la variable discriminante  $\hat{\mathbb{X}}_v$  qui sert d'ingrédient à la variable finale  $\hat{\mathbb{X}}$  :

$$\hat{\mathbb{X}}_V = \log \left( \frac{V}{F(E, \theta)} \right) \quad (3.2)$$

Le pouvoir discriminant de chacune des observables est mesuré via le *facteur de mérite* qui donne l'écart moyen entre la distribution de l'observable  $v$  pour les données réelles et celle obtenue avec des simulations de photons.

$$f_V = \frac{|\langle \hat{\mathbb{X}}_V(\text{data}) \rangle - \langle \hat{\mathbb{X}}_V(\gamma) \rangle|}{\sqrt{\sigma_{\hat{\mathbb{X}}_V(\text{data})}^2 + \sigma_{\hat{\mathbb{X}}_V(\gamma)}^2}} \quad (3.3)$$

L'utilisation des données plutôt que de simulations de protons pour le calcul du facteur de mérite est motivée par le fait que l'on a plus de doutes sur la validité exacte des simulations de protons en raison des extrapolations de sections efficaces hadroniques. Nous préférons que notre analyse y soit aussi peu sensible que possible. Le facteur de mérite n'est pas le seul paramètre que nous avons considéré pour choisir les observables à utiliser. Toutes les observables ne sont pas disponibles aussi facilement pour tous les événements car elles ne nécessitent pas toutes le même nombre de stations minimal pour être reconstruites. Nous devons donc aussi tenir compte de l'efficacité d'une variable calculée comme le rapport entre le nombre d'événements pour lesquels cette variable est disponible et le nombre total d'événements.

Nous avons restreint notre analyse à des gerbes d'énergie supérieure à  $10^{18.8}$  eV et des angles zénithaux compris entre 35 et 60 degrés afin de maximiser l'acceptance (la proportion d'événement perdus par cette coupure est modeste). On voit en effet sur la figure 3.4 que c'est dans cette zone ( $\cos \theta \leq 0.82$  et  $\log E[\text{EeV}] > 1.8$ ) que l'acceptance aux gerbes de photons (calculées sur les simulations utilisées pour cette étude) est la plus proche de 1.

La définition de chacune des observables et son pouvoir de séparation sont indiqués dans les paragraphes qui suivent. Notons que nous avons pour chacune des observables essayé d'améliorer leur reconstruction afin d'éviter les cas pathologiques qui ne sont pas une vraie pollution dans la cas d'une analyse destinée aux protons alors que dans notre cas, ces *outliers* seraient autant de candidats photons erronés. Nous avons pour cela défini par exemple un nouvel algorithme définissant le début et la fin des signaux des traces de FADC afin d'éviter les muons solitaires fortuits faussant la trace. Ceci nous a permis d'améliorer significativement l'estimation de la courbure et des observables correspondant à la forme en temps du signal des FADC. Ces algorithmes sont décrits en détails dans la thèse de Cécile Roucelle [Roucelle, 2006].

### Courbure du front de gerbe

Rappelons que la courbure du front est l'une des observables qui nous semblait prometteuse pour distinguer protons et photons en raison du développement tardif des gerbes issues de ces derniers. La courbure du front de gerbe est reconstruite à partir des temps de déclenchement du signal dans les différentes stations qui contribuent à l'événement. On modélise le front comme une sphère en expansion à mesure que la gerbe se développe à partir d'un point fixe dans l'atmosphère (que l'on peut identifier à  $X_{\text{max}}$  mais qui ne lui est pas égal, il s'agit plutôt d'un centre "effectif"). La courbure varie donc d'une station à l'autre puisqu'elles sont touchées à des instants différents. On définit l'observable courbure du front de gerbe au point d'impact



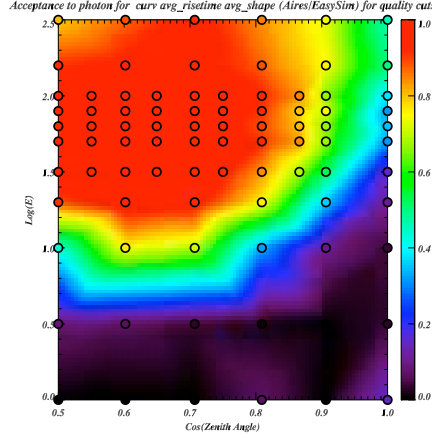


FIG. 3.4: Acceptance du détecteur de surface de l'Observatoire Pierre Auger calculée pour des gerbes de photons simulées pour cette étude. Les cercles représentent les angles et énergies disponibles dans la librairie de gerbes utilisée. On utilise une interpolation bilinéaire entre les points disponibles.

du coeur de la gerbe. La dépendance en angle zénithal et en énergie de l'observable courbure sont représentées sur la figure 3.7. En raison de dégénérescences dues à la géométrie des stations, nous demandons au moins 5 stations participant à l'événement (au lieu de 4 strictement nécessaires) pour avoir une courbure bien reconstruite. Ceci réduit significativement la statistique disponible avec l'observable courbure. Le facteur de qualité correspondant n'est que de 25%. En revanche le facteur de mérite est de 1.9 comme on peut le voir sur la figure 3.8.

### Forme du signal en temps

On s'attend à ce que la forme du signal déposé dans les cuves soit différente pour les gerbes de protons et de photons en raison de la plus faible proportion de muons dans ces dernières. Les muons ont en effet tendance à arriver avant les particules constituant la partie électromagnétique de la gerbe qui sont produites au cours de diffusion multiples. Trois variables apportent des informations complémentaires sur la forme en temps du signal :

- le temps de montée défini comme l'intervalle de temps au cours duquel le signal intégré passe de 10 à 50% de sa valeur finale.
- le temps de descente défini comme l'intervalle de temps au cours duquel le signal intégré passe de 90 à 50% de sa valeur finale.
- le paramètre de forme défini comme le rapport entre le signal intégré jusqu'à un certain temps après le début de la trace (dépendant linéairement de la distance au coeur de la gerbe, 600 ns à 1000m) et le signal total enregistré.

La figure 3.5 montre le signal en fonction du temps enregistré dans une station et la définition de  $t_{10}$  et  $t_{50}$  permettant de calculer le temps de montée.

Chacun de ces paramètres est reconstruit pour chacune des stations participant à l'événement et l'on s'attend pour un événement donné à ce que ces paramètres croissent avec la distance de la station au coeur de la gerbe en raison de l'étalement des particules au fur et à mesure que l'on s'éloigne du coeur. On va donc estimer une valeur globale par événement pour chacun de ces paramètres en interpolant à 1000 mètres du coeur de la gerbe une fonction de la distance ajustée sur l'ensemble des stations. Cette fonction tient compte d'asymétries avant/arrière dans le signal enregistré dans les cuves<sup>2</sup>. On montre un tel ajustement

<sup>2</sup>Deux effets contribuent à cette asymétrie [Bertou, 2001, Da Silva, 2004] : d'une part le flux de particules traversant une cuve va dépendre de l'inclinaison moyenne des particules la traversant puisque cette cuve n'est pas sphérique. Comme les particules viennent en moyenne du même point sur l'axe de la gerbe, leur angle par rapport aux cuves dépend de l'angle azimuthal dans le plan transverse

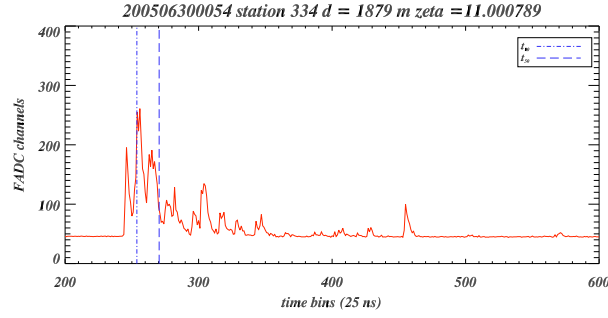


FIG. 3.5: Signal enregistré dans une station située à 1879 mètres du coeur de la gerbe. Les traits bleus indiquent la position de  $t_{10}$  et  $t_{50}$  permettant de calculer le temps de montée du signal dans cette station.

sur le temps de montée d'un événement sur la figure 3.6. Finalement, comme pour la courbure du front de gerbe, l'évolution du temps de montée, du temps de descente et du paramètre de forme des événements en fonction de leur énergie et de leur angle zénithal sont représentés sur la figure 3.7. Le facteur de mérite du temps de montée est de 1.8 pour un facteur de qualité de 41% comme le montre la figure 3.8. Une procédure similaire est appliquée pour le temps de descente et le paramètre de forme du signal et l'on obtient respectivement des facteurs de mérite de 1.5 et 1.6 et des facteurs de qualité de 41%.

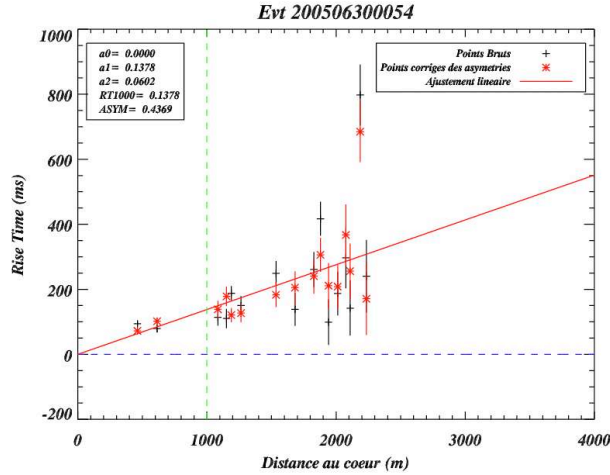


FIG. 3.6: Ajustement du temps de montée à 1000 mètres. Les temps de montée des différentes stations participant à l'événement sont représentés en noir, et en rouge l'ajustement et la correction des asymétries (faits simultanément). La courbe rouge indique la loi linéaire ajustée.

### Combinaison des observables

La table 3.1 récapitule les pouvoirs de séparation et facteur de qualité des quatre variables que nous avons conservées pour notre analyse. Nous combinons ces variables avec une analyse en composantes principales (PCA). Il s'agit d'une diagonalisation de la matrice de covariance de nos quatre variables discriminantes (en incluant données et photons simulés) qui permet d'effectuer une rotation dans l'espace à 4 dimensions

à la gerbe. On va donc avoir une asymétrie du flux. Un second effet vient s'ajouter, lié à l'atténuation de la gerbe, car les particules touchant les cuves en amont du coeur vont parcourir une distance moins importante depuis leur production que celles touchant les cuves en aval. Ce dernier effet devient significatif pour les grands angles zénithaux.

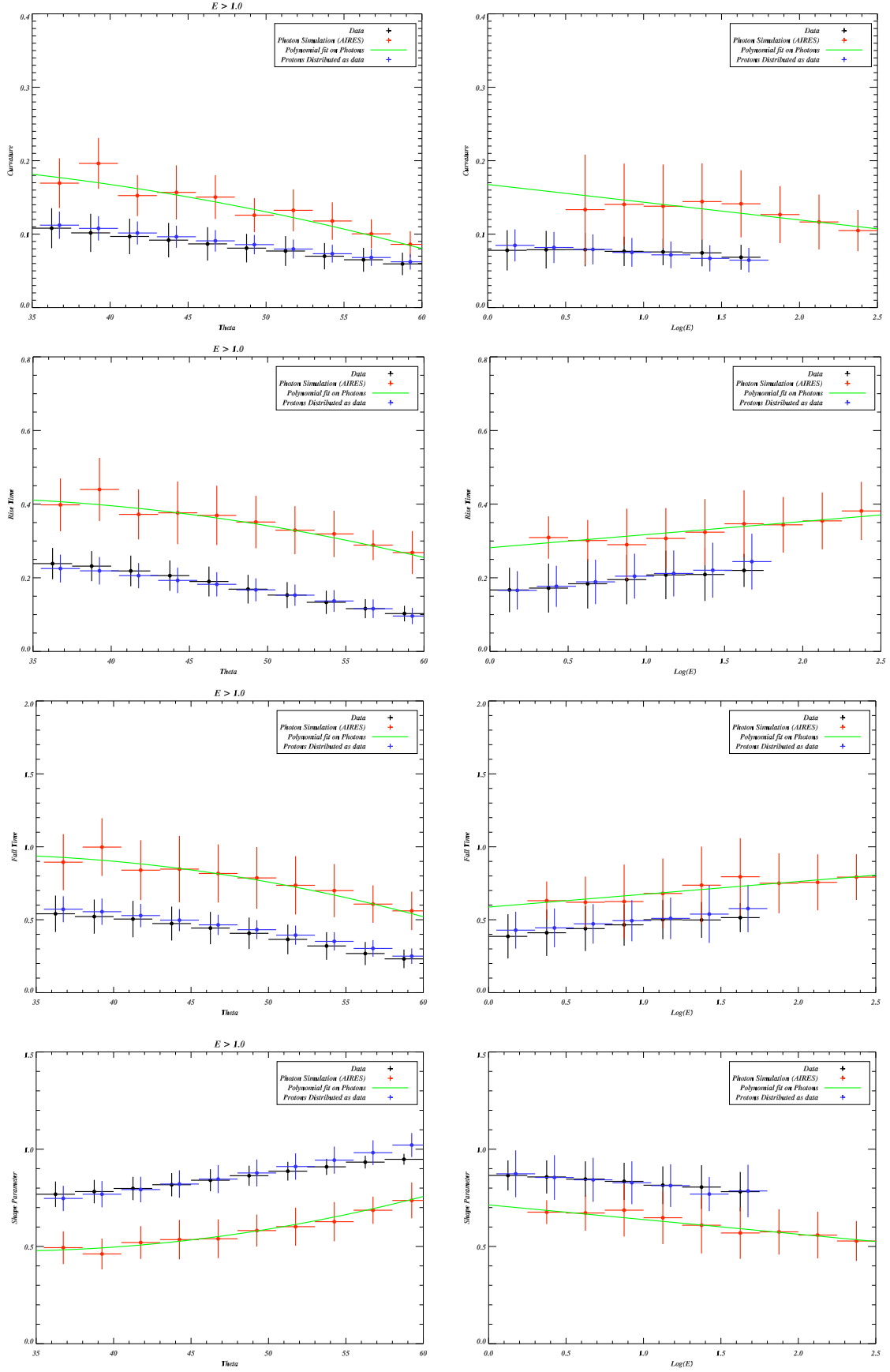


FIG. 3.7: Evolution des observables utilisées (de haut en bas : courbure, temps de montée, temps de descente et paramètre de forme) en fonction de  $\theta$  (gauche) et de l'énergie (droite) pour les simulations de protons (bleu) de photons (rouge) et les données réelles (noir). L'ajustement polynomial sur les photons est indiqué en vert.

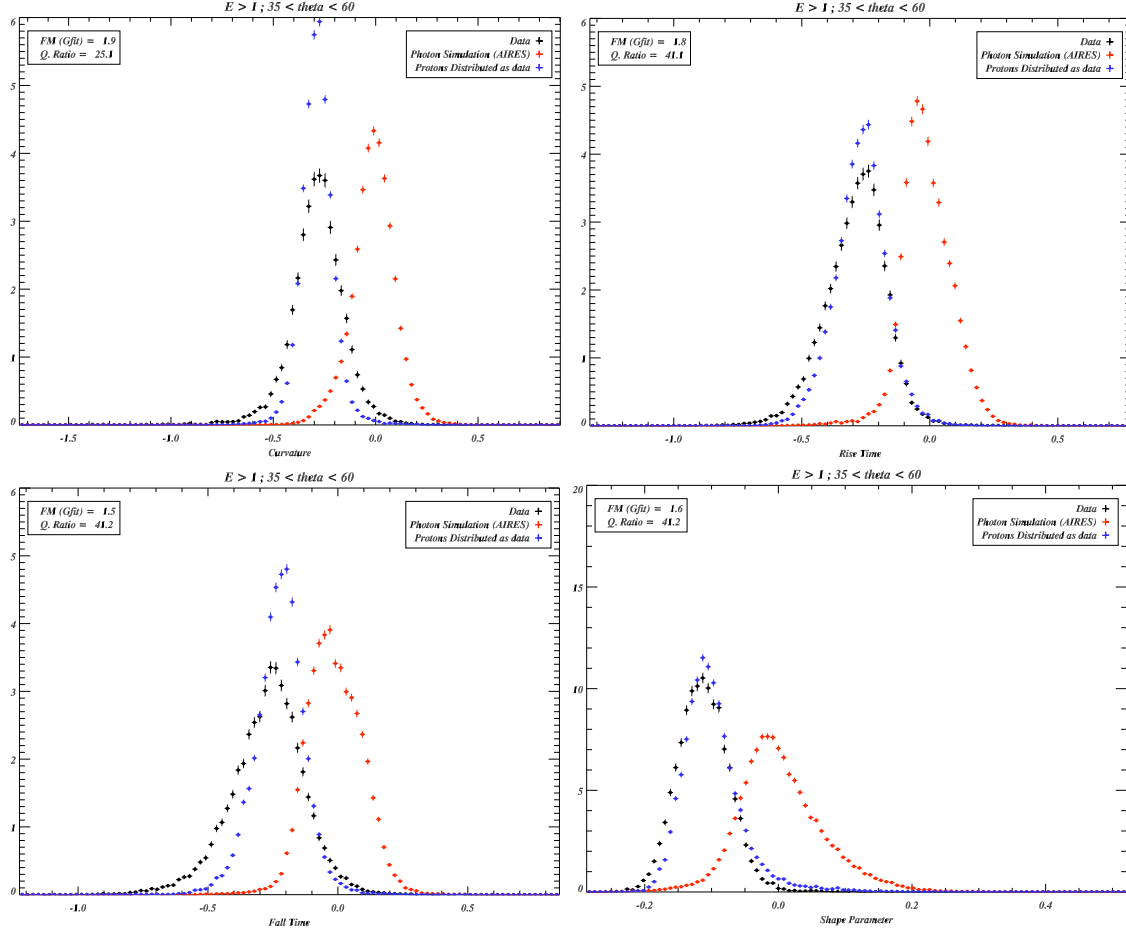


FIG. 3.8: Distributions obtenue pour des protons simulés, photons simulés et données avec la variable discriminante  $\hat{\mathcal{G}}_{\nu}$  (de gauche à droite et de bas en haut : courbure, temps de montée, temps de descente et paramètre de forme. Les facteurs de mérite et de qualité sont indiqués dans les légendes.

de nos variables et de déterminer les axes suivant lesquels la séparation entre données et photons est la plus grande.

Variable	$\hat{\mu}_{\text{curv}}$	$\hat{\mu}_{\text{risetime}}$	$\hat{\mu}_{\text{falltime}}$	$\hat{\mu}_{\text{shape}}$
Facteur de mérite	1.9	1.8	1.5	1.6
efficacité (%)	25	41	41	41

TAB. 3.1: Résumé des pouvoirs discriminants des observables utilisées dans notre analyse.

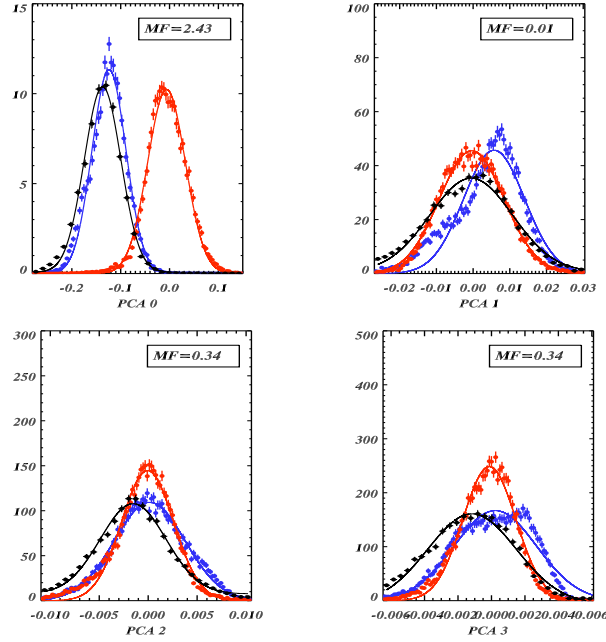


FIG. 3.9: Séparation obtenue sur chacune des 4 variables issues de l'analyse en composantes principales. Les photons simulés sont en rouge, les protons simulés en bleu et les données réelles en noir. Les facteurs de mérite (entre photons simulés et données réelles) sont indiqués en légende. Les ajustements sont obtenus avec des Gaussiennes.

La figure 3.9 montre la séparation entre données, protons et photons simulés pour les quatre variables issues de l'analyse en composantes principales obtenue en combinant nos quatre variables discriminantes. On voit qu'en pratique la première variable PCA (appelée  $PCA_0$ ) contient toute l'information donc nous avons besoin. Dans la cas où nous combinons les quatre variables initiales, le facteur de mérite obtenu est de 2.4, nous avons donc bel et bien amélioré la séparation entre photons et données. En fait nous nous sommes rendus compte que nous obtenions un facteur de mérite meilleur (2.7) en ne combinant que les variables de courbure, de temps de montée et de paramètre de forme comme on peut le voir sur la figure 3.10. Nous n'avons pas pu trouver d'explication intuitive pour cette perte d'efficacité consécutive à l'ajout du temps de descente. Finalement, nous avons choisi la meilleure combinaison obtenant donc un facteur de mérite de 2.7 sur notre variable discriminante  $\hat{\mu}$  finale formée avec les variables de courbure, de temps de montée et de paramètre de forme. L'amélioration obtenue en combinant les variables est significative.

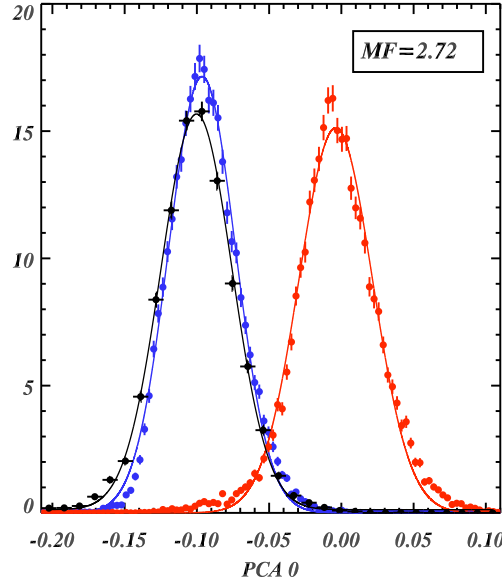


FIG. 3.10: Séparation sur la première variable PCA (appelée PCA0) en ne combinant que courbure, temps de montée et paramètre de forme. Les photons simulés sont en rouge, les protons simulés en bleu et les données réelles en noir. Le facteur de mérite (entre photons simulés et données réelles) est indiqué en légende. Les ajustements sont obtenus avec des Gaussiennes.

## 3.2 Reconstruction de l'énergie

En raison de la différence importante entre les gerbes de photons et de protons, la reconstruction classique de l'énergie utilisée dans la collaboration (qui est optimisée pour des gerbes hadronique) est fortement biaisée (sous-estimée d'un facteur 4 en moyenne) quand on l'applique à des gerbes de photons comme on peut le constater sur la figure 3.11. Or, nous avons besoin d'une estimation correcte (et précise si possible) de l'énergie des rayons cosmiques enregistrés dans l'hypothèse où ceux-ci seraient des photons afin de calculer la fraction de photons dans un bin d'énergie donnée : nous compterons le nombre de candidats photons dans ce bin d'énergie (avec une énergie "photon") et le diviserons par le nombre total d'événements dans ce même bin (avec énergie "proton").

En corrigeant simplement l'énergie du facteur observé, on obtient une résolution finale (purement statistique) sur l'énergie des photons d'environ 36% (Cf. figure 3.14) ce qui n'est pas satisfaisant (la résolution est de  $\sim 15\%$  pour les protons). Nous avons donc développé une reconstruction de l'énergie spécifique aux gerbes de photons. Il serait trop long de détailler la reconstruction classique de l'énergie utilisée au sein de la collaboration, rappelons simplement que le signal déposé dans les stations et interpolé à 1000 mètres est converti en énergie en utilisant un coefficient de calibration obtenu à partir de l'énergie reconstruite par le détecteur de fluorescence sur les événements hybrides<sup>3</sup>.

Nous avons dans un premier temps tenté d'établir, comme pour les protons, une conversion en énergie du signal à 1000 mètres (mais en ne nous calibrant bien entendu que sur des simulations). On obtient cette conversion avec un modèle de la forme  $E = f(\cos \theta) \times S_{1000}^\alpha$  avec une puissance  $\alpha$  qui s'avère indépendante de l'angle zénithal pour des protons mais fortement dépendante dans le cas des photons (voir figure 3.12). Cette dépendance de la pente avec l'angle zénithal peut être facilement modélisée avec un

<sup>3</sup>Cela permet de bénéficier de l'ensemble de la statistique du détecteur de surface et de la meilleure calibration en énergie du détecteur de fluorescence. Ce dernier est en effet moins sensible aux valeurs des sections efficaces hadroniques (la fluorescence est produite par la partie électromagnétique de la gerbe). Il offre de plus une mesure presque directe de l'énergie via la mesure de la quantité de lumière émise au maximum de développement de la gerbe.

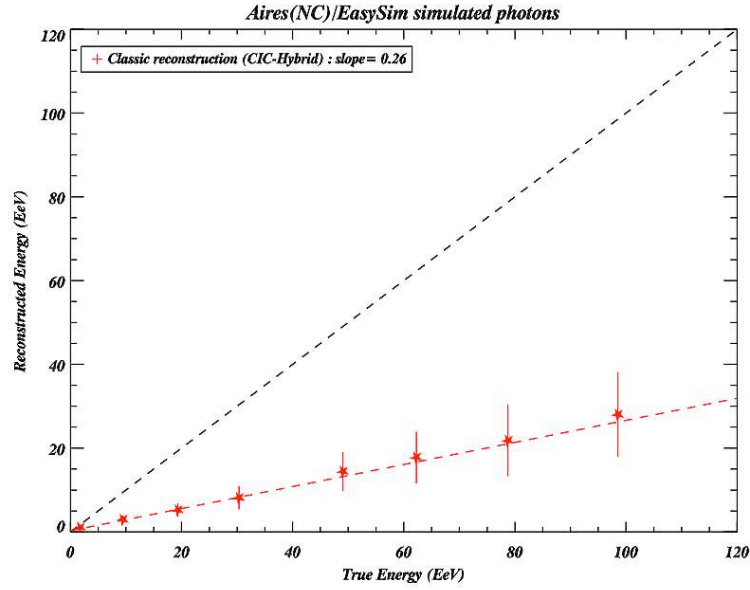


FIG. 3.11: Comparaison de l'énergie vraie et de l'énergie reconstruite pour des gerbes de photons simulées en utilisant la reconstruction classique de la collaboration. On observe un biais systématique d'un facteur 4 en moyenne.

ajustement linéaire. Cette méthode conduit à une résolution de 25% sur l'énergie, donc nettement améliorée par rapport à une correction brutale. Cette différence fondamentale se comprend assez intuitivement compte

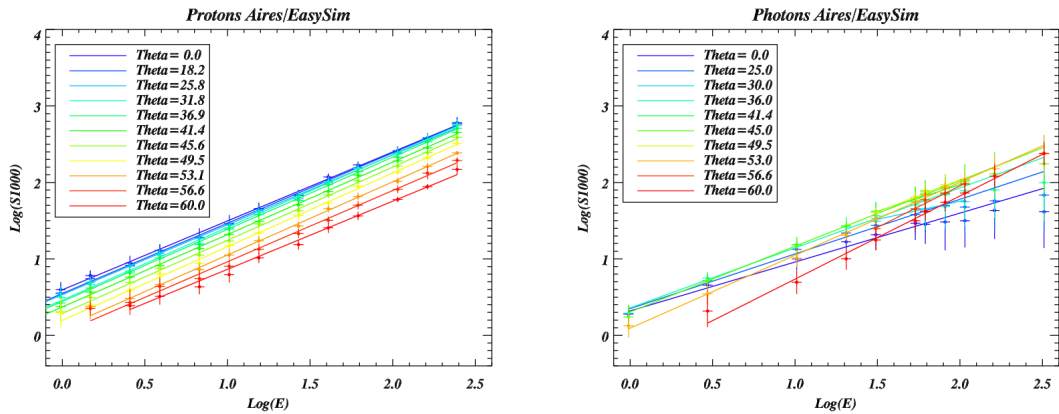


FIG. 3.12: Signal à 1000 mètres en fonction de l'énergie du rayons cosmique primaire pour différents angles zénithaux pour des protons à gauche et des photons à droite (simulations). La pente est indépendante de l'angle pour des protons alors qu'elle en dépend fortement pour des photons.

tenu du fait que les gerbes de photons sont en plein développement au moment où elles atteignent le sol du fait de leur développement tardif décrit plus haut. Les gerbes de protons, elles, sont totalement développées au sol (mis à part les gerbes vraiment verticales). On va donc toujours avoir un nombre de particules au sol nettement inférieur dans le cas des photons que dans le cas des protons (ce qui explique la sous-estimation de l'énergie reconstruite naïvement). La dépendance angulaire dans le cas des photons s'explique par le fait que le développement des gerbes de photons va être d'autant plus important que l'angle zénithal sera grand alors que pour les protons la gerbe est toujours totalement développée, la dépendance angulaire ne se traduira que par un coefficient d'atténuation global  $f(\cos \theta)$ , la puissance  $\alpha$  est elle indépendante de  $\theta$  (figure 3.12).

Finalement, la méthode que nous avons adoptée est plus satisfaisante intellectuellement puisqu'elle se fonde sur une bien plus profonde compréhension de la phénoménologie du développement de la gerbe. Elle est basée sur une idée de Pierre Billoir appelée "universalité des gerbes" [Billoir, 2000, Billoir, 2004] selon laquelle la relation entre une observable reliée au développement de la gerbe et la valeur de  $X_{\max}$  doit être la même pour toutes les gerbes issues du même rayons cosmique primaire. En effet à partir d'un certain stade de développement, le nombre de particules en jeu est tel que la gerbe doit devenir quasiment déterministe, les seules différences provenant des fluctuations dans les premières interactions de la gerbe.

Il s'agit donc, au lieu de passer de  $S_{1000}$  à l'énergie directement, de plutôt passer par la valeur du  $X_{\max}$  (qui dépend de l'angle et de tout ce qui affecte le développement de la gerbe) et d'établir une relation entre le rapport  $S_{1000}/E$  et  $X_{\max}$ . Cette relation est représentée sur la figure 3.13. Nous utilisons alors une procédure itérative décrite en détails dans le preprint [Billoir, Roucelle et Hamilton, 2007] pour obtenir l'énergie des photons et leur stade de développement simultanément. Cette procédure est assez subtile car il convient d'empêcher la reconstruction de diverger, en particulier pour les faibles valeurs de  $X_{\text{sol}} - X_{\max}$  correspondant aux gerbes de photons verticales (c'est une raison supplémentaire pour limiter notre analyse aux angles zénithaux supérieurs à 35 degrés). Finalement, nous obtenons une résolution sur l'énergie de l'ordre de 23% (voir figure 3.14) comparable à la résolution obtenue avec la méthode plus empirique décrite plus haut, mais bien plus satisfaisante conceptuellement. C'est finalement cette reconstruction de l'énergie basée sur le stade de développement de la gerbe que nous avons utilisée.

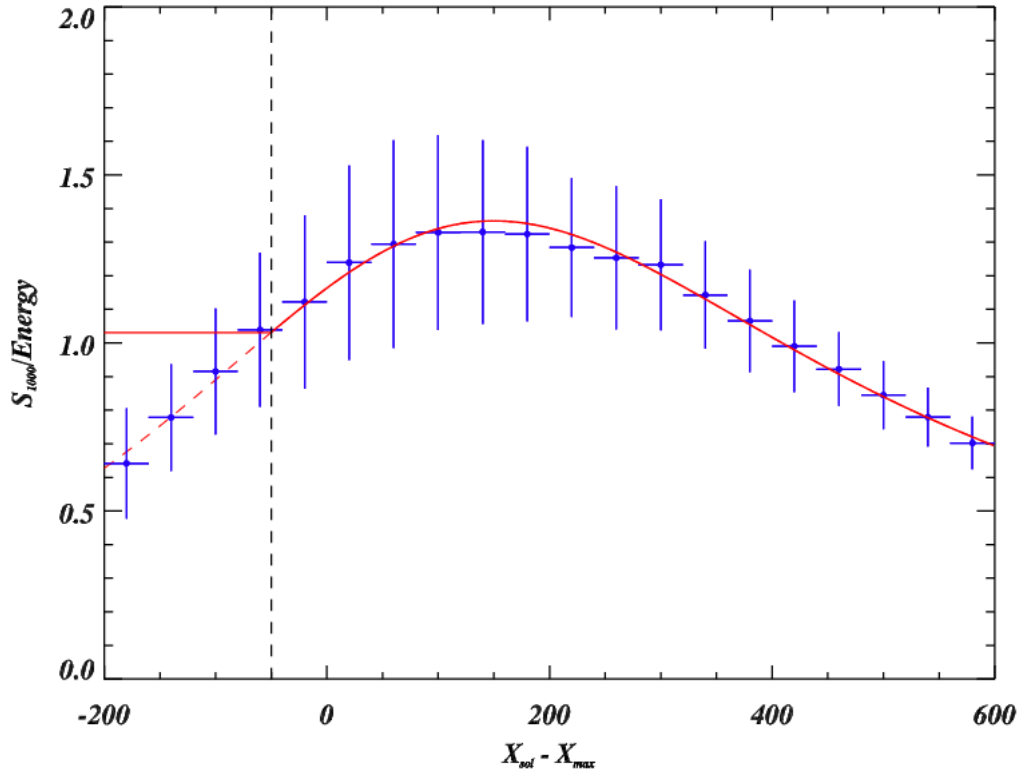


FIG. 3.13: Profil de  $S_{1000}/E$  en fonction de  $X_{\text{sol}} - X_{\text{max}}$  avec l'ajustement que nous avons utilisé.



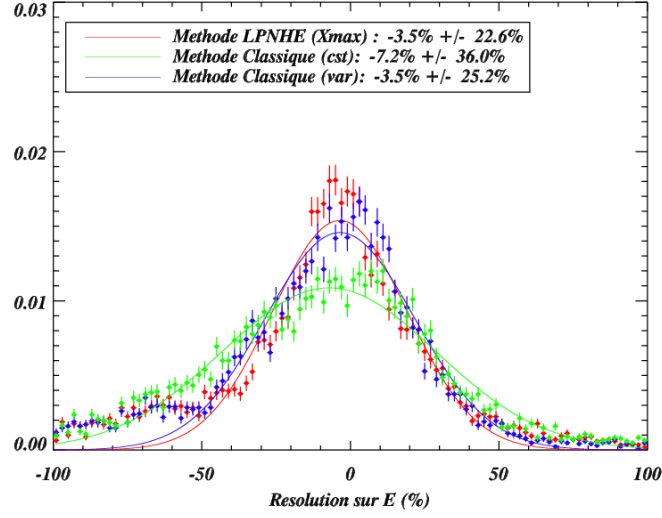


FIG. 3.14: Résolution en énergie sur les photons simulés obtenue avec les trois méthodes décrites dans le texte. La méthode classique utilisée pour les protons (multipliée par 4) est représentée en vert. La méthode empirique avec une puissance variable avec l'angle zénithal est en bleu et la méthode finale basée sur l'estimation du stade de développement de la gerbe est en rouge.

### 3.3 Calcul de la limite supérieure

Une fois notre variable discriminante  $\hat{\mathcal{A}}$  construite et l'énergie des événements sous l'hypothèse "photon" reconstruite, nous avons pu procéder à la sélection des candidats photons en définissant un seuil sur la variable discriminante. Le seuil choisi est la valeur moyenne de la distribution des photons simulés, nous "perdons" ainsi la moitié des photons potentiels de notre échantillon (nous en tenons bien entendu compte dans la suite) sans être pollués par les queues de distribution des protons. Par construction, la moyenne de  $\hat{\mathcal{A}}_\gamma$  vaut zéro, c'est donc cette valeur qui nous a servi de seuil. En plus du facteur 2 perdu par la coupure sur la moyenne de la distribution  $\hat{\mathcal{A}}_\gamma$ , nous tenons compte de l'acceptance sur les photons dans chaque bin d'énergie (voir figure 3.4) en l'intégrant sur les angles zénithaux dans chaque bin d'énergie.

Dans chaque bin en énergie (estimée sous l'hypothèse "photons"), on compte le nombre de candidats observés, on en déduit la limite supérieure à 95% de niveau de confiance sur le nombre moyen de photons (au sens de [Feldman et Cousins, 1997], un article d'une remarquable rigueur statistique en plus d'être très pédagogique). Le rapport entre ce nombre et le nombre total d'événements avec énergie "proton" dans le bin, corrigé de l'acceptance et de la perte de 50% des candidats photons nous permet de calculer la limite supérieure à la fraction de photons dans le rayonnement cosmique dans ce bin d'énergie.

La table 3.2 présente nos résultats dans les 7 bins en énergie que nous avons considérés. Le fait de calculer une limite supérieure pour la fraction de photons plutôt qu'une valeur centrale n'est pas un choix arbitraire mais est imposé par le petit nombre de candidats dans le cadre de l'approche de [Feldman et Cousins, 1997] (c'est précisément pour éviter ce genre de choix arbitraires que cet article est conçu).

Nos résultats sont représentés sur la figure 3.15 avec les résultats de publications antérieures et les prédictions tirées de [Gelmini et al., 2005] pour la fraction de photons provenant des modèles *top-down* de désintégration de matière noire supermassive, de défauts topologiques et de Z-burst<sup>4</sup>. Nous avons aussi représenté la fraction de photons attendue provenant de la désintégrations des pions produits lors de la cou-

<sup>4</sup>Modèle quelque peu tiré par les cheveux, mais c'est sans doute ce qui fait son charme, dans lequel des neutrinos d'énergie  $10^{21}$  eV, produits on ne sait où, interagiraient avec les neutrinos du fond relique (émis lors du découplage électrofaible) pour former un boson  $Z^0$  qui se désintégrerait alors dans un jet de protons et photons fortement collimés.

	$N_{\text{cand}}$	$N_{\text{cand}}^{95\% \text{ CL}}$	$N_{\text{evt}}^{\text{tot}}$	Acc	$N_{\gamma}^{95\% \text{ CL}}$	$F_{\gamma} (\%)$
$E > 10^{18.8} \text{ eV}$	11	18.2	1760	0.55	66.1	3.8
$E > 10^{18.8} \text{ eV}$	4	9.1	738	0.72	25.5	3.5
$E > 10^{18.8} \text{ eV}$	0	3.	299	0.89	6.7	2.3
$E > 10^{18.8} \text{ eV}$	0	3.	116	0.94	6.4	5.6
$E > 10^{18.8} \text{ eV}$	0	3.	29	0.94	6.4	22.3
$E > 10^{18.8} \text{ eV}$	0	3.	6	0.93	6.4	100
$E > 10^{18.8} \text{ eV}$	0	3.	0	0.92	6.5	100

TAB. 3.2: Nombre de candidats et limite supérieure sur la fraction de photons dans les bins en énergie considérés.

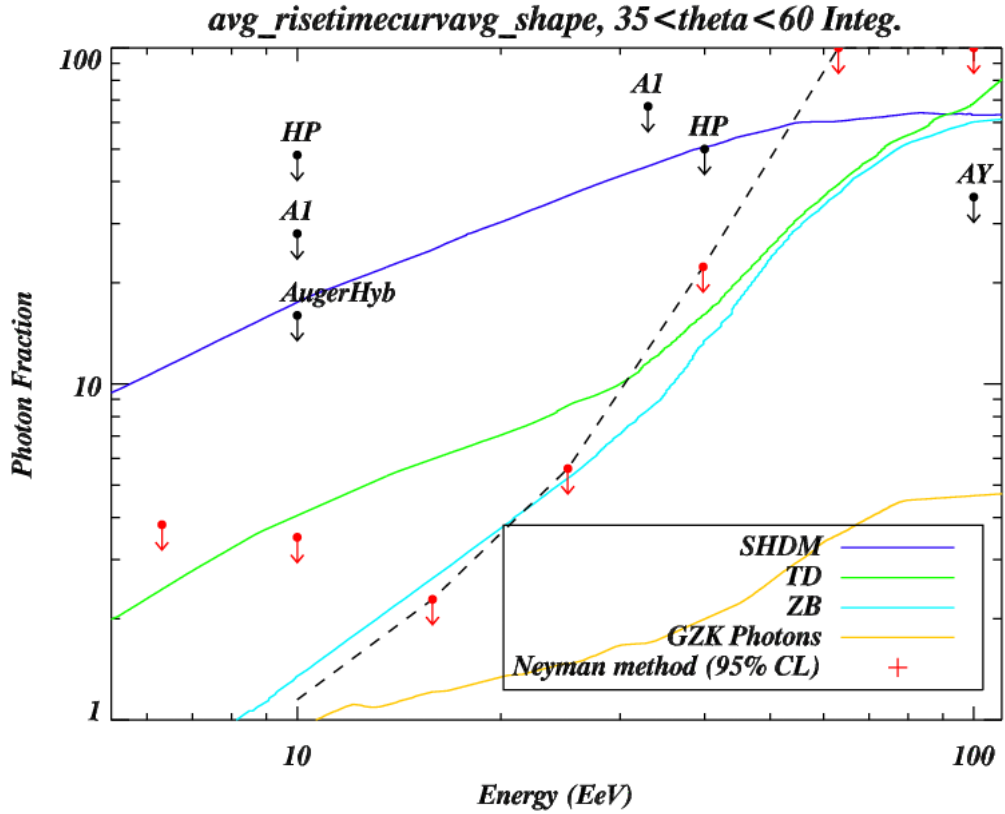


FIG. 3.15: Résultats obtenus sur la limite supérieure à la fraction de photons (en rouge) comparés avec d'autres mesures (en noir) et les prédictions théoriques (tirées de [Gelmini et al., 2005]) pour la matière noire supermassive (bleu foncé), les défauts topologiques (vert) et les Z-Bursts (bleu ciel). Les prédictions sur la fraction de photons résultats de la désintégration de pions dûs à la coupure GZK sont indiqués en jaune. Les pointillés noirs indiquent la limite que l'on obtiendrait en l'absence de candidats. Elle est confondue avec nos résultats sauf pour les deux points à plus basse énergie pour lesquels nous avons quelques candidats, c'est pourquoi nos limites remontent à ces énergies.

pure GZK. Cette dernière courbe est en quelque sorte la limite inférieure théorique à la fraction de photons, on devrait au moins en voir à ce niveau puisque la coupure GZK est aujourd'hui établie.

Quelques commentaires s'imposent sur ce résultat. Premièrement nous remarquons que notre limite est très significativement meilleure que les précédentes en raison de la statistique considérable disponible avec

le détecteur de surface de l'Observatoire Pierre Auger. Notons aussi que notre résultat est meilleur que le précédent résultat sur la question publié par la collaboration [Pierre Auger Collaboration, 2006] qui se basait uniquement sur l'observation du  $X_{\max}$  avec le détecteur de fluorescence, et donc une statistique environ 10 fois moins importante. Nous constatons aussi que nous mettons en grande difficulté les modèles de matière noire super-lourde et de défauts topologiques qui prédisent plus de photons que nous n'en observons. Reste le modèle Z-burst qui n'est pas particulièrement vraisemblable. Notre résultat n'est cependant pas encore suffisamment bas pour espérer observer les photons que l'on attend de la désintégration des pions produits lors de la coupure GZK. Notre résultat a fait l'objet d'une publication de la collaboration Auger [Pierre Auger Collaboration, 2008] après avoir été reproduit et vérifié par un autre groupe au sein de la collaboration.

Nous avons réalisé de nombreux tests pour estimer la robustesse de notre résultat par rapport à divers effets systématiques (voir [Roucelle, 2006] pour les détails) :

- Notre estimation de l'acceptance repose sur la supposition que les éventuels photons suivent la même distribution en angle zénithal que le reste de rayons cosmiques observés. Ceci n'est pas forcément exact, en particulier s'ils proviennent de désintégration de particules concentrées au centre Galactique. Nous avons vérifié que notre correction d'acceptance ne varie que de quelques pourcents si l'on prend une distribution en angle zénithal pour les photons correspondant à cette configuration.
- Nous avons négligé dans notre analyse l'effet de la conversion possible des photons en paires d'électrons dans le champ géomagnétique terrestre. Nous avons donc calculé la probabilité de conversion au dessus du site de l'observatoire (en tenant compte du champ géomagnétique modélisé comme un simple dipôle, ce qui est une assez bonne approximation) en fonction de l'énergie (en marginalisant l'azimut et l'angle zénithal). Les cartes de probabilité de conversion obtenues sont représentées sur la figure 3.17. Nous avons recalculé notre limite en supposant qu'une fraction des photons correspondant à cette probabilité s'est convertie, notre limite change extrêmement peu sous cette hypothèse.
- Nous avons testé la variation de notre résultats si l'on change systématiquement les énergies reconstruites sous l'hypothèse "photon". Ici encore l'impact est faible et ne va importer que dans les deux premiers bins puisque nous n'avons des candidats que dans ces bins.
- L'impact d'une erreur de calibration sur l'énergie reconstruite sous l'hypothèse "proton" est plus importante, mais est en quelque sorte indépendante de notre analyse et entâche tous les résultats de la collaboration.
- Nous avons testé l'impact du choix du simulateur de détecteur utilisé parmi les divers programmes disponibles dans la collaboration. Nous avons ainsi comparé les distributions des variables discriminantes utilisées dans cette analyse pour des gerbes de photons issues de AIRES simulées à travers deux simulateurs de détecteurs de la collaboration : EasySim et G4Fast. Les distributions sont très peu modifiées, ce qui nous tranquillise sur cet aspect de notre analyse.
- Sur une suggestion de C. Roucelle, un collaborateur argentin (participant au développement du simulateur de gerbes AIRES) a calculé pour diverses gerbes de protons et de photons les variables de temps de montée et de courbure [Badagnani, Billoir, Roucelle, 2005] en modifiant les sections efficaces hadroniques suivant un modèle phénoménologique dans la gamme des incertitudes attendues par les théoriciens sur ces sections efficaces. L'effet est important mais ne décale pas plus de  $1\sigma$  les distributions des variables discriminantes, ce qui rend alors notre limite moins contraignante mais permet toujours d'exclure les modèles de matière noire super-lourde.

Finalement, notre résultat semble relativement robuste vis à vis des diverses hypothèses sur lesquelles il repose. Rappelons toutefois que c'est une mesure pour laquelle presque tout est basé sur une comparaison entre données et simulations de gerbes. Elle n'est donc correcte que dans la mesure où ces dernières sont elles aussi correctes.

### 3.4 Recherche d'anisotropies de photons

Mon intérêt pour les anisotropies dans le rayonnement cosmique associé au fait que dans de nombreux modèles *top-down*, les photons sont attendus avec une distribution fortement anisotrope sur le ciel (désinté-

grations de particules massives captives du champ gravitationnel de notre Galaxie) ne pouvait manquer de m'amener à rechercher des signatures de photons via les anisotropies. En collaboration avec Cécile Roucelle, nous avons réalisé deux études dans cet objectif : la première, reprenant le travail de [Bertou, 2001, Maurin, 2005], visait à détecter une anisotropie Nord/Sud dans les événements les plus énergétiques enregistrés par l'Observatoire Pierre Auger. Un tel effet est attendu si ces rayons cosmiques sont des photons et qu'ils subissent une conversion dans le champ géomagnétique de la terre avant de pénétrer dans l'atmosphère. La seconde visait simplement à appliquer les algorithmes de recherche d'anisotropies développés avec Benjamin Rouillé d'Orfeuil (voir chapitre 2 de cette partie) sur une sélection d'événements ayant des caractéristiques "photoniques".

### 3.4.1 Anisotropie Nord/Sud et conversion

L'idée de cette étude est d'utiliser le fait que si les rayons cosmiques d'ultra-haute énergie sont des photons, une partie d'entre eux devrait subir l'effet de conversion dans le champ géomagnétique terrestre, leur gerbe devraient donc se développer beaucoup plus rapidement que celle des photons non convertis (chacune des sous-gerbes est alors moins énergétique et subit un effet LPM nettement moindre) et finalement avoir un impact au sol beaucoup plus proche que celui des protons que les gerbes de photons non converties. On a vu que la reconstruction de l'énergie pour les photons non convertis est biaisé d'un facteur 4 si l'on utilise la reconstruction classique de la collaboration. Pour un photon converti, le biais attendu est nettement plus faible.

Dans un intervalle en énergie donné, les gerbes non converties vont donc être soit perdues pour des raisons d'acceptance, soit reconstruites avec une énergie plus faible. Il en résulte que l'on attend un excès de photons convertis par rapport aux non convertis aux plus hautes énergies. Or il se trouve que compte tenu de l'orientation du champ géomagnétique au niveau de l'Observatoire Pierre Auger, la probabilité de conversion des photons est elle-même anisotrope et l'on prédit donc un excès d'événements en provenance du sud puisque c'est là que la conversion est importante. Nous avons calculé la probabilité de conversion à diverses énergies en fonction de la direction d'arrivée des photons (en intégrant radialement à partir de la surface de la Terre la probabilité de conversion avec un modèle dipolaire de champ géomagnétique) et l'on peut observer sur la figure 3.17 l'anisotropie importante attendue à haute énergie dans l'effet de conversion.

La figure 3.16 indique le nombre d'événements enregistrés en fonction de l'énergie en provenance du Nord et du Sud séparément. Aucune anisotropie significative n'est visible. Nous avons utilisé le *Coverage and Anisotropy Toolkit* développé en collaboration avec B. Rouillé d'Orfeuil et B. Revenu (présenté au chapitre précédent) pour faire une carte de signifiacnce en coordonnées locales afin de mieux visualiser une éventuelle asymétrie. Cette carte est présentée sur la figure 3.18 et ne montre aucun excès significatif.

### 3.4.2 Recherche d'anisotropies parmi les événements *photon-like*

Nous avons cherché à mettre en évidence une éventuelle anisotropie parmi les événements les plus "photoniques" enregistrés par l'Observatoire Pierre Auger. Bien sur, notre limite sur la fraction de photons rend une telle détection fort peu probable. Mais il faut plutôt voir cette étude comme une autre approche de la question, apportant des contraintes moins fortes, mais loin d'être dénuées d'intérêt.

Nous avons réutilisé la variable discriminante  $\hat{\alpha}$  introduite plus haut en sélectionnant les événements (ayant un angle zénithal compris entre 35 et 60 degrés et une énergie plus grande que  $10^{18.8}$  eV) situés à plus de 1, 2 et  $3\sigma$  de la distribution de  $\hat{\alpha}_{\text{data}}$  (voir figure 3.19) sélectionnant ainsi 1695, 365 et 76 événements. Nous avons alors appliqué à ce lot d'événements l'algorithme de recherche aveugle de sources présenté au chapitre précédent avec une estimation de la carte de couverture ne reposant que sur la variation en angle zénithal de l'acceptance. Les cartes de signifiacnce sont présentées sur la figure 3.20 avec les directions des sources  $\gamma$  de H.E.S.S. et d'EGRET.

Aucun excès significatif ne saute aux yeux dans ces cartes et les histogrammes de significances sont

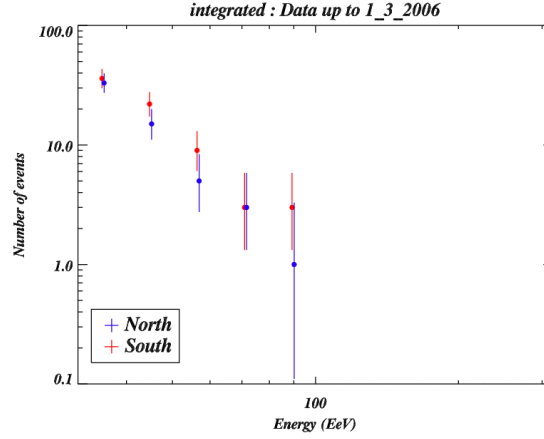


FIG. 3.16: Recherche d'asymétrie entre le Nord et le Sud dans les événements les plus énergétiques enregistrés par l'Observatoire Pierre Auger. Aucune asymétrie n'est visible.

parfaitement compatibles avec une distribution isotrope. Il n'y a pas d'excès vers le centre ou le plan Galactique. Nous avons cependant regardé avec plus d'intérêt trois directions :

- La maximum numéro 6 de la carte du lot coupé à  $1\sigma$  lissé à 3 degrés coïncide avec la source HESSJ2158-302 (qui porte le nom 3EGJ2158-3023 dans le catalogue EGRET). On trouve 6.7 événements dans cette direction pour 2.5 attendus. Ce qui constitue un excès très modeste de  $3.06\sigma$  (au sens de Li et Ma [Li et Ma, 1983]), trop faible pour être vraiment excitant.
- L'excès le plus significatif du lot coupé à  $2\sigma$  lissé à 3 degrés est très proche du centre Galactique. Il s'agit de 3.7 événements observés pour 0.7 attendus, soit une signification de 3.56, encore une fois non significative.
- Les cartes du lot coupé à  $3\sigma$  montrent toutes deux une légère anisotropie aux grandes échelles. Il y a plus d'événements provenant de l'hémisphère Sud Galactique que provenant du Nord. La statistique de 76 événements est cependant faible et cette différence est peu significative.

Le résultat de cette recherche est donc négatif. Notons qu'il n'était pas exactement redondant avec la recherche directe de candidats photons puisqu'ici nous ne sélectionnions pas des bins en énergie (sous l'hypothèse "photons"), mais uniquement les événements ressemblant le plus à des photons, indépendamment de leur énergie. Une éventuelle population de photons à basse énergie aurait ainsi pu être mise en évidence par ce test.

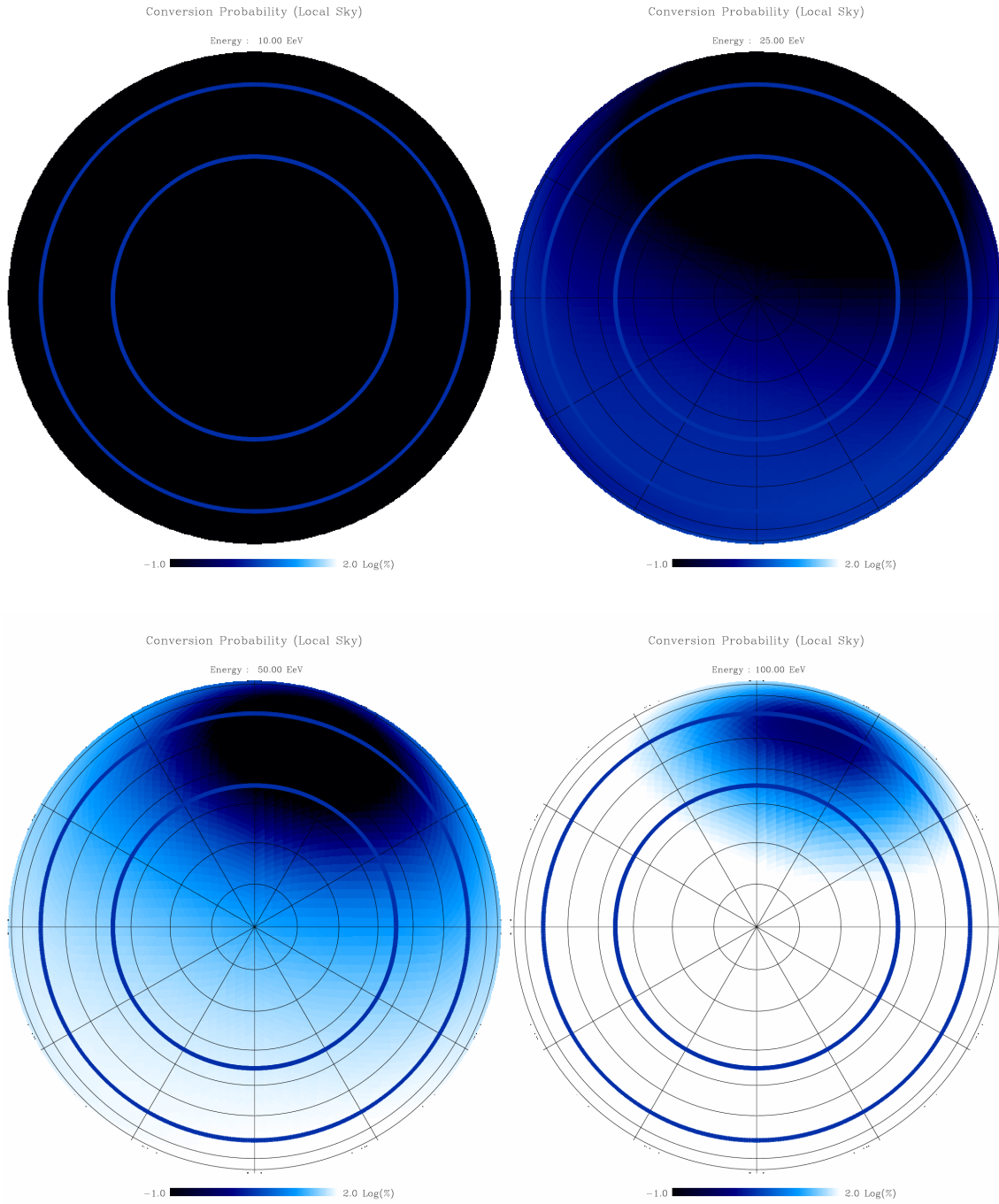


FIG. 3.17: Carte en coordonnées locales (azimuth, angle zénithal) de la probabilité de conversion des photons pour des énergies croissantes (de gauche à droite et de haut en bas : 10, 25, 50 et 100 EeV. L'anisotropie Nord/Sud est manifeste, en particulier dans la gamme  $35^\circ < \theta < 60^\circ$  indiquée par les cercles bleus. La couleur sombre indique une faible probabilité de conversion (échelle logarithmique).

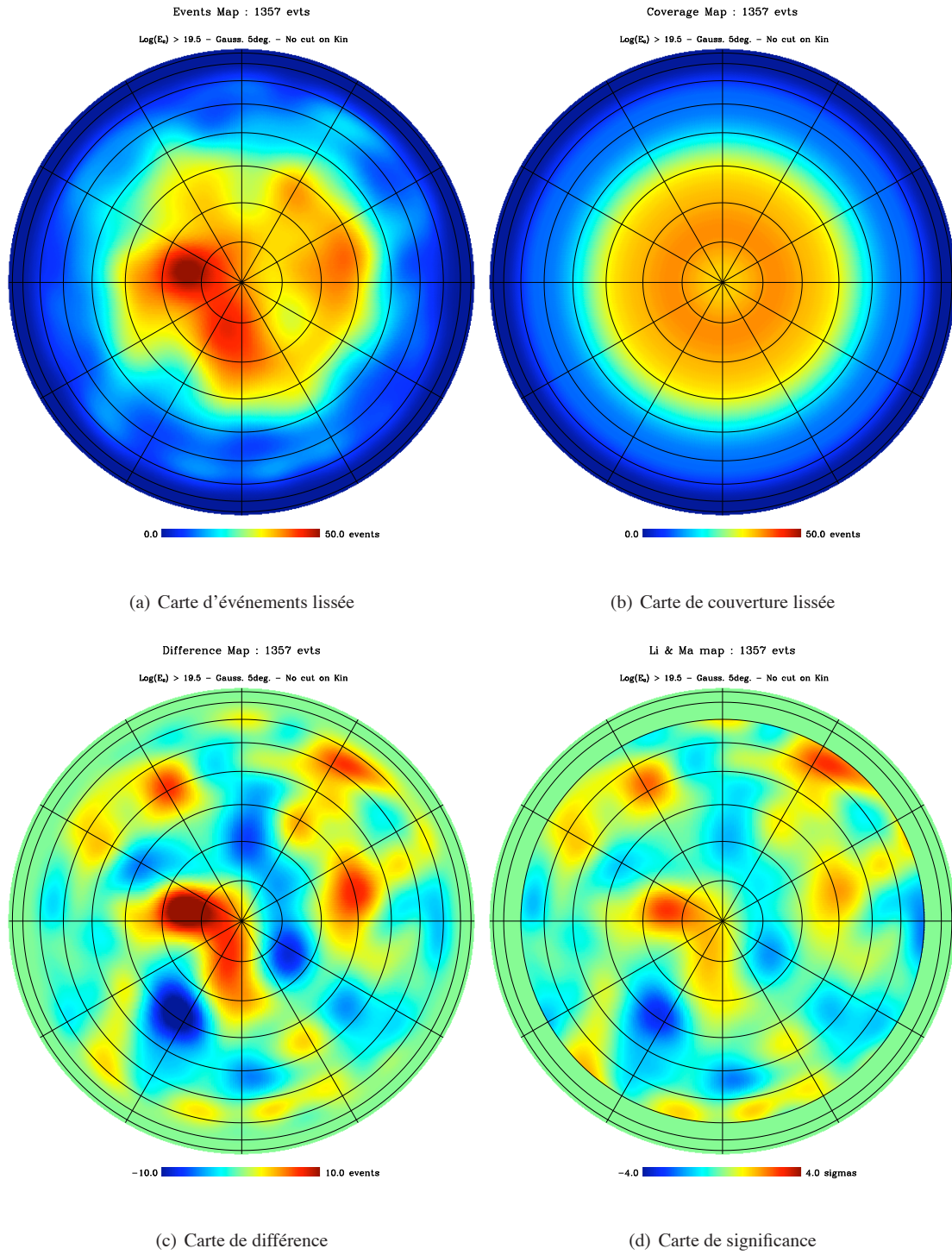


FIG. 3.18: De gauche à droite et de bas en haut : Carte d'événements en coordonnées locales, carte de couverture (provenant de l'ajustement de la distribution en angle zénithal), carte de différence et carte de signification. Aucune asymétrie n'est visible.

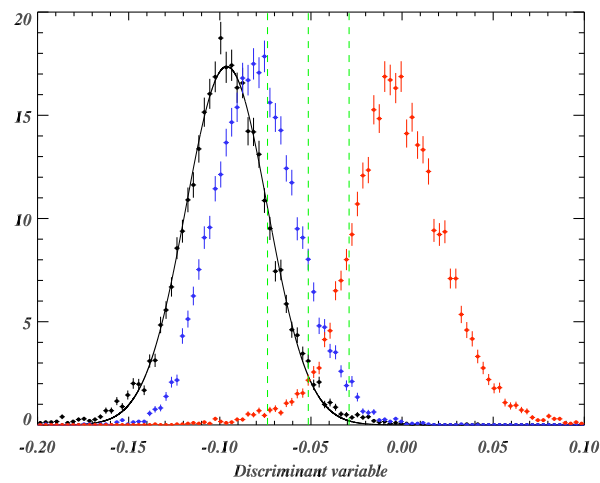


FIG. 3.19: Sélection des événements ayant des caractéristiques plus photoniques que les autres à 1, 2 et  $3\sigma$  (pointillés verts). Les données (sur lesquelles  $\sigma$  est calculé) sont en noir, les protons et photons simulés respectivement en bleu et rouge.



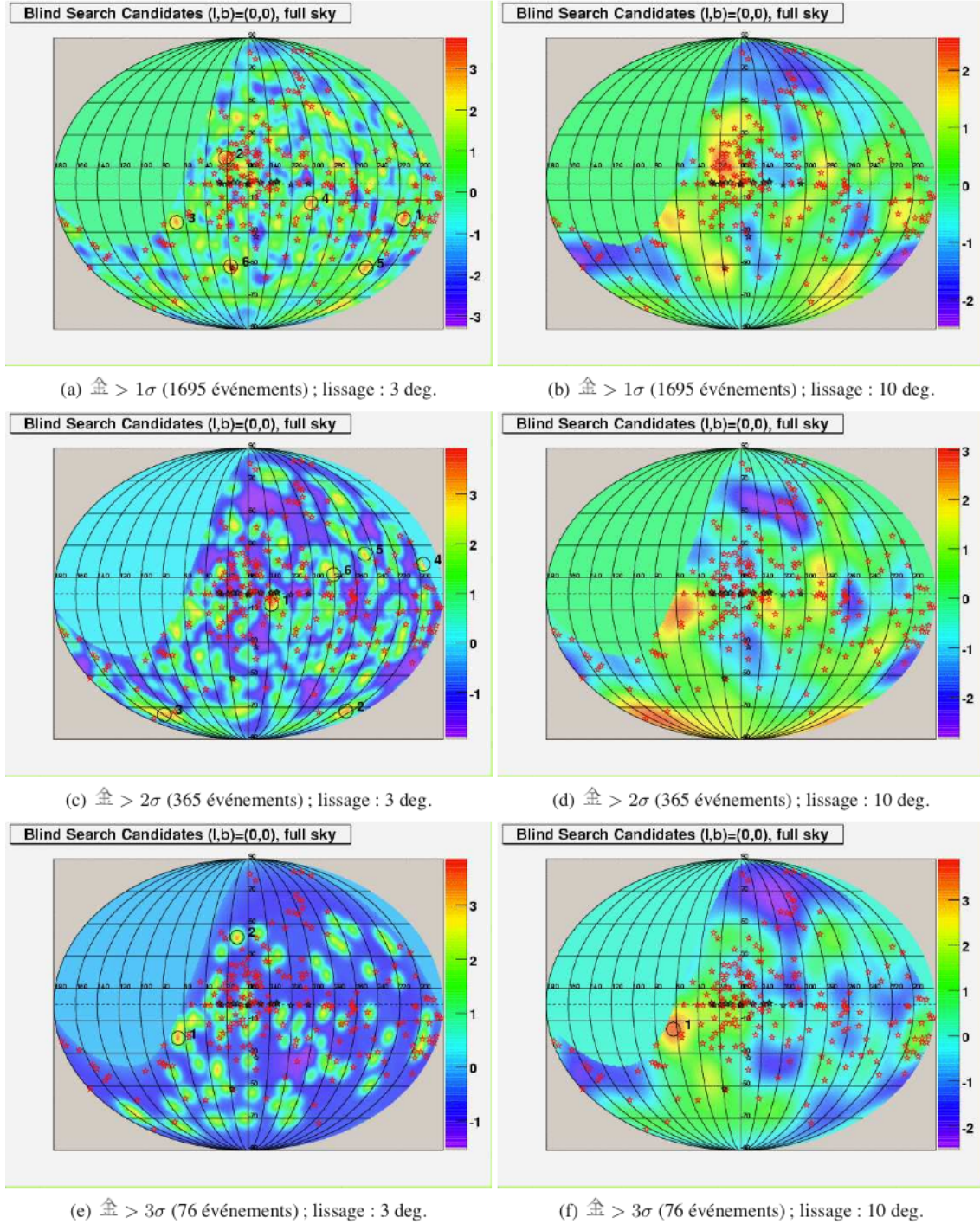


FIG. 3.20: Cartes de significances obtenues dans notre recherche d'anisotropies parmi les événements les plus photoniques pour deux lissages Gaussiens différents des cartes. Les étoiles noires représentent les sources  $\gamma$  reportées par la collaboration H.E.S.S. et les étoiles rouges les sources du catalogue EGRET. Les cercles numérotés indiquent les pixels contenant un maximum local de signification dépassant  $3\sigma$ .



*"But don't you see, Gershon - if the particle is too small and too short-lived to detect, we can't just take it on faith that you've discovered it."*

# Rayons cosmiques : Conclusions

J'ai passé un peu plus de quatre années à travailler au sein de la collaboration Pierre Auger. Comme on a pu le voir dans cette partie, j'ai tenté de mettre à profit les connaissances que j'avais acquises auparavant en matière de fabrication de cartes et de calcul de corrélations spatiales. Mais en fait, j'ai surtout énormément appris, cette activité sur la recherche d'anisotropies dans le rayonnement cosmique m'a amené beaucoup plus loin que je ne l'aurai pensé au premier abord tant la problématique était en fait différente. Mon travail sur la construction de la carte de couverture, outre l'immense satisfaction qu'il m'a procurée, m'a appris à avoir confiance en une approche analytique, quitte à la compléter par une approche numérique lorsque cela s'avère nécessaire. Ce type d'approche hybride qui est aujourd'hui souvent mon mode de fonctionnement me permet depuis de comprendre plus en profondeur les problèmes que j'ai à traiter. J'ai aussi appris en travaillant pour la collaboration Pierre Auger à apprivoiser les statistiques (en particulier dans le cas des faibles taux de comptage) qui ne sont finalement pas si effrayantes ni magiques qu'elles y paraissent au premier abord.

On le voit sans doutes à travers les principales activités qui m'ont occupées durant ces quatre années (anisotropies aux grandes échelles, recherche de photons), j'aurais eu une nette préférence pour une origine *top-down* pour les rayons cosmiques de haute énergie si l'on m'avait demandé mon avis. La physique exotique qu'ils mettent en jeu me semble personnellement plus attrayante que ce que certains appellent la "gastrophysique". Mais c'est évidemment une question de goûts. Finalement les données semblent avoir tranché de manière claire : les rayons cosmiques ultra-énergétiques sont produits dans des objets astrophysiques parmi les plus violents de l'Univers, probablement accélérés dans des nuages magnétisés traversés par des ondes de chocs. Je crains que l'on ne puisse jamais vraiment comprendre en profondeur ces phénomènes complexes, leur exacte description fait certainement appel à un nombre de paramètres considérable.

Les promesses, ou plutôt les espoirs, de l'Observatoire Pierre Auger étaient immenses, rien de moins que de résoudre cette énigme vieille de plus d'un siècle, qui avait animé les plus grands noms de la physique. Finalement, même si les résultats actuels de l'Observatoire Pierre Auger sont tout à fait impressionnants, et si l'on peut dire qu'une bonne partie de l'énigme est résolue, on reste tout de même un peu sur sa faim ... On observe une corrélation avec un catalogue de noyaux actifs de galaxies, les rayons cosmiques sont indubitablement anisotropes aux plus hautes énergies, on constate une nette chute du flux précisément à l'énergie prédite par la coupure GZK. Mais où sont les sources ? où sont les anisotropies aux grandes échelles en dessous la coupure GZK ? quelle est la composition du rayonnement cosmique aux plus hautes énergies (noyaux lourds ou protons), un neutrino  $\tau$  va-t-il enfin nous faire le plaisir de générer une belle gerbe horizontale ? Quand verrons nous clairement les effets des champs magnétiques galactique et extragalactique ? Il semble qu'il faille encore aller un peu plus loin si l'on veut vraiment comprendre. Il me semble donc crucial, aujourd'hui plus que jamais, de poursuivre l'effort expérimental dans le domaine des rayons cosmiques. La décision concernant la construction du site Nord de l'Observatoire Pierre Auger dans le Colorado sera prise prochainement et je souhaite ardemment qu'elle soit positive. Il serait regrettable de s'arrêter en si bon chemin, les données nous le disent : nous sommes à la limite d'être enfin en mesure de voir l'Univers via les rayons cosmiques.

Il reste cependant encore du temps au site Sud de l'Observatoire Pierre Auger pour enregistrer quantité de données, alors souhaitons bonne chance à cette collaboration, parfois difficile, mais souvent pleine de talents et toujours passionnée ...

---

## **Deuxième partie**

# **Le fond diffus cosmologique**



---

*The subject [of cosmic microwave background] is unique in modern physics for the minuteness of the phenomena, the delicacy of the observations, the adventurous excursions of the observers, the subtlety of the analysis, and the grandeur of the inferences.*

*Prof. B. Rossi, MIT (1964), slightly modified by the author ...*

---



## Chapitre 4

# Contexte cosmologique

---

*La cosmologie est indéniablement entrée dans un âge d'or depuis un peu plus de dix ans. D'un domaine essentiellement théorique, agrémenté d'observations difficiles à interpréter et entachées de larges incertitudes, elle est devenue une science qui, comme la physique des particules en son temps, a pu élaborer son "modèle standard" à partir de modèles théoriques vérifiés par de nombreuses observations précises et concordantes. Le fond diffus cosmologique a indéniablement joué un rôle décisif dans cette révolution. Grâce au progrès des techniques de détection, les cosmologistes ont pu détecter d'abord les anisotropies de température de ce rayonnement, d'une part pour 100000, puis celles de polarisation, dix fois plus petites. La sensibilité atteint aujourd'hui le nano Kelvin. Les paramètres cosmologiques sont connus avec une précision de quelques pourcents. Il apparaît que la phase d'expansion accélérée, appelée inflation, qu'aurait connu l'Univers primordial est une étape cruciale qui a forgé la plupart des caractéristiques de l'Univers. Pourtant, il reste des zones d'ombres dans notre représentation de l'Univers : les questions de la nature de la matière noire et de l'énergie demeurent ouvertes et nous ne disposons toujours pas de preuve directe que la phase d'inflation a effectivement eu lieu. Elle semble nécessaire à notre compréhension de l'Univers mais il existe tant de modèles d'inflation différents que l'on ne sait lequel choisir. L'observation des modes B de fluctuations primordiales de la polarisation du fond diffus cosmologique serait décisive à cet égard : leur existence est une prédiction unique de l'inflation et la forme de leur spectre permettrait de trancher entre les modèles disponibles et de faire des tests de consistance de la théorie. Outre une compréhension détaillée de l'Univers primordial, les implications en physique fondamentale seraient profondes : ces modes B sont produits par des ondes gravitationnelles primordiales et leur amplitude est directement reliée à l'échelle en énergie de l'inflation dont on pense qu'elle est associée à la théorie de grande unification (GUT). La cosmologie n'a pas encore terminé sa révolution observationnelle, il me semble que le meilleur reste à venir...*

---

### 4.1 Le modèle standard du Big Bang

C'est la découverte de la théorie de la Relativité Générale par A. Einstein en 1915 qui a donné à la cosmologie le cadre théorique lui permettant de passer de la métaphysique à la physique. La Relativité Générale décrit en effet, via l'équation d'Einstein, comment l'espace temps et la matière agissent l'un sur l'autre, la matière courbant l'espace-temps alors qu'à l'inverse la courbure de l'espace-temps accélère la matière. En fait, il n'est pas nécessaire de résoudre l'équation d'Einstein dans toute sa généralité pour faire de la cosmologie car l'Univers semble posséder une propriété singulière : il est apparemment homogène

et isotrope<sup>1</sup>. On peut ainsi considérablement simplifier l'équation d'Einstein sous cette hypothèse, connue sous le nom de *principe cosmologique*. C'est aujourd'hui un peu plus qu'une hypothèse puisque les grands relevés de galaxies permettent de constater l'homogénéité aux grandes échelles de l'Univers. Aux plus petites échelles, la gravité a pour effet de structurer la distribution de matière sous la forme de filaments. La figure 4.1 illustre les vérifications observationnelles du principe cosmologique.

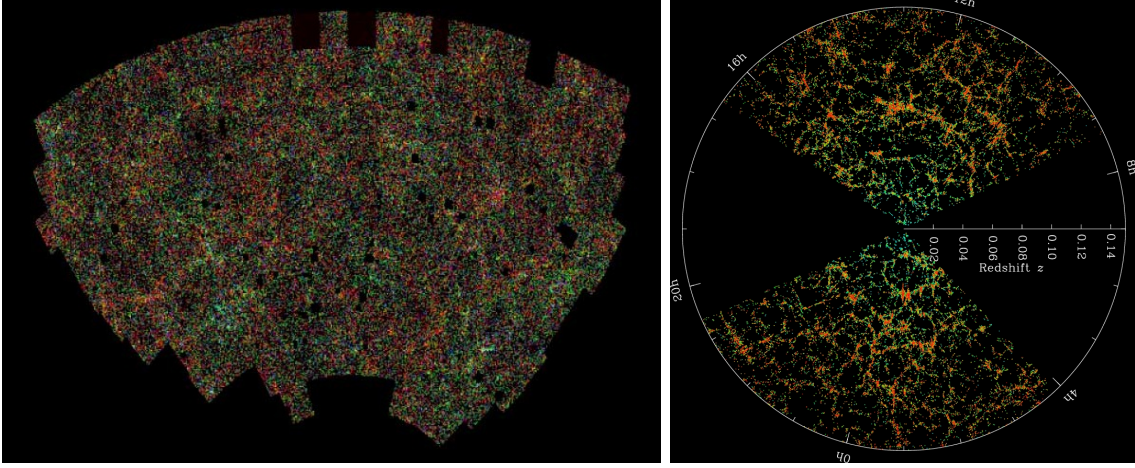


FIG. 4.1: L'image de gauche représente environ un million de galaxies observées par le relevé APM sur environ 30 degrés de largeur et sur une profondeur de deux milliards d'années-lumière. L'isotropie est manifeste. L'image de droite est une tranche dans une représentation tridimensionnelles des galaxies observées par le Sloan Digital Sky Survey. La Terre est au centre. La couleur indique l'âge moyen des étoiles (rouge correspondant à des étoiles âgées). La profondeur totale est comme pour l'image de l'APM d'environ deux milliards d'années lumière. Ici encore, même si l'on observe localement la structure filamentaire de la distribution de matière (en particulier dans la partie à plus faible redshift, proche de nous), la densité moyenne semble uniforme.

En 1927, E. Hubble observe un décalage systématique des raies d'absorption dans les galaxies dont il mesure le spectre depuis le Mont Palomar. Il remarque que ce décalage est systématiquement vers le rouge et qu'il est d'autant plus important que la distance qui nous sépare de ces galaxies est grande. Il interprète ce résultat comme l'effet d'une expansion globale de l'Univers.

La métrique en expansion ayant les propriétés de symétrie correspondant au principe cosmologique est celle de Robertson-Walker :

$$ds^2 = dt^2 - a(t) \left[ \frac{1}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right] \quad (4.1)$$

où le paramètre  $k$  dépend de la courbure spatiale de l'Univers et peut valoir -1 (Univers ouvert, géométrie hyperbolique), 0 (Univers plat, géométrie Euclidienne) ou 1 (univers fermé, géométrie sphérique). Le paramètre  $a(t)$  est le facteur d'échelle de l'Univers dont la dépendance en temps traduit son expansion. En réécrivant les équations d'Einstein pour cette métrique, c'est à dire dans le cas d'un Univers homogène et isotrope, on trouve les équations de Friedmann-Lemaître qui donnent la dynamique de l'expansion de

<sup>1</sup>Cette propriété est assez étonnante si l'on y réfléchit un instant car elle est le signe d'une différence fondamentale entre les variables de temps et d'espace : les tranches d'espace-temps à un instant donné ont une densité (dans les trois dimensions spatiales) constante. On ne peut donc pas conserver cette propriété si l'on effectue n'importe quelle mélange des variables d'espace et de temps. Le temps et l'espace sont donc bel et bien deux concepts distincts, reliés ensemble par la finitude de la vitesse de la lumière, mais résolument distincts.

l'Univers :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (4.2)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (4.3)$$

où  $G$  est la constante de gravitation,  $\Lambda$  l'énergie sombre,  $p$  et  $\rho$  la pression et la densité, reliées par l'équation d'état  $p = w\rho$ . Les points au dessus du paramètre d'échelle représentent comme toujours les dérivées par rapport au temps. Pression et densité obéissent à l'équation de continuité<sup>2</sup> :

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \quad (4.4)$$

Le taux d'expansion de l'Univers, ou paramètre de Hubble, est :

$$\frac{\dot{a}}{a} = H(z) \quad \text{avec le redshift} \quad 1 + z = \frac{a_0}{a} \quad (4.5)$$

où l'indice 0 signifie "aujourd'hui". Si l'on introduit la densité critique  $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$ , la première des deux équations de Friedmann-Lemaître se réécrit :

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 \left( \frac{\rho}{\rho_c} + \frac{k}{a^2 H^2} + \frac{\Lambda}{3H^2} \right) \quad (4.6)$$

$$= H^2 (\Omega_m + \Omega_k + \Omega_\Lambda) \quad (4.7)$$

avec :

$$\Omega_m = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad \Omega_k = \frac{k}{a^2 H^2}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2} \quad (4.8)$$

On trouve alors :

$$\Omega_k = \Omega_m + \Omega_\Lambda - 1 \quad (4.9)$$

et la géométrie de l'Univers ( $\Omega_k$ ) n'est alors fonction que de la densité de matière ( $\Omega_m$ ) et de l'énergie sombre ( $\Omega_\Lambda$ ), en particulier,  $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$  correspond à un Univers plat.

On trouve donc que le paramètre d'échelle obéit à une équation différentielle qui dépend de la proportion des différentes formes d'énergie que contient l'Univers. La domination de l'une ou l'autre des espèces emplissant l'Univers va donc affecter l'expansion :

- **domination du rayonnement** : L'équation d'état est  $p_R = \frac{1}{3}\rho^R$  (le  $R$  signifie relativiste)  
L'équation de continuité et la première équation de Friedmann donnent  $\rho^R \propto a^{-4}$  et  $a(t) \propto t^{1/2}$ .  
Finalement  $\Omega^R(z) = \Omega_0^R \times (1+z)^4$ .
- **domination de la matière** : L'équation d'état est  $p^{NR} = 0$  (le  $NR$  signifie non-relativiste)  
La même procédure donne  $\rho^{NR} \propto a^{-3}$  et  $a(t) \propto t^{2/3}$ .  
Finalement  $\Omega^{NR}(z) = \Omega_0^{NR} \times (1+z)^3$ .
- **domination de l'énergie sombre** :  
On peut alors distinguer trois cas importants :
  - *Constante cosmologique d'équation d'état  $w = -1$*  :  
On trouve  $\rho_\Lambda = \text{Cte} = \frac{\Lambda}{8\pi G}$  et  $a(t) = \exp^{Ht}$ .
  - *Energie sombre  $X$  avec équation d'état constante  $w = \text{Cte}$*  :  
 $\Omega_X(z) = \Omega_{X0}(1+z)^{3+3w}$ .
  - *Energie sombre avec équation d'état quelconque  $w(z)$*  :  
 $\Omega_X(z) = \Omega_{X0} \times \exp\left(3 \int_0^z \frac{1+w(z)}{1+z} dz\right)$ .

On voit à partir de ces relations que si l'Univers est dominé par le rayonnement à un certain point mais que la densité de matière est non nulle, alors la matière finira par dominer puisqu'elle se dilue moins rapidement que le rayonnement. On voit aussi que si la constante cosmologique est non nulle, alors elle finit forcément

<sup>2</sup>que l'on peut obtenir à partir de la conservation du tenseur énergie-impulsion ou à partir des équations de Friedmann-Lemaître.

par dominer car elle ne se dilue pas. Les observations (Supernovae de type Ia, fond diffus cosmologique, grandes structures) indiquent que nous sommes très probablement dans ce dernier cas : l'univers subit aujourd'hui une expansion accélérée consécutive à la domination de l'énergie sombre (qui ressemble à une constante cosmologique compte tenu des incertitudes de mesure) après avoir d'abord été dominé par le rayonnement, puis par la matière. En remontant dans le passé on trouve donc un Univers de plus en plus dense (et chaud car la température varie comme  $1/a$ ), c'est l'idée du modèle du *Big Bang*.



#### 4.1.1 Du Big Bang à nos jours, en quelques mots ...

Dans l'Univers décrit par le modèle du Big Bang, la température et la densité étaient très grandes par le passé. Le refroidissement progressif consécutif à l'expansion implique diverses étapes importantes qui jalonnent l'histoire de l'Univers :

- La singularité initiale correspondant à  $t = 0$  n'est pas décrite dans nos théories actuelles puisqu'en dessous du temps de Planck ( $10^{-43}$  s, soit une température  $10^{19}$  GeV), les conditions sont telles que les effets quantiques de la gravitation sont dominants : la géométrie de l'espace-temps est soumise à des fluctuations quantiques. Une théorie décrivant cette époque reste à établir.
- La brisure de la théorie de grande Unification (GUT, encore hypothétique) qui sépare l'interaction forte et l'interaction électrofaible survient ensuite. On retrouve alors le groupe de jauge du modèle standard de physique des particules  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$ . La phase d'expansion accélérée connue sous le nom d'inflation pourrait avoir eu lieu à ce moment. Elle sera détaillée dans la suite.
- Cette symétrie est à son tour brisée à une température de  $10^3$  GeV et les forces électromagnétique et faible sont séparées. L'Univers est alors composé d'un plasma de quarks et de gluons et d'électrons et photons.
- La température baissant, les quarks se lient par interaction forte pour former les nucléons.
- Aux alentours de 1 MeV, les neutrinos (et peut être la matière noire) se découplent du reste de l'Univers. Ils se propagent alors dans un Univers qui leur est transparent. Ils forment aujourd'hui un fond d'une température de 1.95 K (dont les perspectives de détection sont faibles ...).
- Les nucléons s'associent ensuite pour former les premiers noyaux, c'est la nucléosynthèse primordiale. Les photons sont alors couplés aux électrons via la diffusion Compton ( $e + \gamma \rightarrow e + \gamma$ ). La pression de radiation du rayonnement est si intense que la matière ne peut s'effondrer sous son propre poids. Seule la matière noire, découplée du reste de l'Univers plus tôt, s'effondre sur elle même créant les premières structures gravitationnellement liées.
- Comme on l'a remarqué plus haut, le rayonnement se dilue plus rapidement que la matière au cours de l'expansion et, vers une température de 65000 K, survient l'égalité matière-rayonnement. C'est une phase importante puisque la pression de radiation devient suffisamment faible pour que les baryons (les noyaux formés lors de la nucléosynthèse primordiale) s'effondrent sous leur propre poids. Lorsqu'ils

forment des zones très denses, la pression de radiation augmente et les repoussent. On a ainsi des oscillations acoustiques dans le fluide photons-baryons qui laisseront leur empreinte dans le fond diffus cosmologique.

- Le fond diffus cosmologique est émis lorsque la température devient assez faible pour que les électrons soient capturés par les noyaux formant ainsi les premiers atomes, c'est le moment du découplage des photons (appelé aussi recombinaison). Leur section efficace dans un milieu neutre devient négligeable et ils se propagent librement. En fait ce découplage ne survient que lorsque la température atteint 3700 K, soit 0.3 eV au lieu des 13.6 attendus. Ceci est dû au très grand nombre de photons par rapport aux électrons ( $10^9$  fois plus) de sorte que la queue de distribution en énergie des photons continue à ioniser le milieu tardivement. Ce sont ces photons découplés, contenant l'empreinte des oscillations acoustiques sur la surface de dernière diffusion, que l'on détecte aujourd'hui sous le nom de fond diffus cosmologique à une température de 2.7 K (l'univers s'est donc étendu d'un facteur  $\simeq 1400$  depuis).
- Les photons n'interagissant plus avec la matière, cette dernière peut alors tranquillement s'effondrer dans les puits de potentiel formés par la matière noire qui, elle, s'effondrait depuis son découplage (à une époque qui dépend de sa nature, toujours énigmatique).
- Les structures se forment alors d'une manière qui n'est toujours pas parfaitement comprise. On pense que les galaxies se forment les premières et s'effondrent les unes sur les autres formant les amas et les superamas qui s'étendent sur les filaments ainsi qu'on peut voir sur la figure 4.1.



## 4.2 Le fond diffus cosmologique et ses anisotropies

Les photons et les électrons étaient à l'équilibre thermodynamique au moment du découplage, le spectre des photons du fond diffus cosmologique est donc celui d'un parfait corps noir d'une température de 2.7 K aujourd'hui (voir figure 4.2). Il a été détecté pour la première fois accidentellement par Penzias et Wilson en 1965 [Penzias et Wilson, 1965] (ce qui leur a valu le prix Nobel de physique en 1978). Cette image de l'Univers âgé de 300000 ans est depuis l'objet de toutes les attentions des cosmologistes tant il recèle des informations précieuses sur l'histoire et le contenu de l'Univers.

### 4.2.1 Anisotropies de température

Au delà de la forme du spectre, celle d'un parfait corps noir (dont d'éventuelles distorsions signeraient plutôt la présence d'avant-plans émetteurs dans ces gammes de fréquence), ce sont les anisotropies du fond diffus cosmologique qui intéressent les cosmologistes. La première anisotropie qui fut détectée est le dipôle

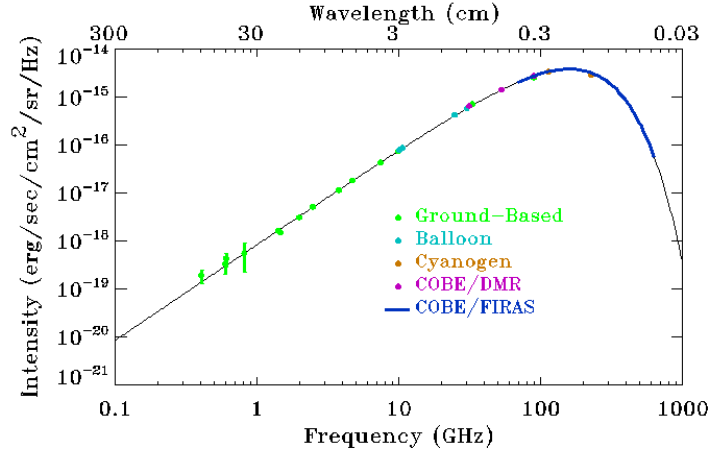


FIG. 4.2: Spectre en fréquence du fond diffus cosmologique, tiré de <http://arcade.gsfc.nasa.gov/>.

d'une amplitude de 3.358 mK, mais il n'est pas d'origine cosmologique. Il résulte simplement de l'effet Doppler consécutif à notre mouvement par rapport à la surface de dernière diffusion. Les anisotropies cosmologiques furent détectées par le satellite COBE en 1992 [Smoot et al., 1992] qui valut le prix Nobel de physique à G. Smoot en 2006. Beaucoup de chemin a été parcouru depuis cette première détection, comme on peut le constater sur les figures 4.9 et 4.10. L'observation des anisotropies de température et de polarisation du fond diffus cosmologique a permis (avec d'autres observations comme la luminosité des Supernovae de type Ia et la structure à grande échelle de l'Univers) à la cosmologie de faire un immense bond en avant et d'établir le modèle standard de la cosmologie, appelé  $\Lambda$ CDM.

On a l'habitude de décrire les anisotropies de température via les coefficients du développement en harmoniques sphériques de la sphère céleste, ce qui semble naturel puisque ces fonctions sont une base naturelle sur la sphère<sup>3</sup> :

$$\frac{\Delta T}{T}(\vec{n}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^T Y_{\ell m}(\vec{n}) \quad (4.10)$$

L'orthogonalité des harmoniques sphériques permet de calculer les coefficients du développement :

$$a_{\ell m}^T = \int \frac{\Delta T}{T}(\vec{n}) Y_{\ell m}^*(\vec{n}) d\vec{n} \quad (4.11)$$

Le spectre de puissance angulaire est la variance d'ensemble<sup>4</sup> à  $\ell$  donné des coefficients du développement :

$$C_{\ell}^T = \langle |a_{\ell m}^T|^2 \rangle \quad (4.12)$$

que l'on calcule sur une réalisation de ciel donnée (le ciel observé) avec la moyenne empirique :

$$C_{\ell}^T = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}^T|^2 \quad (4.13)$$

<sup>3</sup>Depuis quelques années on voit cependant apparaître des analyses dans lesquelles les anisotropies sont développées sur d'autres bases, de type "ondelettes" qui ont l'avantage d'être localisées en plus de décrire une échelle et une direction. Cela permet de décrire avantageusement des portions de sphère en évitant une partie des problèmes liés au fait que la base des harmoniques sphériques n'est plus exactement orthogonale lorsque la sphère est tronquée.

<sup>4</sup>Par variance d'ensemble, on entend "sur toutes les réalisations possibles".

On remarque que le nombre de coefficients disponibles à chaque mode  $\ell$  est fini et vaut  $2\ell + 1$ , ce qui implique qu'un tel spectre sera soumis à des incertitudes statistiques liées au fait que l'on n'observe qu'une seule réalisation. On appelle cette incertitude la variance cosmique, elle est particulièrement importante à bas  $\ell$  lorsque le nombre de modes est petit.

Les anisotropies de température du fond diffus cosmologique aux plus petites échelles que le dipôle sont d'origine cosmologique. Elles proviennent des petites fluctuations de densité dans l'Univers primordial qui ont évolué à partir de l'égalité matière-rayonnement (oscillations acoustiques) et que l'on observe d'ici et maintenant. On peut donc espérer contraindre la cosmologie via ces trois aspects (Univers primordial, évolution et observation à grand redshift) en observant les anisotropies du fond diffus cosmologique :

### Univers primordial

L'observation des anisotropies du fond diffus cosmologique permet de comprendre quelle était la nature des fluctuations primordiales et donc d'apprendre beaucoup sur les premiers instants de l'Univers. On a ainsi pu éliminer le modèle des défauts topologiques (encore, eux, encore une fois éliminés ... quel dommage ...) comme source de fluctuations initiales. Seul demeure le modèle de l'*inflation* dont nous reparlerons dans la suite.

### Oscillations acoustiques

Comme on l'a vu elles sont consécutives à la compétition entre l'effondrement des baryons et la pression de radiation des photons. C'est ainsi que l'on contraint la densité de baryons dans l'Univers. Elle est par ailleurs contrainte de manière précise par la mesure des abondances des éléments légers dans l'Univers et la comparaison avec les prédictions de la théorie de la nucléosynthèse primordiale. L'accord obtenu est excellent.

Pour bien comprendre les oscillations acoustiques et leur empreinte sur le fond diffus cosmologique, il

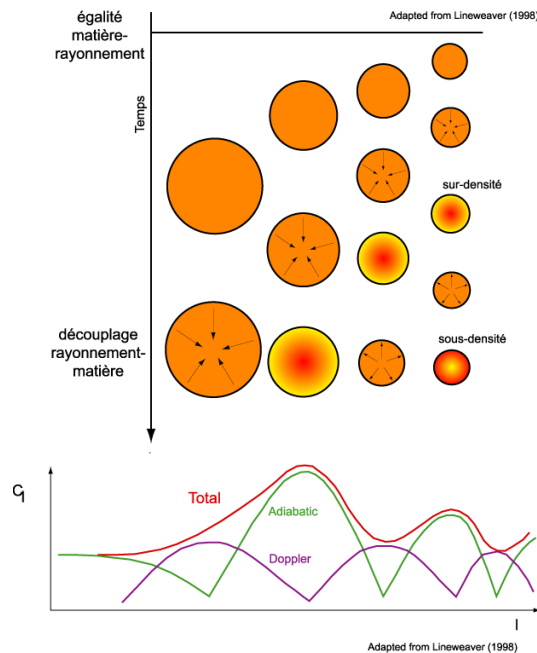


FIG. 4.3: Oscillations acoustiques et spectre de puissance angulaire. Figure adaptée de [Lineweaver, 1997].

convient de se placer dans l'espace de Fourier, c'est à dire de ne considérer que les structures d'une échelle donnée. La figure 4.3 représente une illustration du phénomène. Après l'égalité matière-rayonnement, les structures peuvent s'effondrer sur elles-mêmes, mais uniquement quand elles sortent de leur horizon, c'est à dire à partir de l'instant où l'information gravitationnelle a eu le temps de se propager à la vitesse de la lumière sur une distance correspondant à leur taille. Toutes les structures d'une taille donnée commencent donc à s'effondrer en même temps. Après l'effondrement, la structure va atteindre une densité maximale puis va être repoussée par la pression de radiation, se dilater jusqu'à une densité minimale et s'effondrer à nouveau. On a donc un phénomène d'oscillations. Répétons le car c'est là un point remarquable : toutes les structures d'une taille donnée commencent à osciller en même temps. **L'Univers oscille en phase mode de Fourier par mode de Fourier.** Une structure un peu plus grande que la précédente commencera à osciller un peu plus tard. Lorsque survient la recombinaison, au même instant dans tout l'Univers (puisque l'Univers est homogène, la température est la même partout), des structures de taille décroissante vont donc en être à des phases différentes de leurs oscillations. La recombinaison gèle les oscillations puisque les photons cessent d'interagir avec la matière, emportant avec eux l'empreinte de ces oscillations. On va donc voir des échelles privilégiées correspondant aux *extrema* de l'oscillation puisque à ces échelles, les photons sont plus ou moins chauds que la moyenne. Ceci est illustré par la partie basse de la figure 4.3 où l'on a représenté les spectres de puissance angulaire en regard des structures de tailles différentes et de leur phase dans l'oscillation au moment du découplage des photons. On voit aussi sur la figure que l'effet de la vitesse du milieu joue un rôle en décalant le spectre des photons par effet Doppler. S'ajoute aussi un *damping* du spectre aux plus petites échelles en raison de l'accumulation le long de la ligne de visée de structures d'une taille donnée plus petite que l'épaisseur de la surface de dernière diffusion (le découplage n'a pas été instantané, mais s'est étalé sur  $\Delta z \sim 50$ ).

### Géométrie de l'Univers

Enfin, en observant les anisotropies sur la surface de dernière diffusion depuis ici et maintenant, on est sensible aux effets de la géométrie de l'Univers du fait du parcours des photons dans un espace-temps courbe (voir illustration figure 4.4). On va ainsi pouvoir mesurer la densité totale de l'Univers et donc sa courbure 4.9.

## 4.2.2 Anisotropies de polarisation

### Paramètres de Stokes, champs $E$ et $B$

On décrit avantageusement la polarisation d'un rayonnement en utilisant les 4 paramètres de Stokes  $I$ ,  $Q$ ,  $U$  et  $V$ . Ils sont définis de la manière suivante dans le référentiel transverse à la propagation de l'onde :

$$I = \langle |E_{\parallel}|^2 \rangle + \langle |E_{\perp}|^2 \rangle \quad (4.14)$$

$$Q = \langle |E_{\parallel}|^2 \rangle - \langle |E_{\perp}|^2 \rangle \quad (4.15)$$

$$U = \langle E_{\parallel} E_{\perp}^* \rangle + \langle E_{\perp}^* E_{\parallel} \rangle = 2\text{Re} \langle E_{\parallel} E_{\perp}^* \rangle \quad (4.16)$$

$$V = i \left( \langle E_{\parallel} E_{\perp}^* \rangle - \langle E_{\perp}^* E_{\parallel} \rangle \right) = -2\text{Im} \langle E_{\parallel} E_{\perp}^* \rangle \quad (4.17)$$

Seul  $I$  est non nul pour un rayonnement non polarisé.  $Q$  et  $U$  décrivent la polarisation linéaire et  $V$  la polarisation circulaire (qui est nulle dans le cas du fond diffus cosmologique).  $Q$  et  $U$  sont des quantités qui dépendent du référentiel (on les échange par une rotation de 45 degrés), on ne peut donc développer  $Q$  et  $U$  sur la même base que la température  $I$  qui, elle, est scalaire. On utilise alors les harmoniques sphériques de spin 2 :

$$Q(\vec{n}) \pm iU(\vec{n}) = \sum_{\ell m} a_{\pm 2\ell m} \pm 2Y_{\ell m}(\vec{n}) \quad (4.18)$$



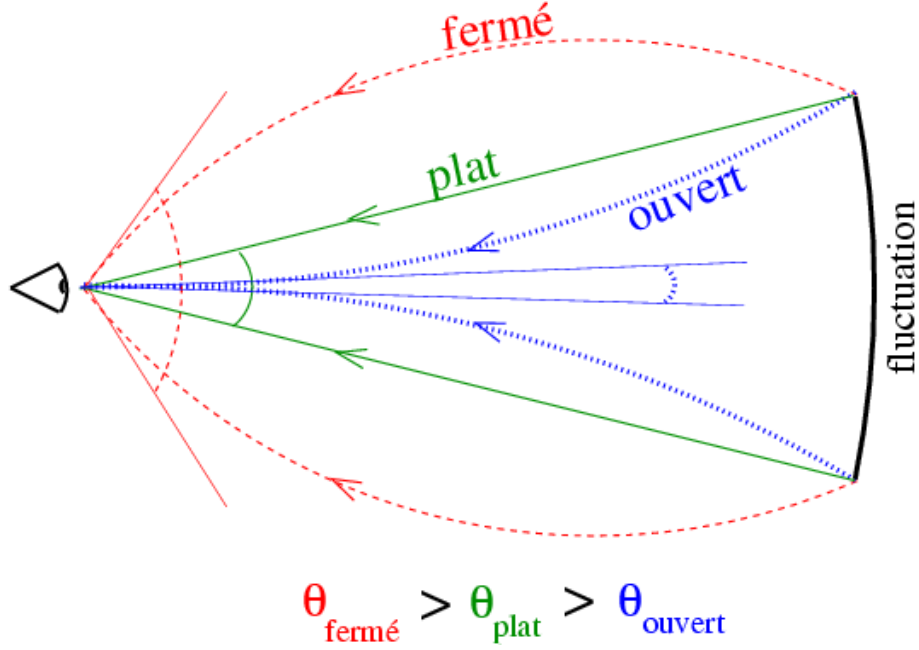


FIG. 4.4: Les fluctuations de la surface de dernière diffusion vues d'ici et maintenant vont avoir une taille apparente qui dépend de la géométrie de l'Univers et donc de sa densité totale (voir équation 4.9).

A partir des coefficients de ce développement, on peut alors former les quantités scalaires :

$$a_{\ell m}^E = -\frac{a_{2\ell m} + a_{-2\ell m}}{2} \quad (4.19)$$

$$a_{\ell m}^B = i\frac{a_{2\ell m} - a_{-2\ell m}}{2} \quad (4.20)$$

qui correspondent alors aux champs scalaires  $E$  et  $B$  sur la sphère :

$$E(\vec{n}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^E Y_{\ell m}(\vec{n}) \quad (4.21)$$

$$B(\vec{n}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^B Y_{\ell m}(\vec{n}) \quad (4.22)$$

Notons que ces champs, compte tenu de leur définition, sont non-locaux, c'est à dire qu'ils ne peuvent pas être directement reconstruits à partir de la mesure en un point de  $Q$  et  $U$ . Ceci est à l'origine d'une difficulté spécifique connue sous le nom de séparation de  $E$  et  $B$  lorsque l'on observe une fraction du ciel.

Les champs  $E$  et  $B$  se distinguent par des propriétés de symétrie différentes autour d'une perturbation, qui expliquent le choix de  $E$  et  $B$  par analogie avec les champs électrique et magnétique (ces propriétés sont illustrées sur la figure 4.5) :

- Un champ  $E$  est invariant par rotation et par parité.
- Un champ  $B$  est invariant par rotation et change de signe par parité.

On peut définir à partir des coefficients du développement de  $T$ ,  $E$  et  $B$  les spectres de puissance angulaire

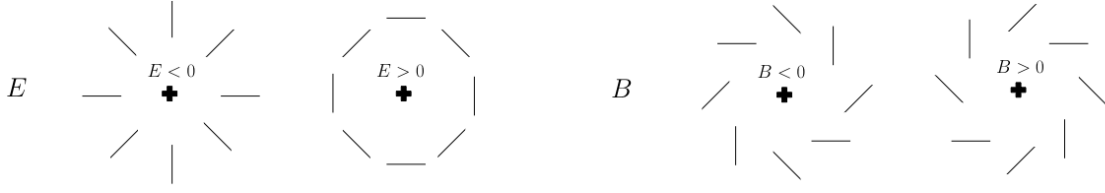


FIG. 4.5: Figures de plarisation pour les champs  $E$  et  $B$  autour d'une perturbation de polarisation indiquée par la croix (tiré de [Rosset, 2003]).

suivants :

$$C_{\ell}^{TT} = \langle |a_{\ell m}^T|^2 \rangle \quad (4.23)$$

$$C_{\ell}^{EE} = \langle |a_{\ell m}^E|^2 \rangle \quad (4.24)$$

$$C_{\ell}^{BB} = \langle |a_{\ell m}^B|^2 \rangle \quad (4.25)$$

$$C_{\ell}^{TE} = \langle a_{\ell m}^T a_{\ell m}^{E*} \rangle \quad (4.26)$$

$$C_{\ell}^{TB} = \langle a_{\ell m}^T a_{\ell m}^{B*} \rangle \quad (4.27)$$

$$C_{\ell}^{EB} = \langle a_{\ell m}^E a_{\ell m}^{B*} \rangle \quad (4.28)$$

Les deux derniers spectres sont nuls en raison des propriétés de symétrie de ces champs. Les quatre spectres non nuls sont indiqués sur la figure 4.6 où l'on peut voir que l'amplitude des anisotropies de polarisation est faible par rapport à celle des anisotropies de température. Or cette dernière est déjà petite : quelques dizaines de  $\mu K$  sur un fond, rappelons le de 2.7 K. On imagine donc aisément la difficulté de l'observation de ces spectres polarisés. Les modes  $B$  de polarisation se représentés ici pour un paramètre  $r = 0.1$  (il mesure le rapport entre les modes tenseur et les modes scalaires comme on le verra ensuite) et ils sont encore plus faibles que la polarisation  $E$ . En fait la valeur du rapport  $r$  n'est pas connue et pourrait être bien plus faible, amenant le spectre des modes  $B$  encore plus bas. C'est pourtant la mesure de ce dernier spectre qui est aujourd'hui le défi à relever pour les cosmologistes car la polarisation  $B$  est quasiment la seule observable connue<sup>5</sup> susceptible de nous apporter des informations sur l'Univers primordial (voir section 4.3 de cette partie).

### Origine de la polarisation du fond diffus cosmologique

Lorsque les photons subissent la diffusion Thomson sur les électrons, seule la polarisation transverse à la direction de diffusion du photon est transmise (car c'est l'accélération de l'électron consécutive au champ électrique du photon incident qui est responsable de l'émission du photon diffusé, seule l'accélération transverse est "visible" depuis la direction du photon diffusé). Finalement, si les électrons reçoivent un flux de photons non polarisés de forme quadrupolaire, alors le flux de photons émergeant est polarisé (voir figure 4.7).

Il se trouve que les trois types de perturbations de la densité du fluide photons-baryons sont susceptibles de produire des flux de photons quadrupolaires de sorte que finalement, le fond diffus cosmologique est polarisé à environs 10%. Plusieurs types de perturbation sont envisageables :

- **Perturbations scalaires** : Considérons un électron situé sur le bord d'un puit de potentiel (une sur-densité de matière), en raison de sa chute dans le puit de potentiel, il voit le fluide cosmique situé de part et d'autre de lui dans la direction radiale s'éloigner (car la chute est accélérée) alors que le fluide dans la direction tangentielle se rapproche (les cercles sont concentriques). Le fluide photons-baryons va donc avoir une distribution quadrupolaire autour de cet électron (voir figure 4.8), ce qui induit,

<sup>5</sup>L'observation directe des ondes gravitationnelles primordiales fait cependant partie du programme scientifique de futurs projets de recherche directe d'ondes gravitationnelles tels que LISA ou BBO.

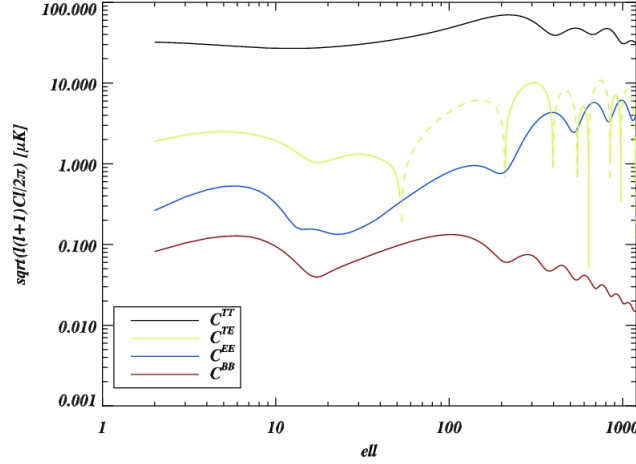


FIG. 4.6: Spectres de puissance angulaires attendus dans le cadre du modèle standard  $\Lambda$ CDM avec un rapport tenseur/scalaire  $r = 0.1$ .

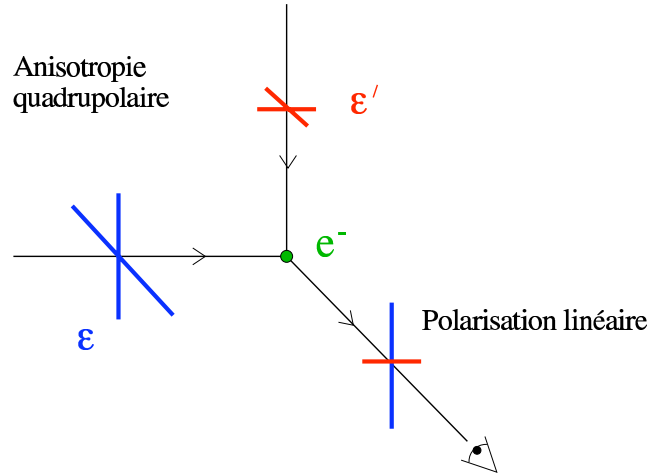


FIG. 4.7: Diffusion Thomson : si le flux de photons incident n'est pas polarisé mais présente une anisotropie quadrupolaire, le flux diffusé sera polarisé linéairement.

par diffusion Thomson une polarisation linéaire des photons diffusés. La symétrie (centrale) autour d'une fluctuation de densité implique que seule une polarisation de type  $E$  peut être engendrée par les perturbations scalaires.

- **Perturbations vectorielles** : Elles sont liées à la vorticité du fluide photons-baryons et peuvent produire des anisotropies quadrupolaires. Les perturbations vectorielles sont cependant négligeables dans la plupart des modèles d'Univers primordial et ne sont pas croissantes avec l'expansion de l'Univers. Leur étude ne présente donc pas d'intérêt cosmologique.
- **Perturbations tensorielles** : Elles sont liées à la présence d'ondes gravitationnelles primordiales qui déforment l'espace-temps de sorte que des particules-test placées sur un cercle dans le plan transverse à la direction de l'onde gravitationnelle se retrouvent sur une ellipse lors du passage de l'onde. Ceci induit des anisotropies quadrupolaires dans le flux de photons sur les électrons et donc une polarisation des photons diffusés. Les perturbations tensorielles ne présentent pas de symétrie centrale et peuvent donc générer à la fois de la polarisation de type  $E$  et  $B$ .

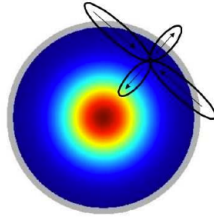


FIG. 4.8: Dans une perturbation scalaire (sur-densité ou sous-densité de matière), le flux de photons sur un électron présente une anisotropie quadrupolaire, induisant une polarisation linéaire des photons diffusés.

Finalement, il apparaît que les modes de polarisation  $E$  peuvent être générés à la fois par des perturbations scalaires et tensorielles alors que seules les perturbations tensorielles peuvent générer de la polarisation  $B$ . Une détection des modes  $B$  signerait donc de manière directe la présence d'ondes gravitationnelles primordiales qui sont la signature univoque de la phase d'inflation qui aurait eu lieu dans les premiers instants de l'Univers. C'est là tout l'objet des efforts expérimentaux visant à détecter les modes  $B$  de polarisation, en plein essor depuis quelques années. Le projet QUBIC (ex-BRAIN) qui sera présenté en détails dans le chapitre 6 de cette partie s'inscrit dans cette dynamique.

### 4.2.3 Résultats expérimentaux

Il n'est pas question ici de faire un état de l'art des observations du fond diffus cosmologique, je donnerai simplement un aperçu des derniers résultats et de leur conséquences pour la cosmologie. En attendant les données du satellite Planck, les cartes de WMAP (après 5 ans de prise de données [Hinshaw et al., 2008]) sont aujourd'hui les plus précises sur l'ensemble de la sphère céleste. La carte représentée sur la figure 4.9 montre les fluctuations de température du fond diffus cosmologique obtenue en combinant les cartes obtenues à différentes fréquences par WMAP afin de soustraire les contributions des avant-plans. Cette carte magnifique est une image de la surface de dernière diffusion, les fluctuations que l'on peut y voir ne sont pas du bruit, mais bel et bien les perturbations de densité qui ont plus tard donné lieu à la formation des structures telles que les galaxies, amas et superamas visibles sur la figure 4.1

Des cartes similaires, quoique nettement plus bruitées, peuvent être obtenues pour les paramètres de Stokes  $Q$  et  $U$ . L'analyse en spectre de puissance de ces cartes permet d'obtenir les spectres de puissance représentés sur la figure 4.10. L'ajustement de la valeur des paramètres cosmologiques permet d'obtenir

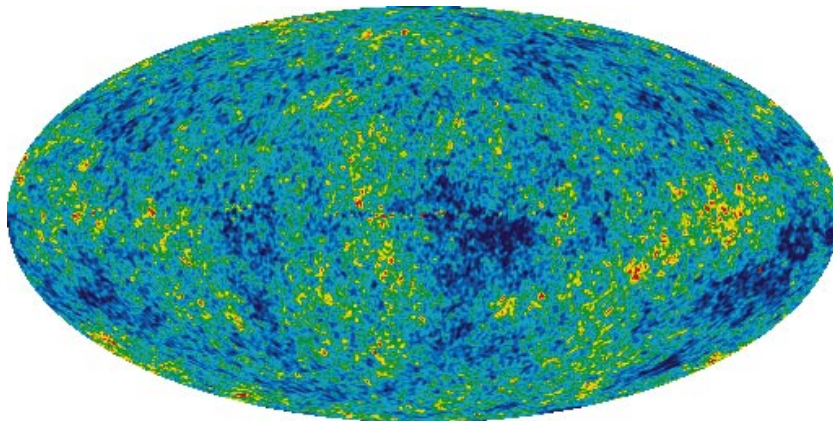


FIG. 4.9: Carte des fluctuations de température du fond diffus cosmologique obtenue par le satellite WMAP [Hinshaw et al., 2008].

la table 4.1. Les spectres de puissance de la température incluent aussi les mesures du télescope au sol ACBAR [Reichardt et al., 2008], du ballon stratosphérique Boomerang [Jones et al., 2005] et de l'interféromètre CBI [Readhead et al., 2004]. On voit que le spectre des anisotropies en température est parfaitement mesuré jusqu'au cinquième pic acoustique, le satellite ESA/NASA Planck [The Planck Collaboration, 2005] permettra d'atteindre le septième et ainsi de lever des dégénérescence entre les paramètres cosmologiques. Les spectres  $EE$  et  $TE$  complétés par les données des télescopes QUAD [Prycke et al., 2008] et CAPMAP [CAPMAP collaboration, 2008] et de l'interféromètre DASI [Leitch et al., 2004] sont aujourd'hui assez bien mesuré et s'accordent parfaitement avec les mesures de température. Un ajustement de courbe théorique de  $C_\ell$  sur la température seule donne un excellent  $\chi^2/\text{ndf}$  sur les mesures de polarisation. On attend cependant beaucoup de Planck dans ce secteur puisque la mesure précise de la polarisation (jusqu'à  $\ell \sim 1000$ ) sera l'un de points forts de ce satellite.

Les paramètres cosmologiques sont aujourd'hui connus avec une bonne précision, de sorte que l'on peut désormais parler de *modèle standard* de la cosmologie, comme on a pu en parler pour la physique des particules depuis quelques années déjà. Les tables de la loi de ce modèle standard sont indiquées sur la table 4.1. Ces chiffres ont été obtenus en ajustant les données de WMAP [Hinshaw et al., 2008] seulement. Notre modèle standard est résumé par l'appellation  $\Lambda\text{CDM}$  qui signifie un modèle de Big Bang avec constante cosmologique et matière noire froide. Il suppose aussi implicitement que l'inflation (voir section 4.3) est à l'origine des fluctuations primordiales. En ajoutant des contraintes provenant d'autres observations cosmologiques telles que les supernovae de type Ia, les oscillations acoustiques de baryons dans la distribution à grande échelle des galaxies ou encore les mesures de la constante de Hubble, la précision est encore améliorée. Remarquons que toutes ces observables donnent des contraintes complémentaires dans l'espace des paramètres du modèle standard et qu'elles sont en remarquable accord les unes avec les autres. L'à propos de la plaisanterie "*Combien faut-il de cosmologistes pour changer une ampoule ? réponse :  $2 \pm 80$* " semble définitivement compromis...

En revanche on voit en bas à droite de la figure 4.10 que seules des limites supérieures ont pu être déterminées à ce jour concernant le spectre des modes  $B$  de polarisation, leur détection représente un défi technologique majeur puisque tous les effets systématiques qui sont encore sous contrôle lorsque l'on observe la température ou la polarisation  $E$  deviennent dominants lorsque l'on atteint la sensibilité statistique requise. Il ne faut donc pas seulement prendre davantage de données (en multipliant le nombre de détecteurs) mais aussi réduire considérablement les effets systématiques. Cela implique très certainement le développement de nouveaux concepts instrumentaux spécifiquement dédiés à l'observation des modes  $B$ . C'est précisément l'objectif du projet QUBIC (ex-Brain) sur lequel je travaille aujourd'hui et qui sera décrit dans le chapitre 6 de cette partie. Dans la section qui suit, nous verrons plus en détails les raisons qui amènent de si nombreuses équipes dans le monde à se lancer dans cette quête des modes  $B$ , je veux parler des relations entre modes  $B$ , Univers primordial et inflation.

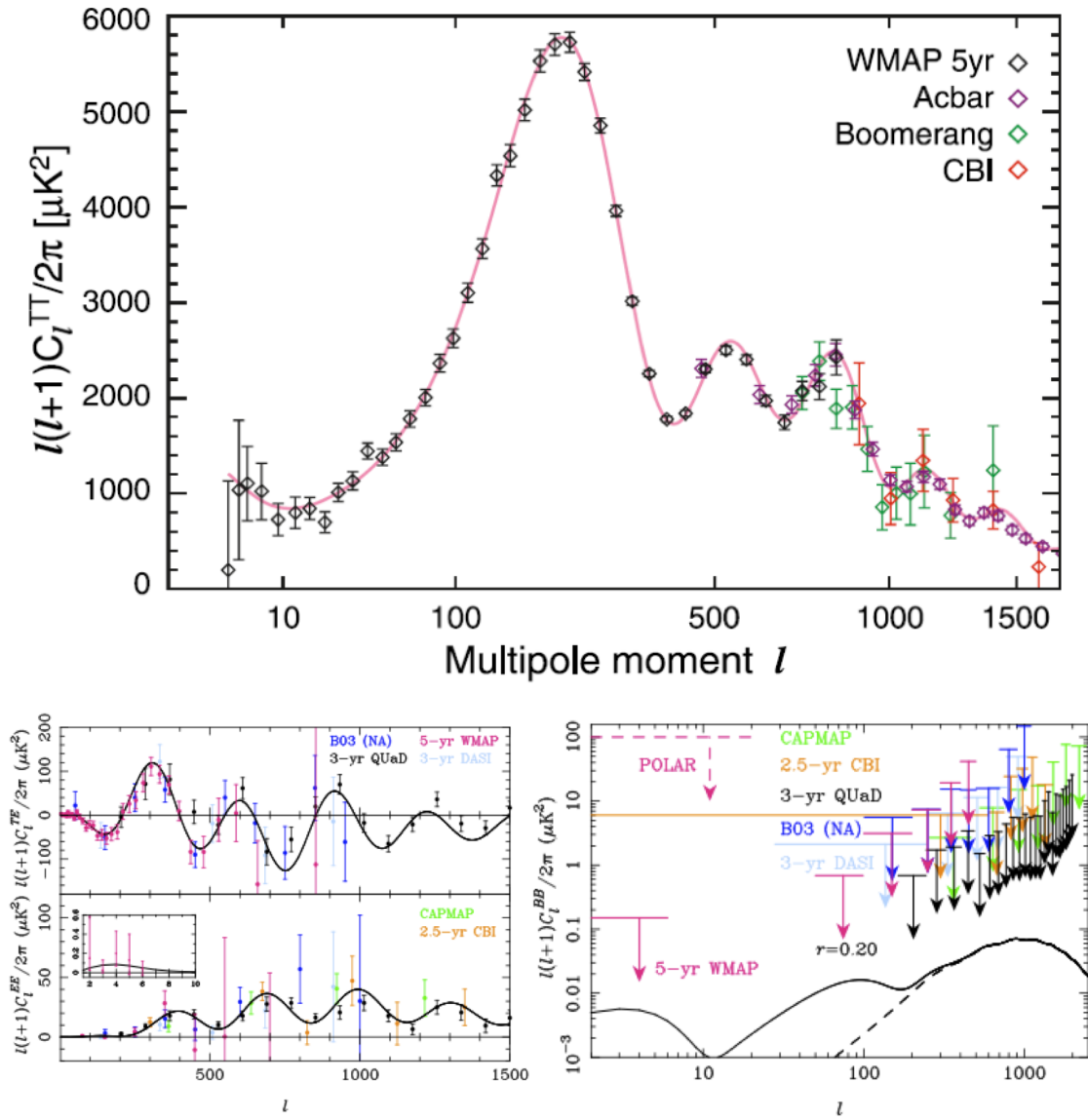


FIG. 4.10: Résultats récents concernant la mesure du spectre angulaire des fluctuations de température et de polarisation du fond diffus cosmologique (figures tirée d'une présentation de H. Peiris).

WMAP Cosmological Parameters			
Model: lcdm+sz+lens			
Data: wmap5			
$10^2 \Omega_b h^2$	$2.273 \pm 0.062$	$1 - n_s$	$0.037^{+0.015}_{-0.014}$
$1 - n_s$	$0.0081 < 1 - n_s < 0.0647$ (95% CL)	$A_{\text{BAO}}(z = 0.35)$	$0.457 \pm 0.022$
$C_{220}$	$5756 \pm 42$	$d_A(z_{\text{eq}})$	$14279^{+186}_{-189}$ Mpc
$d_A(z_*)$	$14115^{+188}_{-191}$ Mpc	$\Delta_{\mathcal{R}}^2$	$(2.41 \pm 0.11) \times 10^{-9}$
$h$	$0.719^{+0.026}_{-0.027}$	$H_0$	$71.9^{+2.6}_{-2.7}$ km/s/Mpc
$k_{\text{eq}}$	$0.00968 \pm 0.00046$	$\ell_{\text{eq}}$	$136.6 \pm 4.8$
$\ell_*$	$302.08^{+0.83}_{-0.84}$	$n_s$	$0.963^{+0.014}_{-0.015}$
$\Omega_b$	$0.0441 \pm 0.0030$	$\Omega_b h^2$	$0.02273 \pm 0.00062$
$\Omega_c$	$0.214 \pm 0.027$	$\Omega_c h^2$	$0.1099 \pm 0.0062$
$\Omega_\Lambda$	$0.742 \pm 0.030$	$\Omega_m$	$0.258 \pm 0.030$
$\Omega_m h^2$	$0.1326 \pm 0.0063$	$r_{\text{hor}}(z_{\text{dec}})$	$286.0 \pm 3.4$ Mpc
$r_s(z_d)$	$153.3 \pm 2.0$ Mpc	$r_s(z_d)/D_v(z = 0.2)$	$0.1946 \pm 0.0079$
$r_s(z_d)/D_v(z = 0.35)$	$0.1165 \pm 0.0042$	$r_s(z_*)$	$146.8 \pm 1.8$ Mpc
$R$	$1.713 \pm 0.020$	$\sigma_8$	$0.796 \pm 0.036$
$A_{\text{SZ}}$	$1.04^{+0.96}_{-0.69}$	$t_0$	$13.69 \pm 0.13$ Gyr
$\tau$	$0.087 \pm 0.017$	$\theta_*$	$0.010400 \pm 0.000029$
$\theta_*$	$0.5959 \pm 0.0017^\circ$	$t_*$	$380081^{+5843}_{-5841}$ yr
$z_{\text{dec}}$	$1087.9 \pm 1.2$	$z_d$	$1020.5 \pm 1.6$
$z_{\text{eq}}$	$3176^{+151}_{-150}$	$z_{\text{reion}}$	$11.0 \pm 1.4$
$z_*$	$1090.51 \pm 0.95$		

TAB. 4.1: *Paramètres cosmologiques déterminés avec les données de cinq années d'observation du fond diffus cosmologique avec WMAP [Hinshaw et al., 2008].*

## 4.3 Inflation et modes $B$ de polarisation

### 4.3.1 Les limitations du Big Bang sans inflation

Le modèle du Big Bang tel qu'il a été décrit rencontre plusieurs problèmes connus depuis de nombreuses années. Ils sont tous résolus simultanément par l'inflation même si l'idée de l'inflation vient elle aussi avec ses propres problèmes (essentiellement un trop grand nombre de modèles plausibles) :

#### Le problème de l'homogénéité

On sait que l'on a autour de nous des structures sur les grandes échelles (galaxies, amas, superamas). Il ne faut donc pas prendre le principe cosmologique au pied de la lettre. L'univers est homogène sur les grandes échelles, mais il ne l'est pas aux petites échelles pour lesquelles la gravitation a provoqué la croissance des structures. On sait aussi qu'à un décalage vers le rouge de 1000, l'Univers n'était pas non plus exactement isotrope puisque l'on observe de petites fluctuations de température, de l'ordre d'une part pour 100000 environ correspondant aux inhomogénéités de l'Univers à cette époque. D'où proviennent ces légères inhomogénéités ? Le modèle du Big Bang ne propose pas de réponse à cette question. Il faut alors invoquer des "conditions initiales" si particulières que se posent alors des questions de type "fine tuning" et "principe anthropique" : pourquoi L'Univers est-il exactement tel que nous ayons pu y voir le jour ? Tout le monde s'accorde pour dire que ce genre de raisonnement n'est pas satisfaisant, même s'il arrive qu'elle soit la seule disponible. L'inflation apporte comme on va le voir une élégante réponse à cette question en fournissant un processus clair pour générer des perturbations que l'on peut calculer et comparer aux observations.

#### Le problème de la platitude

Les données observationnelles s'accordent sur un Univers dont la courbure spatiale est compatible avec zéro, c'est à dire une géométrie Euclidienne et  $\Omega_{\text{tot}} = 1$ . On a vu que  $\Omega_{\text{tot}} - 1 = \Omega_k = \frac{k}{H_c^2}$  où  $H_c = (aH)^{-1}$  est le rayon de Hubble comobile. Dans l'Univers jeune dominé par la radiation,  $a(t) \propto t^{1/2}$ , le rayon de Hubble comobile croît alors en  $\propto t^{1/2}$  et donc  $\Omega_{\text{tot}} - 1 \propto kt$ . Par conséquent, si  $\Omega_{\text{tot}}$  n'est pas strictement égal à 1 au départ, l'expansion de l'Univers ne fait qu'accroître cet écart. Si l'on observe aujourd'hui, alors que l'Univers est assez âgé une valeur de  $\Omega_{\text{tot}}$  proche de 1, cela signifie que l'on en était encore plus proche dans le passé. Un calcul détaillé montre que pour que l'Univers soit aussi plat qu'on le voit, il faut qu'au temps de Planck ( $10^{-43}$  sec) on ait  $\Omega_{\text{tot}} - 1 < 10^{-60}$ , ce que l'on appelle du *fine tuning*. Ici encore, on va voir que l'inflation donne une explication au fait que l'on observe un Univers plat aujourd'hui sans devoir reposer sur du *fine tuning*.

#### Le problème de l'horizon

En raison de la finitude de la vitesse de la lumière, la distance maximale sur laquelle une interaction peut agir depuis le Big Bang est limitée, on appelle cette distance l'horizon, donné approximativement par le rayon de Hubble  $H^{-1}$ . La fraction de l'espace comobile en contact causal est alors donnée par le rayon de Hubble comobile  $(aH)^{-1}$  et l'on a vu qu'il croît avec le temps dans l'Univers jeune. Le calcul de la taille de l'horizon au moment du découplage entre matière et rayonnement donne un résultat surprenant. Des zones séparées sur la voûte céleste de plus de quelques degrés n'ont pas pu être causalement connectées. Or on observe de manière indubitable que ces zones sont thermalisées entre elles (inhomogénéités de quelques dizaines de  $\mu K$  pour une température moyenne de 2.7 K). Il semble donc y avoir une contradiction profonde : comment ces zones ont-elles pu être connectées par le passé puis cesser de l'être alors que le rayon de Hubble comobile ne fait que croître ? L'inflation résout aussi cette question.





### 4.3.2 Le paradigme de l'inflation

L'idée de l'inflation [Guth, 1981, Linde, 1982, Albrecht et Steinhardt, 1982] est en fait assez simple dans les grandes lignes : on imagine que l'Univers a connu dans une phase primordiale une expansion accélérée au cours de laquelle son volume a crû d'un facteur considérable. Les fluctuations quantiques de l'inflaton (le champ scalaire responsable de l'inflation) ont alors grossi de manière à devenir macroscopiques et sont devenues les fameuses fluctuations primordiales. On calcule leur spectre à partir de celui des fluctuations quantique et l'accord avec les observations est remarquable. Voilà le problème de l'homogénéité résolu. Alors que le volume de l'Univers augmente, la courbure de celui-ci diminue considérablement, de sorte que quelle qu'elle ait pu être initialement, elle se retrouve très proche de zéro à la fin de l'inflation, ce qui résout le problème de la platitude (voir figure 4.11). Enfin, des zones qui semblent trop éloignées les unes des autres pour avoir été connectées causalement si l'on oublie l'inflation, étaient en fait proches avant l'inflation et se sont thermalisées bien avant. Elles se sont éloignées les unes des autres au cours de l'inflation et sont *sorties de l'horizon*. Ainsi l'inflation résout aussi le problème de l'horizon. Pour retrouver l'évolution classique de l'Univers après l'inflation, il faut un processus pour que celle-ci se termine. L'inflaton se désintègre alors en particules, démarrant l'ère de domination de la radiation. On appelle cette fin de l'inflation le *reheating*.

En pratique, pour résoudre le problème de l'horizon, on comprend bien qu'il suffit que le rayon de Hubble comobile soit en fait, à un certain moment, décroissant avec le temps [Langlois, 2004, Liddle et Lyth, 2000] de sorte qu'il ait été par le passé nettement plus grand que l'Univers observable, puis qu'il ait décré pendant l'inflation afin de correspondre à quelques degrés au moment du découplage (voir figure 4.12). Il faut donc que :

$$\frac{d}{dt}(aH)^{-1} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d}{dt} \frac{1}{a} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{a} > 0 \quad (4.29)$$

ce qui correspond simplement à un Univers en expansion accélérée. La seconde équation de Friedmann (Eq. 4.3) nous apprend alors directement que ceci ne peut survenir que si l'équation d'état de l'espèce dominante est  $w < -1/3$ . Puisque  $\rho$  est par définition positif, alors il faut que la pression soit négative. Ceci rappelle naturellement le cas de la constante cosmologique ( $w = -1$ ), mais dans un Univers dominé

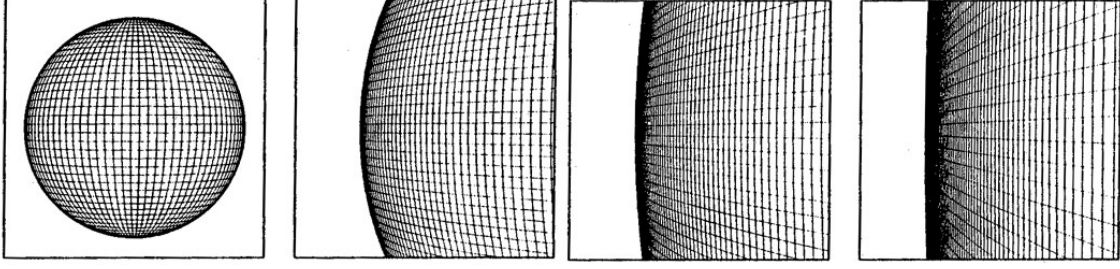


FIG. 4.11: Résolution du problème de la platitude par l'inflation : de la même manière que la courbure de la Terre ne nous apparaît pas du fait de sa taille immense, la courbure de l'Univers, quelle qu'elle ait été au début de l'inflation, est quasiment nulle à la fin de l'inflation (figure tirée de [Guth, 1997]).

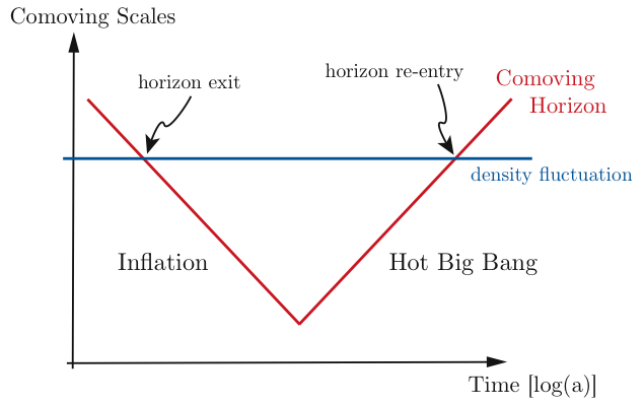


FIG. 4.12: Résolution du problème de l'horizon avec l'inflation : On considère une échelle plus petite que l'horizon au départ, le contenu de l'Univers est donc thermalisé à cette échelle. Au cours de l'inflation l'échelle comobile reste constante alors que le rayon de Hubble comobile diminue, cette échelle sort donc de l'horizon et est donc "gelée" jusqu'à ce que, après la fin de l'inflation, le rayon de Hubble comobile augmente dans le cadre du Big Bang classique et que cette échelle ré-entre dans son horizon et recommence à évoluer. On a donc l'impression que des échelles plus grandes que l'horizon se sont thermalisées (figure tirée de [Baumann et al., 2008]).

par la constante cosmologique, l'inflation ne s'arrête jamais. Or, on a bien sur besoin qu'elle s'arrête pour avoir ensuite une phase dominée par la radiation et ainsi de suite. L'inflation n'est ici qu'une phase ayant précédé toutes celles que nous avons évoquées dans la cadre du modèle du Big Bang.

### Slow-roll

Il se trouve que l'on peut obtenir cette condition si l'Univers est dominé par un champ scalaire, appelé *inflaton* dont le potentiel satisfait à une condition appelée *slow-roll* que nous allons expliciter. La pression et la densité d'un champ scalaire  $\phi$  dont le potentiel est  $V(\phi)$  peuvent être obtenues à partir du Lagrangien correspondant [Liddle et Lyth, 2000] et s'écrivent :

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (4.30)$$

$$p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (4.31)$$

On voit alors que si le terme cinétique en  $\dot{\phi}$  est petit devant le potentiel de l'inflaton, celui-ci pourra avoir une équation d'état satisfaisant la condition pour que l'inflation soit possible. Pour que l'inflation dure alors suffisamment longtemps, il faut que le terme cinétique reste petit, et donc que sa dérivée soit petite. Les équations du mouvement pour le champ scalaire sont la première équation de Friedmann qui décrit l'évolution de l'Univers dominé par l'inflaton et l'équation de Klein-Gordon qui décrit l'évolution du champ scalaire lui-même :

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left( \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right) \quad (4.32)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -\frac{dV}{d\phi} = -V' \quad (4.33)$$

L'approximation de *slow-roll* consiste donc à négliger le terme cinétique devant le potentiel et la dérivée seconde du champ dans l'équation de Klein-Gordon :

$$\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \ll V \quad \text{et} \quad \ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi} \quad (4.34)$$

On trouve alors des équations du mouvement simplifiées sous cette hypothèse :

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} V \quad (4.35)$$

$$\dot{\phi} = -\frac{V'}{3H} \quad (4.36)$$

On peut alors utiliser ces expressions pour réécrire l'approximation de *slow-roll* (Eq. 4.34) uniquement en termes du potentiel :

$$\epsilon_V \equiv \frac{m_P^2}{2} \left( \frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \quad \text{et} \quad \eta_V \equiv m_P^2 \frac{V''}{V} \ll 1 \quad (4.37)$$

où  $m_P$  est la masse de Planck réduite  $m_P = \frac{1}{\sqrt{8\pi G}}$ . Finalement, on voit que tout revient simplement à choisir un potentiel pour le champ scalaire dont la forme satisfait à ces conditions afin d'avoir inflation, c'est à dire que la pente et la courbure du potentiel, en unités de la masse de Planck doivent être petites. On peut facilement le comprendre avec l'exemple du potentiel d'un champ scalaire massif sans interaction :

$$V(\phi) = \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \quad (4.38)$$

Les paramètres du *slow-roll* sont :

$$\epsilon = \eta = \frac{m_P^2}{4\pi\phi^2} \quad (4.39)$$

L'inflation dure donc tant que  $|\phi| > \frac{m_P}{\sqrt{4\pi}}$ , c'est à dire tant que le champ reste loin de son minimum. Tant que les conditions de *slow-roll* sont remplies, on se trouve avec un champ qui évolue lentement, de sorte que l'équation de Klein-Gordon simplifiée montre que  $H \sim \text{Cte}$  et donc :

$$a(t) \propto \exp(Ht) \quad (4.40)$$

La forme de potentiels typiques des modèles inflationnaires est donnée représentée sur la figure 4.13. Le champ est initialement décalé par rapport au minimum du potentiel, de sorte qu'il descend lentement (*slow-roll*) vers ce minimum. Lorsque le champ s'approche trop du minimum, les conditions de *slow-roll* ne sont plus remplies et l'inflation se termine par le *reheating*. La phase dominée par le rayonnement commence alors. On trouve les modèles à grand champ à droite (par exemple le potentiel d'un champ scalaire massif  $V(\phi) = \frac{1}{2} m^2 \phi^2$  ou bien d'un champ en auto-interaction  $V(\phi) = \lambda \phi^4$ ) dont la forme mathématique simple permet un traitement analytique assez poussé, mais qui ne sont pas très motivés du point de vue de la physique des particules. Les modèles à faible champ (à gauche) dont la forme est typique d'une brisure de symétrie (par exemple un potentiel de Higgs  $V(\phi) = \lambda(\phi^2 - M^2)^2$ ) sont plus motivés physiquement.

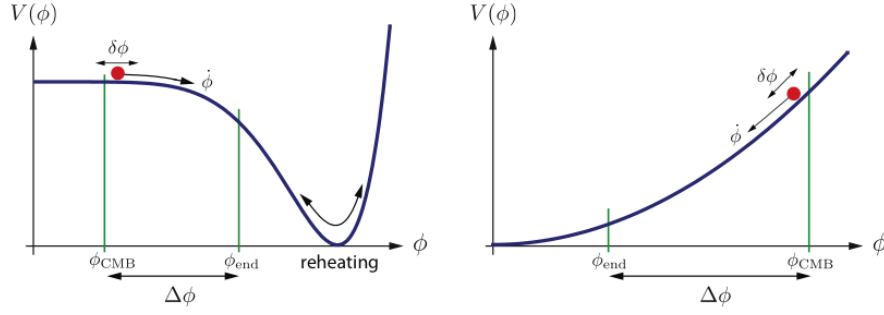


FIG. 4.13: Formes typiques de potentiels pour l'inflaton. Modèles à faible champ à droite, typiques d'une brisure de symétrie dans lesquels les modes tenseurs sont très petits. Modèles à grand champ à gauche, moins motivés physiquement, mais simples à calculer (figure tirée de [Baumann et al., 2008]). Dans ces figures  $\phi_{\text{CMB}}$  indique la zone (située à  $\Delta\phi \sim 60$  e-folds avant la fin de l'inflation) où les perturbations quantiques de l'inflaton deviennent macroscopiques (et deviendront plus tard les fluctuations du CMB).

Dans ces modèles les modes de perturbation tenseurs (et donc les modes  $B$  de polarisation du CMB) sont très supprimés par rapport aux modes scalaires). D'autres formes existent, en particulier dans le cadre des modèles hybrides dans lesquels deux champs scalaires se partagent les rôles de débiter et de terminer l'inflation.

Afin que l'inflation résolve les problèmes du modèle du Big Bang évoqués plus haut, il faut qu'elle dure suffisamment pour que l'Univers ait considérablement enflé. On mesure cette quantité via le nombre de  $e$ -foldings :

$$N_e = \ln \frac{a(t_{\text{end}})}{a(t_{\text{start}})} \quad (4.41)$$

Dans le cas de l'inflation sous l'hypothèse du *slow-roll*, on peut simplement exprimer  $N_e$  en fonction du potentiel de l'inflaton car  $dN_e = -d \ln a = -H dt = -(H/\dot{\phi})d\phi$  et donc :

$$N_e = \int_{\phi_{\text{start}}}^{\phi_{\text{end}}} \frac{V}{m_P^2 V'} d\phi \quad (4.42)$$

On peut avoir une assez bonne idée du nombre de  $e$ -foldings nécessaires en faisant le raisonnement suivant : le problème de l'horizon serait résolu si l'augmentation du rayon de Hubble comobile durant la phase classique était compensée par une décroissance de la même quantité durant l'inflation. Durant la phase classique (dominée par le rayonnement), on a vu que  $\rho \propto a^{-1}$  donc  $H^2 \propto a^{-4}$ , soit  $(aH)^{-1} \propto a$ . Pendant l'inflation en revanche  $H^2 = \text{Cte}$ , soit  $(aH)^{-1} \propto a^{-1}$ . Le nombre minimum de  $e$ -foldings est donc simplement donné par  $\ln \frac{a_{\text{today}}}{a_{\text{end}}} = \ln \frac{T_{\text{end}}}{T_{\text{today}}} \simeq \ln 10^{29} \simeq 66$  pour une échelle en énergie typique de l'inflation de  $10^{16}$  GeV.

### Génération des perturbations primordiales

Si l'inflation résout naturellement (sans *fine tuning*) les problèmes de l'horizon et de la platitude grâce à l'expansion considérable qu'elle induit, son plus grand succès est certainement de fournir un mécanisme simple pour engendrer des perturbations de la métrique à partir des fluctuations quantiques de l'inflaton. Ces perturbations sont de deux types : scalaire et tensoriel et correspondent respectivement aux fluctuations de densité primordiales, graines pour la formation des structures et aux ondes gravitationnelles primordiales.

On peut calculer [Langlois, 2004] le spectre des perturbations engendrées par l'inflation en perturbant le champ scalaire  $\phi = \phi(t) + \delta\phi(\vec{x}, t)$  et en développant la perturbation en série de Fourier afin de traiter les différentes échelles séparément. On écrit alors l'action (classique) correspondant à ce champ scalaire

perturbé qui va contenir des termes de fluctuations de la métrique  $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(t) + \delta g_{\mu\nu}(\vec{x}, t)$  en raison du couplage de notre champ scalaire à la gravitation via les équations d'Einstein. On voit alors apparaître des termes scalaires et tensoriels<sup>6</sup>. On quantifie ensuite les perturbations du champ et de la métrique et l'on trouve les solutions pour les perturbations scalaires et tensorielles via leur spectre de puissance respectivement  $P_s(k)$  et  $P_t(k)$ . On peut alors définir trois quantités essentielles d'un point de vue observationnel :

- **le rapport tenseur sur scalaire** : l'amplitude relative des perturbations scalaires et tensorielles (et donc en gros le niveau des modes  $B$  de polarisation du fond diffus cosmologique par rapport aux modes  $E$ ).

$$r = \frac{P_t}{P_s} \quad (4.43)$$

- **L'indice spectral scalaire** : la pente (en terme de loi de puissance) du spectre des perturbations scalaires

$$n_s - 1 = \frac{d \ln P_s(k)}{d \ln k} \quad (4.44)$$

- **L'indice spectral tensoriel** : la pente (en terme de loi de puissance) du spectre des perturbations tensorielles, sans le -1 pour des raisons historiques.

$$n_t = \frac{d \ln P_t(k)}{d \ln k} \quad (4.45)$$

On peut alors montrer que les expressions des spectres de perturbation sont les suivantes [Langlois, 2004, Baumann et al., 2008] (elles doivent être évaluées au moment où la perturbation de taille  $k = aH$  sort de l'horizon) :

$$P_s(k) = \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{H^2}{\dot{\phi}} \right)^2 \Big|_{k=aH} \quad (4.46)$$

$$P_t(k) = \frac{2}{\pi^2} \left( \frac{H}{m_P} \right)^2 \Big|_{k=aH} \quad (4.47)$$

Si l'on réécrit ces spectres dans le cadre de l'approximation de *slow-roll*, alors les équations du mouvement simplifiées (Eq. 4.35) et les définitions des paramètres du *slow-roll*  $\epsilon$  et  $\eta$  (Eq. 4.37) impliquent :

$$P_s(k) = \frac{1}{24\pi^2 m_P^4} \frac{V}{\epsilon} \Big|_{k=aH}, \quad n_s - 1 = 2\eta - 6\epsilon \quad (4.48)$$

et

$$P_t(k) = \frac{2}{3\pi^2} \frac{V}{m_P^4} \Big|_{k=aH}, \quad n_t = -2\epsilon, \quad r = 16\epsilon = \frac{8}{m_P^2} \left( \frac{\dot{\phi}}{H} \right)^2 \quad (4.49)$$

Il existe alors une relation de consistance très importante entre l'indice spectral des modes tenseurs et le rapport tenseur sur scalaire que l'on espère être un jour en mesure de tester :

$$r = -8n_t \quad (4.50)$$

On voit d'après les définitions des spectres de puissance et de leur indices spectraux, que la mesure de tous ces paramètres permettrait de reconstruire directement le potentiel de l'inflaton [Baumann et al., 2008]. En effet  $P_t$  permet de contraindre  $V|_{\phi_{\text{CMB}}}$ ,  $P_s$  contraint  $V'|_{\phi_{\text{CMB}}}$ ,  $n_s$  contraint  $V''|_{\phi_{\text{CMB}}}$  et son *running*  $\alpha_s = \frac{dn_s}{d \ln k}$  contraint  $V'''|_{\phi_{\text{CMB}}}$ . On peut alors écrire le développement de Taylor :

$$V(\phi) \simeq V|_{\phi_{\text{CMB}}} + V'|_{\phi_{\text{CMB}}} (\phi - \phi_{\text{CMB}}) + \frac{1}{2} V''|_{\phi_{\text{CMB}}} (\phi - \phi_{\text{CMB}})^2 + \frac{1}{3!} V'''|_{\phi_{\text{CMB}}} (\phi - \phi_{\text{CMB}})^3 \quad (4.51)$$

On peut même imaginer aller plus loin en ajustant directement les paramètres du *slow-roll* sur les mesures des anisotropies de température et de polarisation du fond diffus cosmologique, sans passer par les indices

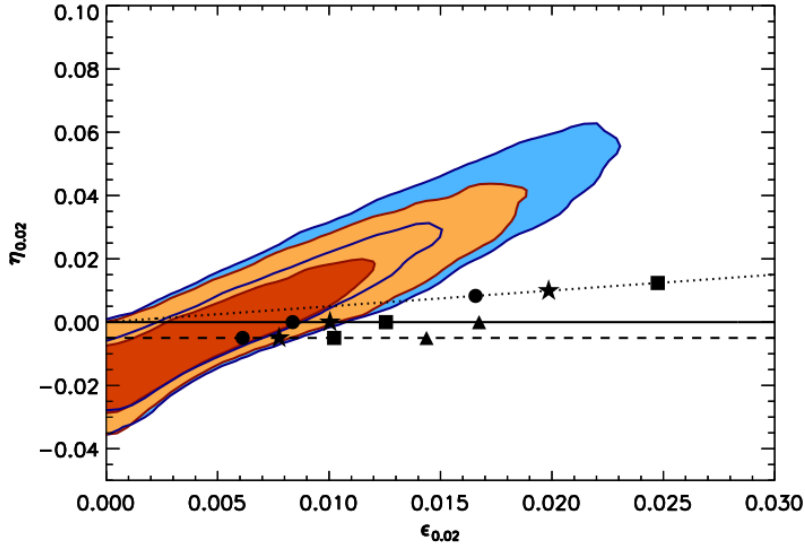


FIG. 4.14: Contraintes obtenues par [Peiris et Easther, 2008] avec WMAP5 (bleu) et WMAP5+SNLS (orange) sur les paramètres du slow-roll évalués à une échelle de  $0.02 \text{ Mpc}^{-1}$ . Les trajectoires correspondant à des modèles génériques du slow-roll sont indiquées :  $\lambda\phi^4$  en pointillés,  $m^2\phi^2$  en traits pleins et l'inflation "naturelle" en tirets. Les triangles, carrés, étoiles et cercles correspondent respectivement à 30, 40, 50 et 60 e-foldings (figure tirée de [Peiris et Easther, 2008]).

spectraux et les amplitudes de perturbations, cela permettrait de directement reconstruire la forme du potentiel de l'inflaton. Nous n'en sommes cependant pas encore là mais on peut déjà trouver des contraintes intéressantes (voir figure 4.14 et [Peiris et Easther, 2008]).

Il apparaît alors clair que la détection des modes  $B$  de polarisation, c'est à dire une mesure "pure" des modes tensoriels, est devenue l'un des objectifs les plus excitants de la cosmologie observationnelle, on parle souvent de "Graal" de la cosmologie. En effet :

- La simple mesure de  $r$  aux échelles du CMB permettrait de déterminer directement l'échelle en énergie  $V^{1/4}$  de l'inflation car la mesure de l'amplitude des perturbations scalaires (via les spectre  $TT$ ,  $EE$  et  $TE$  du CMB) permet d'établir la relation suivante [Baumann et al., 2008] :

$$V^{1/4} = 1.06 \times 10^{16} \text{ GeV} \left( \frac{r_{CMB}}{0.01} \right)^{1/4} \quad (4.52)$$

Par conséquent, une valeur détectable (de l'ordre de 0.01) pour  $r$  serait la preuve que l'inflation a eu lieu à une énergie de l'ordre de  $10^{16} \text{ GeV}$ , typique des théories de grande unification. L'impact pour la physique des hautes énergies serait phénoménal.

- La mesure de la forme du spectre des modes  $B$  permettrait comme on l'a vu de reconstruire aussi  $n_t$  et donc de vérifier la consistance du modèle (via l'équation 4.50), d'avoir accès à la forme du potentiel de l'inflaton soit via son développement soit directement en ajustant les paramètres du *slow-roll*.

### Motivations plus exotiques

Il y a aussi d'autres motivations, plus exotiques, mais néanmoins intéressantes pour rechercher les modes  $B$  de polarisation du fond diffus cosmologique :

<sup>6</sup>Il existe aussi des termes vectoriels mais qui ne croissent pas avec l'expansion et sont donc négligeables au moment de la recombinaison.

- La plupart des modèles inflationnaires connus survenant dans le contexte de la théorie des supercordes semblent prédire un niveau extrêmement bas de modes tenseurs [Kallosh and Linde, 2007]. La détection de modes  $B$  primordiaux pourrait donc apparaître comme l’une des seules manières de réfuter la théorie des supercordes. Un tel point de vue ne fait cependant pas l’unanimité parmi les spécialistes, l’argument étant que seule une infime partie de ces modèles a été explorée à ce jour.
- Les défauts topologiques (comme par exemple les cordes cosmiques) sont des sources de perturbations de la métrique. Ils étaient le modèle "concurrent" de celui de l’inflation pour engendrer les structures observées dans l’Univers. L’observation des pics acoustiques du fond diffus cosmologique (spécificité de l’inflation) les a éliminés comme source majoritaire. Leur contribution pourrait malgré tout être détectable et une mise en évidence de leur existence aurait des conséquences importantes puisqu’ils sont produits lors de brisures spontanées de symétrie dans l’Univers primordial. Il se trouve que ces défauts topologiques produisent des modes scalaires et tenseurs, mais que seule leur contribution dans les modes  $B$  peut être détectable [Pogosian and Wyman, 2007] car, comme les modes tenseurs de l’inflation, ils sont dominés par les perturbations scalaires adiabatiques dans le spectre  $TT$ ,  $EE$  et  $TE$  [Bevis et al., 2007]. La forme de leur spectre semble suffisamment différente de celle des modes  $B$  primordiaux produits par l’inflation pour pouvoir en être distinguée [Urrestilla et al., 2008].

### Non Gaussianités

Même si en soi, les non gaussianités et les modes  $B$  ne sont pas directement reliés, il serait difficile de parler de l’Univers primordial et du CMB sans évoquer ces dernières. La plupart des calculs concernant l’Univers primordial en général, en l’inflation en particulier, sont des approximations au premier ordre, donc linéaires, conduisant à une statistique Gaussienne pour les perturbations de densité et de la métrique de l’Univers primordial. On mesure en général l’écart à la gaussianité dans le champ de perturbations Gaussien en ajoutant un terme quadratique à l’approximation linéaire :

$$\Phi(\vec{x}) = \Phi_L(\vec{x}) + f_{NL} [\Phi_L^2(\vec{x}) - \langle \Phi_L^2(\vec{x}) \rangle] \quad (4.53)$$

On peut cependant montrer que les perturbations du second ordre générées dans le cadre de modèles simple d’inflation (à un seul champ) donnent effectivement lieu à des non-gaussianités dans les fluctuations du CMB, mais à un niveau indétectable, de l’ordre de grandeur des paramètres du *slow-roll*  $f_{NL} \sim \mathcal{O}(\epsilon, \eta) \sim 10^{-2}$ . La détection d’un niveau plus élevé de non gaussianités  $f_{NL} \sim 1$  éliminerait donc les modèles d’inflation les plus simples au profit de modèles incluant plusieurs champs [Baumann et al., 2008]. Les modèles d’inflation hors *slow-roll* pourraient aussi provoquer un niveau élevé de non gaussianités, de même que les modèles dans lesquels le *reheating* est inhomogène ou les modèles de *curvaton* dans lesquels les fluctuations sont isocourbure. Globalement tous ces modèles semblent prédire des valeurs de  $|f_{NL}| \sim 5 - 10$  même si les prédictions sont fortement modèle-dépendantes [Komatsu et al., 2003].

Aujourd’hui les limites sur la valeur de  $f_{NL}$  sont encore loin de ces valeurs : en utilisant la structure à grande échelle de l’Univers [Slozar et al., 2008] trouvent  $-31 < f_{NL} < +70$  alors que l’analyse des données de 5 ans de WMAP [Komatsu et al., 2008] donne  $-9 < f_{NL} < +111$ . Le satellite Planck devrait permettre une résolution  $\sigma_{f_{NL}} \sim 7$ . Ces limites sont pour la plupart obtenues via le calcul du *bispectrum* (fonction de corrélation à trois points).

A titre purement personnel, je veux ajouter que j’ai beaucoup de mal à être enthousiasmé par les recherches de non-gaussianité car il me semble que tout effet systématique mal compris dans les données produirait exactement le genre de signal que l’on attend de ces non-gaussianités primordiales. Une fois un tel effet mis en évidence dans de vraies données, comment trancher entre une origine systématique (liée par exemple à un résidu d’avant-plans, qui pourrait être commun à plusieurs expériences) et une origine cosmologique. Il faudrait certainement que le niveau de non-gaussianités détecté soit très largement supérieur aux effets systématiques estimés. Cela n’arrivera certainement pas avant de nombreuses années compte tenu de la faiblesse du signal attendu.

## 4.4 Quel niveau pour $r$ ?

### 4.4.1 Contraintes théoriques

Les contraintes théoriques sur la valeur du rapport tenseur sur scalaire sont assez contradictoires d'un auteur à l'autre. Il semble qu'en fait, les premières études tendaient à indiquer que des valeurs basses de  $r$  étaient peu probables mais l'effort considérable fourni ces dernières années par les théoriciens semble avoir fait émerger de nombreuses possibilités pour que  $r$  soit en fait très petit. Comme il est difficile de définir une "mesure" dans l'espace des théories, il est évidemment difficile de parler de valeurs de  $r$  plus ou moins probables puisqu'il existe une infinité de potentiels inflationnaires. Je donne ici deux exemples contradictoires de prédictions sur la valeur de  $r$  sans avoir hélas les compétences pour prendre partie.

La figure 4.15 montre le résultat de l'étude de [Boyle et al., 2005] dans laquelle les auteurs considèrent des potentiels de *slow-roll* de manière modèle-indépendante en ajoutant aux paramètres du *slow-roll* des degrés de liberté supplémentaires (qu'ils appellent degrés de fine-tuning) à partir de leurs expressions dans le cadre d'un potentiel de base en  $\phi^4$ . Ils montrent alors que plus le nombre de degrés de liberté est grand, plus les valeurs minimales de  $r$  possibles peuvent devenir petites. Il utilisent alors l'argument de simplicité (rasoir d'Ockham) pour conclure qu'une valeur de  $r$  plus grande que 0.01 est probable :

*"We find that, except for cases with numerous unnecessary degrees of fine-tuning,  $n_s$  is less than 0.98, measurably different from exact Harrison-Zel'dovich. Furthermore, if  $n_s \geq 0.95$ , in accord with current measurements, the tensor/scalar ratio satisfies  $r \geq 10^{-2}$ , a range that should be detectable in proposed cosmic microwave background polarization experiments and direct gravitational wave searches."*

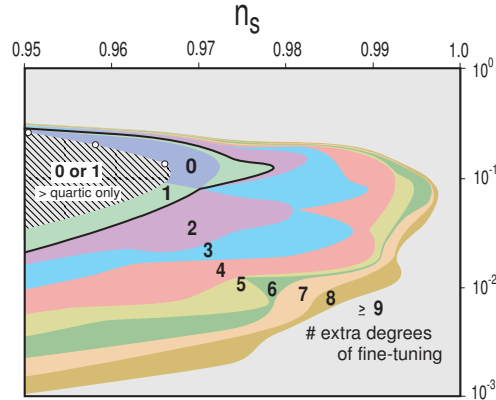


FIG. 4.15: Contours autorisés d'un point de vue théorique dans le plan  $(n_s, r)$  pour des modèles requérant un nombre croissant de degrés de liberté (appelés degrés de fine-tuning). La figure est extraite de [Boyle et al., 2005].

Cette vision optimiste doit être modérée par un article plus récent [Hotchkiss et al., 2008] qui revisite ce type de considérations, non pas d'un point de vue de nombre de degrés de liberté, mais plutôt de "naturalité" de la théorie au sens de la physique des particules en partant du Lagrangien et de l'expression du potentiel plutôt que des paramètres de *slow-roll*. Les résultats obtenus sont alors assez différents :

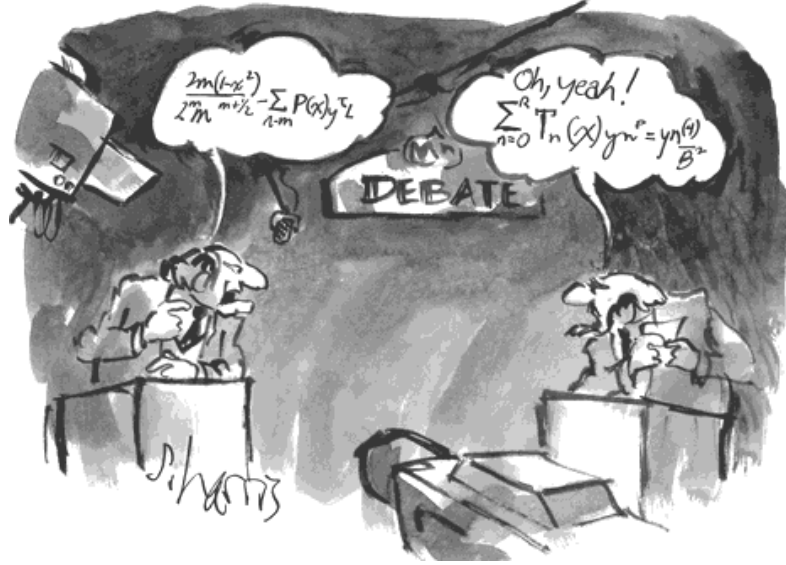
- Dans le cas des potentiels à faible champ (de type brisure spontanée de symétrie) la valeur du rapport tenseur sur scalaire obtenue est  $r \simeq 3 \times 10^{-3}$  au maximum pour  $n_s = 0.96$ . Cette limite supérieure monte à  $9 \times 10^{-3}$  si l'on autorise  $n_s = 0.93$  (qui se trouve à la limite des valeurs possibles compte tenu des observations actuelles). Il semble que dans ce cadre, les modes  $B$  primordiaux soient indétectables.
- Dans le cadre des potentiels à grand champ, la situation est inversée et les prédictions se situent entre  $2.7 \times 10^{-2}$  et 0.32 selon la "naturalité" des modèles et la valeur admise pour  $n_s$ .

La conclusion des auteurs est alors :

*We find that the naturalness constraint does not require  $r$  to be large enough to be detectable by the forthcoming searches for B-mode polarisation in CMB maps.*



Il semble donc difficile de se faire une réelle opinion théorique... les observations trancheront, espérons le...



Ajoutons une dernière prédiction théorique sur la valeur du rapport tenseur sur scalaire (figure 4.16) issue d'un travail personnel que la largeur de la page ne me permet, hélas, pas de détailler.

FIG. 4.16: Prédiction théorique de l'auteur sur la valeur de  $r$ .

#### 4.4.2 Contraintes observationnelles

Les seules contraintes disponibles à ce jour sur la valeur du rapport entre les modes de perturbation tensoriel et scalaire proviennent de l'observation des modes  $TT$ ,  $EE$  et  $TE$  de polarisation du CMB. On a vu que ceux-ci sont à la fois dus aux perturbations scalaires et tensorielles, ces dernières étant sous-dominantes. On le voit très bien sur la figure 4.18 (tirée d'une présentation de G. Hinshaw). Il est clair qu'une telle mesure est difficile à réaliser, en particulier parce que la contribution des modes tensoriels n'est notable qu'aux bas multipoles pour lesquels la variance cosmique est importante, ce qui induit une erreur statistique importante. C'est aussi dans cette zone que l'on attend le pic dû à la réionisation de l'Univers au moment de la formation des premières étoiles à un redshift d'environ 10. Il va donc y avoir une forte dégénérescence entre  $r$  et l'épaisseur optique  $\tau$  de la réionisation. Enfin, ajouter ou retirer de la puissance due aux modes tenseurs dans les spectres  $TT$ ,  $EE$  et  $TE$  va avoir tendance à "pencher" le spectre des perturbations scalaires et va donc modifier la valeur de  $n_s$ . Il y a donc aussi une dégénérescence fondamentale entre  $n_s$  et  $r$  si on les mesure sans le spectre des modes  $B$ . On peut voir ces deux dernières dégénérescences sur la figure 4.17 où l'on a aussi indiqué les limites actuelles sur  $r$  tirées de cinq ans de prises de données de WMAP [Komatsu et al., 2008]. En incluant les oscillations acoustiques de baryons et

les supernovae, on obtient la limite la plus contraignante :

$$r < 0.22 \text{ (95\%CL)} \quad (4.54)$$

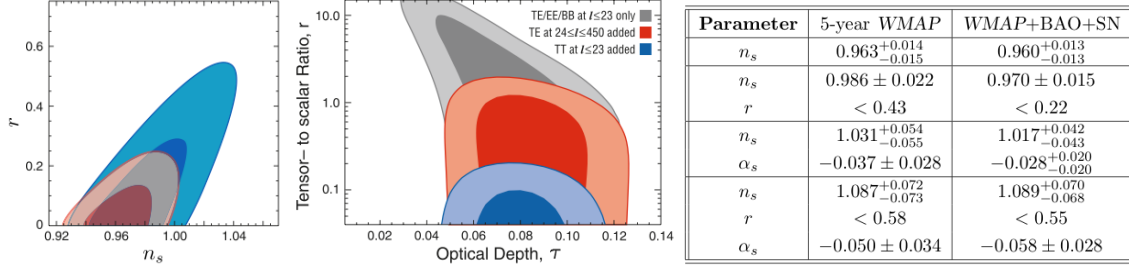


FIG. 4.17: Contraintes sur  $r$  obtenues par l'équipe de WMAP [Komatsu et al., 2008]. A gauche les contours dans le plan  $(n_s, r)$  (en bleu WMAP seul et en rouge en incluant d'autres observations). Au centre les contours dans le plan  $(\tau, r)$  selon les gammes de multipôles et les spectres considérés. La table de droite résume les résultats de WMAP concernant le rapport tenseur sur scalaire (figures et table tirées de [Komatsu et al., 2008]).

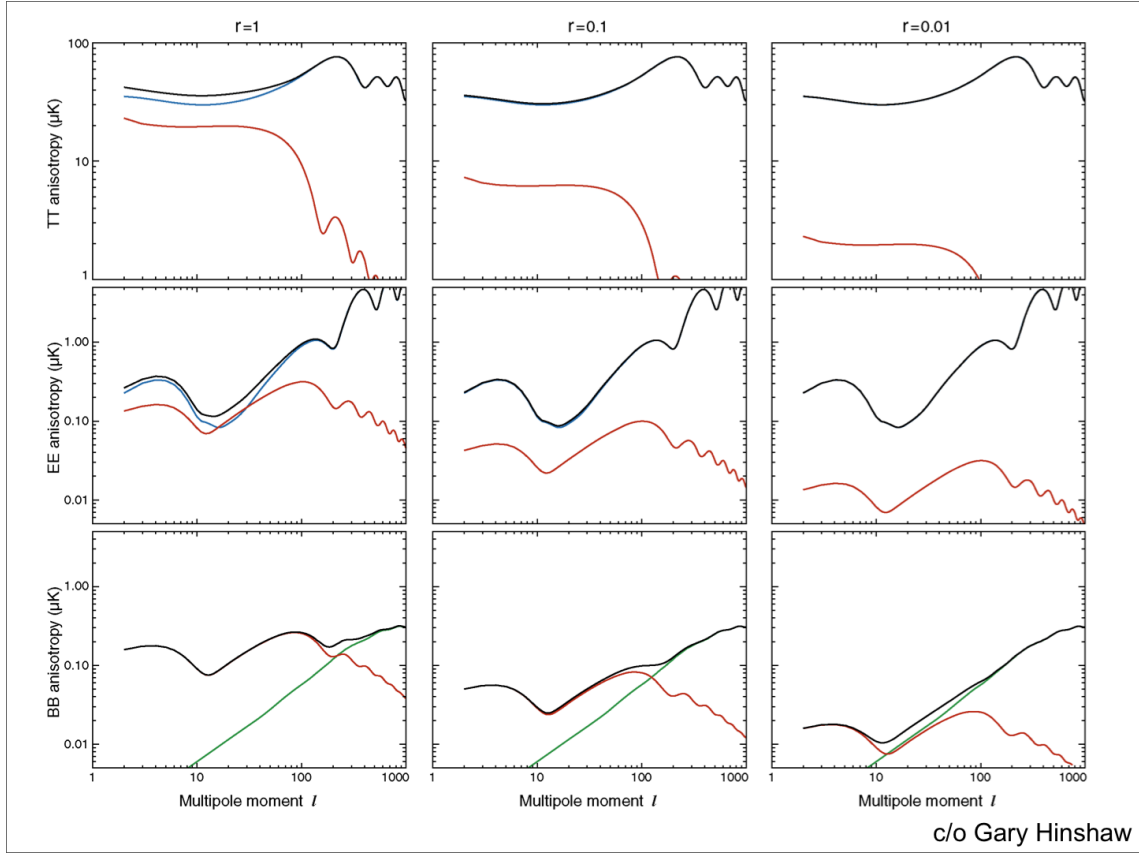


FIG. 4.18: Les spectres de puissance angulaire des modes  $TT$ ,  $EE$  et  $BB$  sont indiqués pour trois valeurs du rapport tenseur sur scalaire. La contribution tensorielle est en rouge, celle des modes scalaires en bleu et le total en noir (la courbe verte représente les modes  $B$  consécutifs au lensing des modes  $E$  par le potentiel gravitationnel moyen de l'Univers).

Une détection directe des modes  $B$  permettrait de totalement changer la donne. Les limites actuelles de détection directe des modes  $B$  peuvent être vues sur la figure 4.10 et l'on voit qu'il y a encore un ordre de

grandeur à gagner en sensibilité. C'est l'objectif de nombreuses équipes à travers le monde. Outre QUBIC (ex-Brain) dont il sera question au chapitre suivant, citons les expériences BICEP [Takahashi et al., 2008], EBEX [Oxley et al., 2008], QUIET [Samtleben et al., 2008], SPIDER [Crill et al., 2008] et enfin CLOVER [North et al., 2008] qui traquent déjà, ou s'apprentent à traquer, les modes  $B$ . On est donc en droit d'espérer une détection directe dans les prochaines années. Notons toutefois deux *caveat* qu'il ne faut pas négliger :

- Le spectre des modes  $B$  dus au lensing des modes  $E$  par les structures traversées par le CMB avant de nous parvenir (en vert sur la figure 4.18) limite les possibilités de détection "directe" des modes  $B$  primordiaux si le rapport tenseur sur scalaire est trop bas. La soustraction du lensing est délicate et nécessite des observations avec une excellente résolution angulaire.
- la contamination par des avant-plans est un problème majeur qu'il conviendra de traiter pour détecter une polarisation aussi basse. Ces derniers vont en effet contribuer autant au spectre  $BB$  qu'au spectre  $EE$ . Il conviendra alors soit de les soustraire avec des techniques de séparation de composantes (mais il y aura une limite ultime, que l'on peut estimer à  $r \simeq 0.003$  [Amblard et al., 2007]) soit de se concentrer sur une zone du ciel exempte d'avant-plans. Je suis personnellement plus convaincu par cette dernière solution, qui est celle adoptée par les expériences comme BICEP, EBEX ou BRAIN. Notons que l'expérience QUAD [Prycke et al., 2008] a observé dans une région particulièrement propre de l'hémisphère sud céleste un niveau d'avant-plan polarisé plus faible que prévu par les modèles de poussières galactiques.

#### Pseudo-analyse non officielle de résultats non publiés de BICEP (à prendre avec des pincettes) ...

À l'occasion d'une conférence au cours de l'été 2007, j'ai eu l'occasion d'assister à une présentation d'A. Lange sur l'expérience BICEP [Takahashi et al., 2008]. Il s'agit d'un télescope installé au pôle sud observant avec 96 bolomètres PSB (Polarization Sensitive Bolometers) à 100 et 150 GHz avec une résolution angulaire d'un degré. Cette expérience est optimisée pour la détection des modes  $B$  primordiaux en visant une zone connue pour être faiblement contaminée par les avant-plans (celle que QUAD avait observée) et une gamme de multipoles autour de 100, là où pique le spectre des modes  $B$ . BICEP n'a toujours pas publié de résultats, mais les figures présentées par A. Lange (reproduites sur la figure 4.19) permettent de deviner *à vue de nez* où en sont les limites "actuelles" sur le rapport tenseur sur scalaire.

On distingue clairement les fluctuations de polarisation  $E$  sur la carte en haut à gauche (obtenue en sommant les contributions  $E$  des deux fréquences 100 et 150 GHz) puisque l'on y voit un excès de puissance par rapport à la carte de différence (en haut à droite) qui donne une idée du niveau de bruit. Sur la carte de  $B$  en bas à gauche, en revanche, on ne distingue aucun excès de puissance par rapport à la carte de différence. Une telle "analyse" ne permet bien sûr pas de dire grand chose sinon que BICEP mesure une puissance pour les modes  $B$  compatibles avec zéro. On ne voit pas non plus de contamination manifeste par des avant-plans puisque encore une fois, les deux cartes de somme et différence sont sans structure et ne semblent contenir que du bruit.

On peut alors tirer de ces cartes une information intéressante si l'on observe le graphe du bas de la figure 4.19 représentant la sensibilité de BICEP en fonction du temps, calibrée par une mesure du bruit obtenue sur des cartes réalisées en mai 2007. Les cartes représentées ici sont obtenues avec les données allant jusqu'à mai 2008, ce qui correspond, si l'on en croit le graphe du bas à un niveau  $r = 0.1$  à 95% de niveau de confiance. Il semble donc que BICEP exclue d'ors et déjà un tel niveau pour le rapport tenseur sur scalaire.

Une seconde information intéressante peut être extraite : la zone observée par BICEP semble exempte d'avant-plans polarisés au niveau de quelques  $\mu K$  (l'échelle va de  $-2$  à  $2 \mu K$ ). Il existe donc une zone du ciel où les avant-plans polarisés sont suffisamment faibles pour contraindre  $r = 0.1$  sans séparation de composantes. On peut raisonnablement espérer gagner un facteur 5 sur la contamination par les avant-plans avec une procédure de séparation de composantes si l'on dispose de cartes à au moins 3 fréquences. Il semble donc vraisemblable d'atteindre un niveau de  $r = 0.02$  dans cette zone du ciel au moins, ce qui justifie l'idée de rechercher les modes  $B$  sur ce genre de petite zone "propre" plutôt que sur une large zone

où la contamination par les avant-plans sera importante (bien sur cette remarque est modérée par le fait qu'une plus grande zone permet d'atteindre des multipoles plus bas, où les modes  $B$  primordiaux dominent sur ceux issus du lensing).

Gardons à l'esprit que cette discussion "avec les mains" n'est absolument pas rigoureuse. Attendons les résultats de BICEP qui ne tarderont certainement pas.

## 4.5 Les projets de détection des modes $B$

Comme on l'a évoqué plus haut, un grand nombre de projets se sont lancés dans la quête des modes  $B$  ces dernières années, la stratégie d'observation choisie n'est pas toujours la même (petites échelles pour mesurer le lensing ou uniquement grandes échelles pour se concentrer sur les modes  $B$  primordiaux) mais une caractéristique commune à toutes ces expériences (sauf QUBIC) est que ce sont tous des imageurs par opposition aux interféromètres qui pourtant ont largement contribué dans le passé au développement de l'observation du fond diffus cosmologique (en particulier de sa polarisation). Nous reviendrons sur ce fait qui me semble singulier dans le chapitre 6 qui traitera du projet d'interféromètre bolométrique QUBIC dans lequel je suis fortement impliqué. On trouvera dans cette section un bref aperçu des différents projets visant à observer les modes- $B$  de polarisation du fond diffus cosmologique.

### 4.5.1 Projets au sol

#### BICEP / BICEP2 / Keck array [Takahashi et al., 2008]

Il s'agit du successeur de QUAD à la station américaine du Pôle Sud. BICEP utilise 96 bolomètres PSB à 100 et 150 GHz avec un design optique très propre sur axe et sans miroirs, lesquels sont remplacés par des lentilles. La résolution angulaire est modeste (45 arcminutes) et oriente résolument BICEP vers la recherche des modes  $B$  primordiaux à des multipoles plus bas que 300. L'objectif de BICEP en terme de rapport tenseur sur scalaire est  $r = 0.1$ . La dernière saison d'observation est en train de s'achever et le détecteur sera modifié pour devenir BICEP2 avec une matrice de 512 bolomètres à 150 GHz. Ils seront basés sur la technologie novatrice développée à Caltech des *antenna coupled TES arrays*. Chacun de ces 512 bolomètres est une paire de deux minuscules réseaux d'antennes phasées (un pour chaque polarisation) réalisés par microfabrication avec du niobium supraconducteur. Les signaux issus de chaque antenne sont sommés et guidés vers des filtres et deux *Transition-Edge-Sensors*<sup>7</sup> (TES). Le fait d'utiliser un réseau d'antennes permet de "former" le lobe de chacun des bolomètres de sorte que l'on n'a plus besoin de cornets. BICEP2 sera installé fin 2009 au Pôle Sud. Le Keck-array sera la mise à jour suivante et consistera en trois télescopes de type BICEP2 à 100, 150 et 220 GHz et a pour objectif  $r = 0.01$ . Notons qu'une tentative de faire tourner la polarisation du rayonnement incident en utilisant des rotateurs Faraday sur certains pixels de BICEP a été faite lors de la première saison. L'idée était de moduler la polarisation vue par chaque bolomètre et éviter ainsi d'être obligé de combiner deux détecteurs pour mesurer la polarisation (ce qui pose des problèmes d'intercalibration). Finalement ces rotateurs Faraday devaient causer plus de problèmes qu'ils n'en résolvaient puisqu'ils ont été retirés lors de la seconde saison.

#### C<sub>ℓ</sub>OVER [North et al., 2008]

Ce télescope observera trois bandes de fréquence (97, 150 et 225 GHz) depuis le désert d'Atacama au Chili et utilisera en tout 576 TES avec une résolution angulaire de 5.5 arcminutes (à 150 GHz) permettant de couvrir la gamme  $25 < \ell < 2000$ . La modulation de la polarisation sera obtenue avec une lame demi-onde rotative placée sur le chemin optique. Le déploiement de l'instrument à 97 GHz est prévu pour 2009

<sup>7</sup>Il s'agit de bolomètres dont la température est mesurée via la variation de la résistance dans la zone de la transition Normal-Supraconducteur où la pente est très raide conduisant à une grande sensibilité en température.

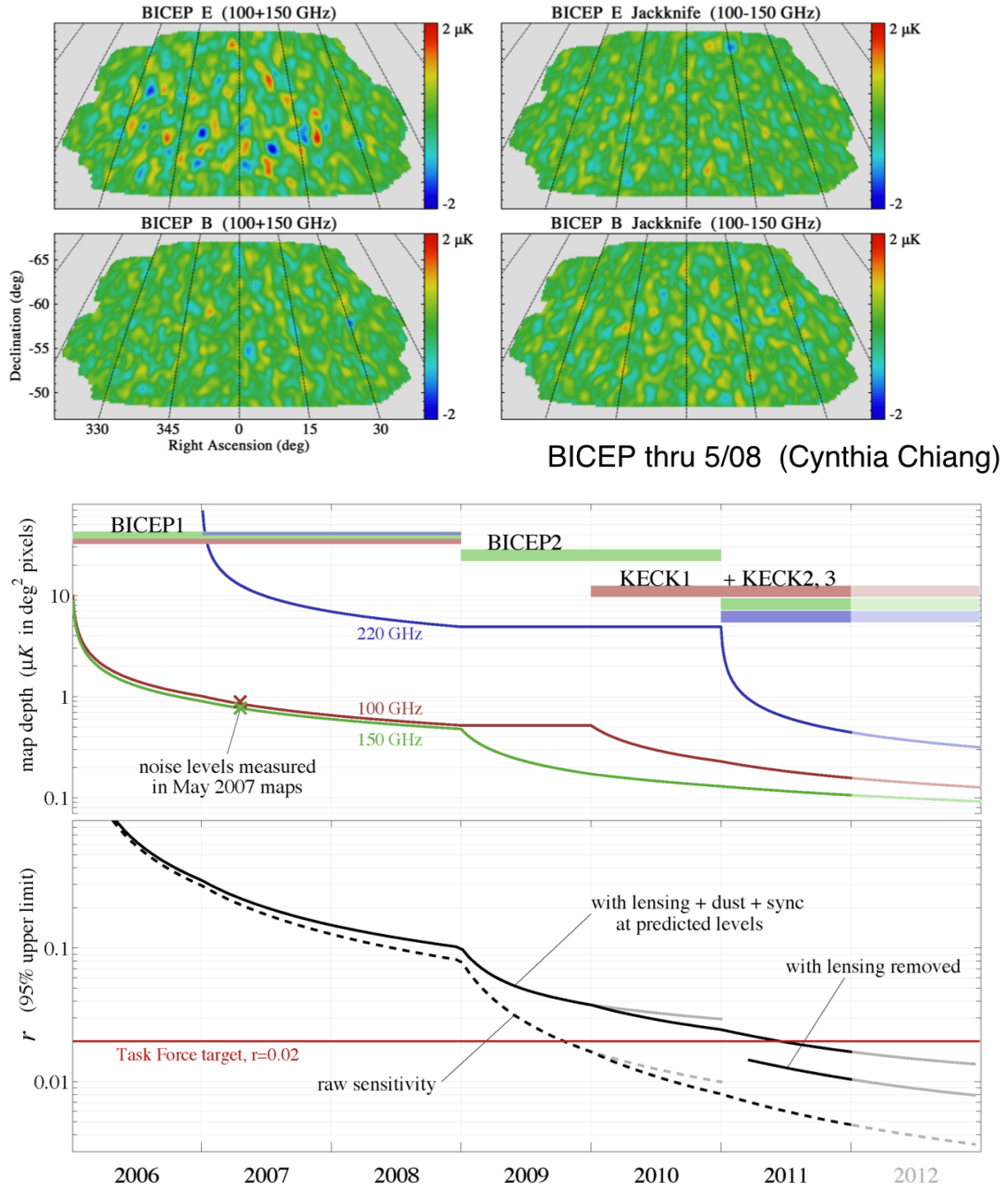


FIG. 4.19: Transparents présentés par A. Lange à la conférence CMB component separation and the physics of foregrounds, Pasadena, California, 14-18 juillet 2008. On y voit les cartes obtenues pour les modes  $E$  et  $B$  par BICEP en sommant et différenciant les deux fréquences disponibles (jackknife test) ainsi que la sensibilité de BICEP en fonction du temps calibrée par la mesure du bruit sur les cartes en mai 2007.

(mais semble être quelque peu retardé) et l'objectif est de contraindre  $r = 0.03$  une fois que les deux autres instruments seront installés.

#### QUIET [Samtleben et al., 2008]

Il s'agit d'un instrument qui n'utilise pas de bolomètres mais des récepteurs radio avec une amplification réalisée avec des HEMTs<sup>8</sup>. Un pseudo-corrélateur leur permet de reconstruire simultanément les paramètres de Stokes  $Q$  et  $U$  avec chaque voie. QUIET utilisera la monture de CBI au Chili et sera composé de 1000 récepteurs à 40 et 90 GHz. La sensibilité prévue est  $r = 0.01$ .

#### Polar Bear [<http://bolo.berkeley.edu/polarbear/>]

Ce télescope observera à trois fréquences (90, 150 et 220 GHz) depuis la White Mountain en Californie. Il utilisera, comme BICEP, des bolomètres *antenna coupled TES* (600 par fréquence). Ici encore, une lame demi-onde permettra la modulation de la polarisation. La résolution de 4 arcminutes permettra de couvrir une large gamme de multipôles et d'atteindre  $r = 0.015$ .

#### QUBIC, voir chapitre 6

### 4.5.2 Projets en ballon

#### EBEX [Oxley et al., 2008]

Ce télescope embarqué sur un ballon observera dans quatre bandes (150, 220, 350 et 450 GHz) et comportera au total 1320 TES avec une modulation de la polarisation obtenue via une lame demi-onde rotative. La résolution de 2 à 8 arcminutes permettra à EBEX de couvrir les multipôles  $20 < \ell < 2000$ . Grâce à la large couverture en fréquence et en multipôles, EBEX sera bien placé pour soustraire les avant plans et les modes  $B$  dûs au lensing. L'objectif est de contraindre  $r = 0.02$ . Un premier vol test aura lieu au printemps 2009.

#### SPIDER [Crill et al., 2008]

SPIDER consistera en un télescope observant dans quatre bandes (96, 145, 225 et 275 GHz) et environ 3000 bolomètres *antenna coupled TES* avec une résolution moins bonne que celle d'EBEX (environ 40 arcmin). La couverture en multipôles sera  $20 < \ell < 300$  et un vol prévu pour 2010 vise de contraindre  $r = 0.01$ . La modulation de polarisation sera obtenue par une lame demi-onde rotative (pas à pas). La nacelle sera en rotation autour de son axe vertical similairement à Archeops.

### 4.5.3 Projets satellites

#### Planck [The Planck Collaboration, 2005]

Il s'agit d'un satellite de l'ESA dont le lancement aura lieu en avril 2009. Ses objectifs sont multiples, le principal étant une mesure "ultime" des anisotropies du fond diffus cosmologique. Les spectres de puissance

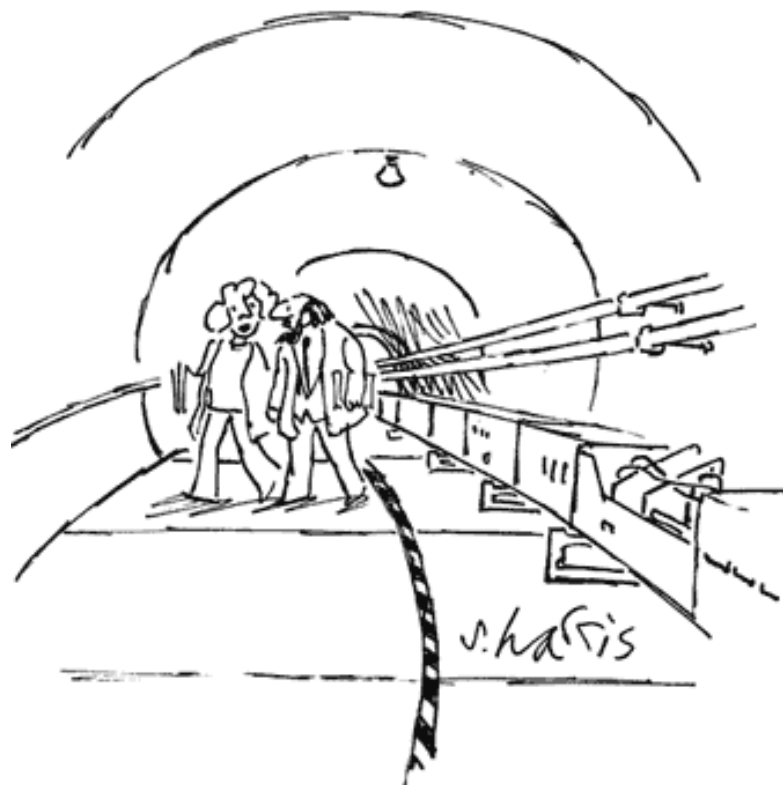
<sup>8</sup>Les HEMTs (*High Electron Mobility Transistors*) sont des composants électroniques très rapides permettant une amplification à des fréquences allant jusqu'à quelques dizaines de GHz. Cet amplification est rendue possible au prix d'un ajout de bruit dans le système.

angulaire de la température mesuré par Planck seront ainsi limités par la variance cosmique jusqu'à  $\ell = 2500$  (4 arcminutes). On comprend l'immense apport de Planck quand on se rappelle que WMAP, dont les résultats ne sont tout de même pas modestes, n'est limité par la variance cosmique que jusqu'à  $\ell = 350$ . La précision sur les paramètres cosmologiques sera donc inégalée (de l'ordre du pourcent). La mission nominale sera d'une durée de 14 mois, soit deux couvertures totales du ciel, mais on parle de la possibilité d'étendre la durée de la mission à 28 mois. Nombre de dégénérescences seront levées grâce à la mesure précise des spectres polarisés  $EE$  et  $TE$ . Planck permettra aussi de détecter un grand nombre d'amas par l'effet Sunyaev-Zeldovitch, l'effet des lentilles gravitationnelles sur les anisotropies primaires et l'effet Sachs-Wolfe intégré. L'excellent rapport signal sur bruit des cartes de température permettra de faire des tests de non-gaussianités avec une précision inégalée et enfin, les avant-plans, polarisés ou non, seront cartographiés en détails et dans de nombreuses bandes de fréquence. Le plan focal du télescope contient deux instruments : LFI (Low Frequency Instrument) couvrant 3 bandes de fréquence de 30 à 70 GHz et HFI (High Frequency Instrument) couvrant 6 bandes de 100 à 857 GHz. HFI est constitué de bolomètres semi-conducteurs (par opposition avec les TES) refroidis à 100 mK avec un réfrigérateur à dilution en cycle ouvert développé à l'Institut Néel à Grenoble par Alain Benoît. Ce système est révolutionnaire en ce sens que les réfrigérateurs à dilution reposent d'habitude sur la gravité pour fonctionner : la dilution de  $^3\text{He}$  dans le  $^4\text{He}$  s'effectuant à l'interface entre les deux, le premier "flottant" sur l'autre. Dans le cas de Planck, la dilution est réalisée dans des capillaires mélangeant les deux isotopes grâce à des débits soigneusement réglés. La gravité ne joue aucun rôle et l'on peut donc satelliser un tel cryostat.

Notons tout de même que pour ce qui est des modes  $B$ , Planck ne permettra pas d'atteindre un niveau très contraignant, en tous cas par comparaison avec les expériences dont c'est l'objectif principal et qui fonctionneront alors. Il existe malgré tout un point sur lequel Planck aura une position exclusive, c'est la capacité à détecter le pic de réionisation dans le spectre des modes  $B$  que l'on peut voir aux alentours de  $\ell \sim 7$  dans la figure 4.6. Seule une expérience couvrant la totalité du ciel peut en effet atteindre des multipoles aussi bas. Avec une mission étendue de 28 mois permettant quatre couvertures totales du ciel, un niveau de signal en mode  $B$  correspondant à  $r = 0.03$  pourrait être ainsi exclu à 95% de niveau de confiance via l'observation des très bas multipoles avec Planck [Efstathiou et Gratton, 2009].

#### **CMBPol [Bock et al., 2008] et BPol [De Bernardis et al., 2008]**

Pour le moment il ne s'agit que d'études préliminaires menées des deux cotés de l'Atlantique, CMBPol a été soumis à la NASA presque au même moment que BPol à l'ESA. L'idée serait de lancer des missions spécifiquement dédiées à la recherche des modes  $B$  de polarisation du fond diffus aux alentours de 2020. Dans les deux cas, la réponse des agences spatiales a été négative sans pour autant être décourageante. Il est conseillé aux équipes de poursuivre le développement des technologies proposées afin qu'elle atteignent une certaine maturité avant d'aller plus avant dans le design des instruments. Par ailleurs une critique générale a été formulée sur l'aspect très ciblé de cette physique qui laisse peu de place à des utilisations autres du détecteur (comme l'astrophysique galactique avec Planck par exemple). Or, dans la mesure où rien ne nous assure que le rapport tenseur sur scalaire est à un niveau suffisamment élevé pour que les modes  $B$  primordiaux soient détectables, on comprend la réticence des agences spatiales à construire un satellite qui ne fera qu'établir une limite supérieure. Il me semble que cette attitude est raisonnable et laisse précisément la place aux expériences au sol ou en ballon pour tenter de faire une première détection avec des technologies novatrices permettant de préparer la mission satellite future qui, elle, fera une mesure précise du spectre des modes  $B$ .



"WHAT IF WE SPEND ALL THESE BILLIONS, AND  
THERE JUST AREN'T ANY MORE PARTICLES TO FIND?"



# Chapitre 5

## Archeops

---

*L'expérience Archeops a indubitablement été pour moi une période importante. J'ai rejoint cette collaboration à l'issue de ma thèse en 1999 juste après le vol test de Sicile. J'ai alors eu cette chance d'être parmi les premiers dans la communauté française à manipuler et analyser des données relatives aux anisotropies du fond diffus cosmologique. Il y avait là beaucoup de travail à faire, mais surtout, énormément de choses à apprendre. Participer directement à la préparation de l'instrument pour les vols en Suède, maintenir à la main la nacelle au moment des lancements fut une source d'émotions intenses que je ne suis pas prêt d'oublier. Enfin, l'analyse des données afin d'en extraire le signal cosmologique fut un moment de plaisir scientifique intense. Lorsque pour la première fois, soustrayant la carte de Maxima à celle d'Archeops sur la petite zone de recouvrement, nous vîmes les petites fluctuations à l'échelle du degré disparaître (prouvant qu'elles étaient communes aux deux expériences) est sans aucun doute l'un des moments les plus intenses de ma vie scientifique. Ce chapitre ne rentre pas dans les détails des travaux que j'ai réalisés au sein de la collaboration Archeops car ils sont les plus anciens de ce document. Je me contenterai de brièvement décrire l'expérience Archeops et de renvoyer le lecteur à trois articles joints dans le corps du texte décrivant les techniques de fabrication de cartes et de calcul du spectre de puissance angulaire sur lesquelles j'ai passé beaucoup de temps.*

---

### 5.1 L'expérience Archeops

#### 5.1.1 Un test grandeur nature pour Planck

C'est sur l'impulsion d'Alain Benoît que le projet Archeops a vu le jour. Il s'agissait d'emmener à bord d'un ballon stratosphérique un instrument similaire à celui de Planck HFI afin d'en tester les performances dans des conditions "réelles" : même concept optique, mêmes détecteurs, même système cryogénique pour l'étage à 100 mK et des électroniques similaires. Si le premier objectif était de tester la technologie, les capacités d'Archeops en tant qu'instrument scientifique étaient tout à fait entousiasmantes. Les bas multipoles avaient été mesurés par COBE [Smoot et al., 1992] alors que le premier pic acoustique allait être bientôt mesuré par Boomerang [Lange et al., 2000] et MAXIMA [Hanany et al., 2000]. En revanche il n'y avait pas de recouvrement entre les gammes de multipoles couvertes par COBE d'une part et Boomerang et MAXIMA d'autre part. Il importait donc de couvrir avec une seule expérience la partie du spectre allant du plateau de Sachs-Wolfe au bout du premier pic acoustique. C'est ainsi que s'est définie la stratégie d'observation et le design d'Archeops (dont on peut voir un schéma sur la figure 5.1) : le télescope d'un diamètre de 1.5 m situé dans une nacelle sous le ballon observe vers le haut à 41 degrés d'élévation, la

nacelle tourne sur elle même à deux tours par minute de sorte que le faisceau trace des grands cercles sur le ciel qui se décalent progressivement avec la rotation de la terre. On enregistre le signal des 13 bolomètres (143, 217, 545 et 853 GHz) dans la direction pointée avec une fréquence d'acquisition de 150 Hz. Une large partie du ciel est ainsi couverte en 24 heures (voir figure 5.2), permettant la mesure des bas multipoles. La reconstruction de la direction visée à chaque instant est obtenue *offline* grâce aux données d'un senseur stellaire, de gyroscopes et d'un GPS. Elle permet d'atteindre la minute d'arc. Elle est alors utilisée pour passer des données temporelles (signal, direction pointée en fonction du temps) aux cartes du ciel. Cette dernière étape, cruciale, est connue sous le nom de *map-making* (ou fabrication de carte).

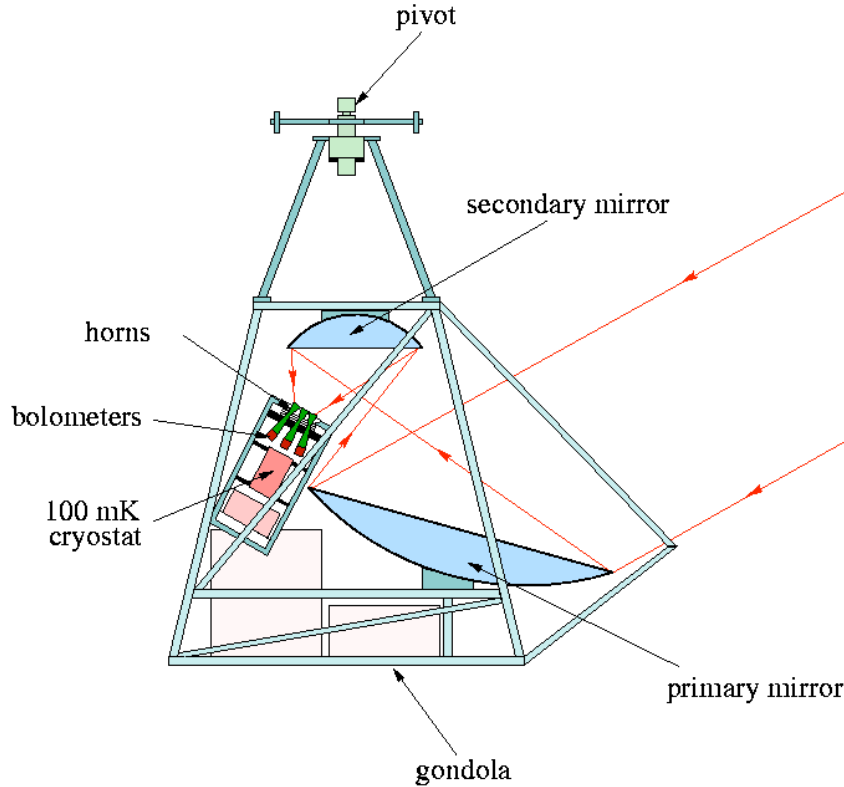


FIG. 5.1: Schéma de la nacelle d'Archeops.

Expérience	sensibilité instantanée [ $\mu K_{CMB} \cdot s^{1/2}$ ]	Nombre de détecteurs	Temps d'intégration [jours]	Couverture du ciel [%]	sensibilité totale [ $\mu K_{CMB}$ par pixel de 20']
BOOMERanG	130	4	10	3	9
Maxima	90	6	0.25	0.5	12
Archeops	90	13	0.5	30	82
WMAP	1000-1600	8	365	100	35
Planck-HFI	50-91	52	365	100	1.5

TAB. 5.1: Comparaison des sensibilités des expériences Boomerang, Maxima, Archeops, WMAP et Planck-HFI (tirée de [Tristram, 2005]).

La table 5.1 (tirée de [Tristram, 2005]) montre une comparaison de la sensibilité des expériences Boomerang, Maxima, Archeops, WMAP et Planck-HFI. On voit combien la stratégie d'Archeops était différente de celle de Boomerang et Maxima : avec une sensibilité instantanée comparable, nous avons couvert une bien plus large fraction de ciel, ce qui se traduit par une sensibilité totale par pixel moins bonne (nous avons passé moins de temps sur chaque pixel) mais un bien plus grand nombre de pixels.

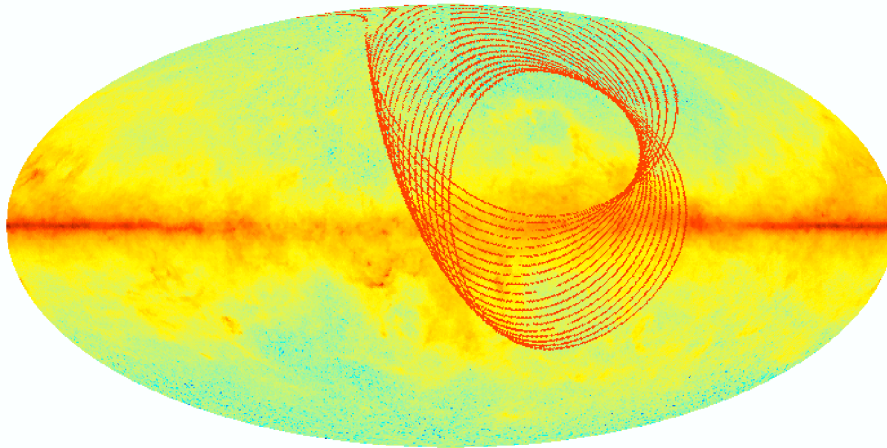


FIG. 5.2: Couverture du ciel en fonction du temps pour Archeops : L'instrument parcourt un grand cercle en 30 secondes, ce cercle à élévation constante se décale en fonction du temps sur la voûte céleste du fait de la rotation de la terre. Au bout de 24 heures, une large zone en forme d'anneau (avec un trou au centre) est couverte avec des redondances importantes dans la plupart des pixels.

### 5.1.2 Quatre vols

L'idée d'Archéops était de rester environ 24 heures à 40 kilomètres d'altitude afin de couvrir une grande partie du ciel avec de bonnes redondances. Le vol devait avoir lieu entre Kiruna en Suède (au delà du cercle polaire) et la Sibérie au cours de l'hiver afin de ne pas être gêné par le soleil<sup>1</sup>. Quatre vols ont eu lieu près de trois ans (voir la figure 5.3) :

- Un vol test a eu lieu depuis la base de Trapani en Sicile vers l'Espagne le 17 juillet 1999. 18 heures de vol ont permis d'enregistrer 4.5 heures de données nocturnes qui ont permis de démontrer la faisabilité de l'expérience : le cryostat a fonctionné (quoiqu'un peu chaud en raison d'une fuite), les données ont été enregistrées et ont permis d'observer les planètes, et l'émission infrarouge des poussières dans la Galaxie.
- Le premier vol scientifique appelé KS1 a eu lieu le 29 janvier 2001 depuis Kiruna en Suède et a duré 10 heures dont 7.5 heures dans des conditions nominales permettant une couverture de 20% du ciel.
- le second vol scientifique appelé KS2, le 17 janvier 2002, a été un échec en raison d'une fuite d'hélium dans le ballon due à un clapet de régulation d'altitude qui n'a jamais voulu se refermer. La nacelle s'est écrasée en Finlande quelques heures après son décollage alors que les données transmises par télémétrie semblaient de superbe qualité. Au cours d'une expédition un peu épique qui s'est finie dans une forêt finlandaise à ski de fond par une température de  $-26^{\circ}$ , trois d'entre nous avons pu rejoindre la nacelle qui s'est avérée en assez mauvais état. Un hélicoptère puis un camion l'ont ramenée à la base Kiruna pour réparation.
- moins d'un mois plus tard, le 7 février 2002, et après un travail acharné, une nouvelle fenêtre de vol s'est ouverte, permettant l'ultime vol, KS3, de plus de 20 heures dont 12 heures de nuit (la saison était trop avancée pour avoir 24 heures nocturnes) à près de 35 kilomètres d'altitude, un plan focal toujours au dessous de 98 mK. Ce vol nous a permis de couvrir 30% du ciel dont 10% avec une double redondance avec des données d'excellente qualité.

Durant les trois années que j'ai passées au sein de la collaboration Archeops, j'ai travaillé sur divers aspects de l'expérience incluant la reconstruction de la direction du pointage, la mesure des lobes des bolomètres et leur calibration sur les planètes (essentiellement Jupiter), leur modélisation à partir des données et

<sup>1</sup>Contrairement à Boomerang ou MAXIMA qui scannaient une petite zone du ciel opposée au soleil, Archeops faisait de grands cercles, et passait donc inévitablement proche de la direction du soleil qui aurait saturé les bolomètres, risquant de réchauffer le plan focal. Il fallait donc fonctionner de nuit, pendant le plus longtemps possible. Le choix du site de Kiruna en hiver, base de lancement de ballons du CNES devenait évident.

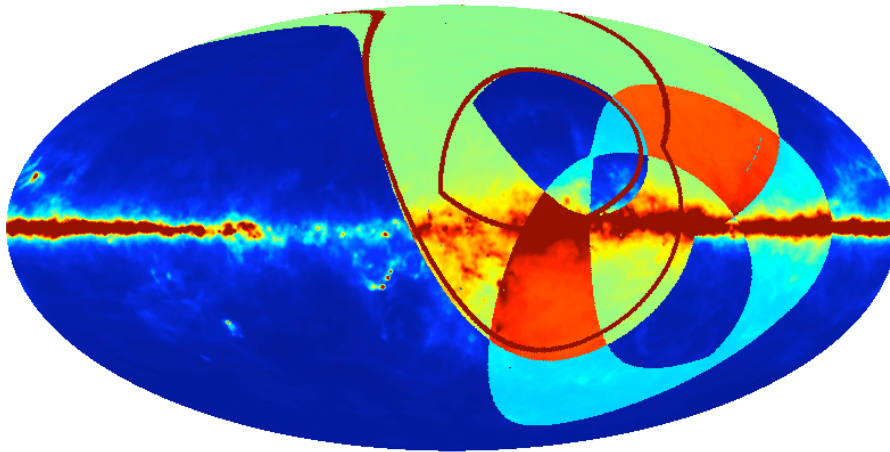


FIG. 5.3: Couverture sur le ciel des trois vols réussis d'Archeops : le vol test de trapani est en bleu ciel, le vol KS2 est représenté par le tracé marron et est inclus dans la zone couverte au cours de KS3 en vert (figure tirée de la thèse de M. Tristram [Tristram, 2005]).

la mesure de leur impact sur le spectre de puissance mesuré (en collaboration avec Matthieu Tristram alors doctorant au LPSC [Tristram et al., 2004]), la décorrélation des données temporelles de nombreux effets systématiques (fluctuations de température par exemple) et enfin l'analyse des données CMB elles mêmes en étroite collaboration avec Alexandre Amblard, alors doctorant au PCC [Amblard et Hamilton, 2003, Benoît et al., 2003a]. C'est uniquement de cette partie de mon travail que je parlerai ici. La section suivante résume ces travaux et l'on se reportera plutôt aux trois articles joints à la fin de ce chapitre pour une description détaillée.

## 5.2 Cartes et spectre de puissance du CMB

Pour le troisième vol d'Archeops, au cours duquel nous avons récolté des données de grande qualité, ces algorithmes de traitement de données de premier niveau étaient en grande partie rodés et j'ai pu me consacrer pleinement à la fabrication de cartes et à l'estimation du spectre de puissance des fluctuations de température du CMB, toujours en collaboration avec A. Amblard qui terminait alors sa thèse au PCC. Le développement d'une chaîne de traitement complète depuis les données temporelles nettoyées vers le spectre de puissance nous a pris plus d'une année de travail, entre mi-2001 et l'automne 2002, date de la publication des résultats d'Archeops [Benoît et al., 2003a, Benoît et al., 2003b].

L'approche traditionnelle pour estimer le spectre de puissance dans une expérience CMB est de commencer par projeter les données sur une carte de manière optimale, c'est à dire en tenant compte de la corrélation entre les différents échantillons temporels due au bruit basse fréquence. Cela implique en général l'inversion de matrices de très grande taille (plusieurs millions d'éléments au carré) mais on peut tirer partie de la nature circulante de ces matrices. On produit, en même temps que la carte optimale, sa matrice de covariance donnant la corrélation du bruit entre chaque pixel de la carte. Cette matrice, elle, ne possède pas de structure particulière. L'opération suivante est d'estimer sur la carte le spectre de puissance des fluctuations de température du CMB, toujours en maximisant la vraisemblance afin d'avoir les erreurs les plus petites possibles. La recherche de la solution optimale consiste en gros à comparer les fluctuations effectivement observées dans la carte avec celles que l'on attend venant du bruit compte tenu de la matrice de covariance de ce dernier. Cette opération est très bien définie mathématiquement [Bond, Jaffe and Knox, 1998, Borrill, 1999, Hamilton, 2003] mais implique un lourd processus itératif nécessitant à chaque itération l'inversion de matrices de taille considérable (de plusieurs dizaines de milliers d'éléments – le nombre de pixels de la carte – au carré). Ceci ne peut être fait que sur des supercalculateurs disposant d'un grand nombre de

processeurs en parallèle avec une très vaste mémoire partagée. Dans le cas d'Archeops, et en raison de la très large couverture sur le ciel, associée à une bonne résolution angulaire, nos cartes comportaient 100000 pixels rendant impossible à mettre en oeuvre l'approche par maximisation de la vraisemblance, à moins d'utiliser toutes les ressources allouées annuellement à l'analyse CMB (toutes expériences confondues) sur le ordinateur que nous utilisons, le NERSC à Berkeley (le plus puissant ordinateur non militaire du monde). Il fallait donc trouver une solution alternative.

Nous nous sommes inspirés de la méthode MASTER [Hivon et al., 2002] récemment publiée qui propose une approche radicalement différente reposant sur des simulations Monte-Carlo pour séparer les fluctuations du bruit de celles du signal et une approche fréquentiste des barres d'erreur. La méthode consiste à réaliser directement la transformée en harmoniques sphériques de la carte. On obtient alors des pseudo- $C_\ell$  qui diffèrent des véritables  $C_\ell$  pour plusieurs raisons :

1. Les données temporelles ont souvent été filtrées avant d'être projetées sur la carte et les fluctuations du CMB sont donc affectées par ce filtrage. De la même manière, la résolution optique de l'instrument affecte elle aussi le spectre de puissance du CMB.
2. En plus du CMB, la carte contient du bruit dont les fluctuations viennent ajouter de la puissance au spectre du CMB. Cet effet est loin d'être négligeable puisque le rapport signal sur bruit par pixel est de l'ordre de 1 en moyenne.
3. Enfin, la couverture du ciel est incomplète en général (30% du ciel pour Archeops) ce qui fait que les harmoniques sphériques ne sont plus une base complète pour décomposer un signal. On n'a plus accès à tous les modes et le signal dans l'espace des  $\ell$  est convolué par une matrice de couplage  $M_{\ell\ell'}$ .

Dans le cadre de la méthode MASTER, on s'affranchit de l'effet 1 en réalisant une simulation Monte-Carlo de signal seulement et en comparant le spectre mis en entrée avec la moyenne des spectres obtenus en sortie de la simulation. Il faut naturellement s'assurer que la correction à appliquer ne dépend pas du spectre (c'est à dire du modèle cosmologique) considéré en entrée. L'effet 2, est aussi supprimé grâce à une simulation Monte-Carlo, mais de bruit seul dans ce cas. Enfin, l'effet 3 est corrigé de manière purement analytique. Les barres d'erreurs sur le spectre obtenu en fin de chaîne sont calculées en répétant l'opération sur une série de simulations de signal et de bruit en même temps.

Cette technique fonctionne de manière très satisfaisante (elle est aussi précise que l'approche par maximisation de la vraisemblance et ne nécessite qu'une ferme de PC, telle celle disponible au CC-IN2P3) pourvu que l'on soit capable d'estimer correctement le spectre de Fourier du bruit instrumental afin d'être en mesure de le simuler pour résoudre le point 2. C'est cette estimation de bruit qui nous a donné le plus de mal puisqu'aucun algorithme disponible sur le marché n'était suffisamment précis compte tenu des spécificités d'Archeops. Nous avons donc, A. Amblard et moi, développé une technique d'estimation du spectre de bruit permettant d'obtenir une précision meilleure que 1% à toutes les fréquences de Fourier [Amblard et Hamilton, 2003]. Cette technique permet de s'affranchir d'effets subtils tels que la reprojection du bruit et la pixellisation du signal (en particulier de la poussière galactique) qui étaient négligés jusqu'à présent et dont l'amplitude est de quelques pourcents, assez pour biaiser notre estimation du spectre de puissance.

Nous avons pu appliquer avec succès cette méthode pour calculer le spectre de puissance des fluctuations de température du CMB avec Archeops, ce qui a donné lieu aux deux publications de résultats d'Archeops [Benoît et al., 2003a, Benoît et al., 2003b] qui sont résumés dans [Hamilton et Benoît, 2003]. Le spectre de puissance obtenu était le plus précis disponible à ce moment là dans la zone du premier pic acoustique, à la fois du point de vue de la taille des barres d'erreur et de celui de la résolution en  $\ell$ . Les contraintes cosmologiques qui en ont été extraites indiquent un Univers plat, dominé par une constante cosmologique ( $\Omega_\lambda \simeq 0.7$  avec une quantité de baryons en excellent accord avec celle tirée de la nucléosynthèse primordiale). L'équation d'état de l'énergie sombre favorise nettement une constante cosmologique plutôt que les modèles de quintessence effective [Douspis et al., 2003]. Ces résultats ont été par la suite confirmés avec une meilleure précision par WMAP [Spergel et al., 2003].

### 5.3 Articles joints

- **The Cosmic Microwave Background anisotropy power spectrum measured by Archeops**,  
A. Benoît et al., *A&A*, **399**, 19L (2003).  
Il s'agit de l'article dans lequel nous avons publié la première mesure du spectre de puissance angulaire avec Archeops. L'analyse présentée dans cet article a été réalisée par Alexandre Amblard et moi-même.
- **Noise power spectrum estimation and fast map-making for CMB experiments**,  
A. Amblard et J.-Ch. Hamilton, *A&A*, **417**, p. 1189 (2004).  
Il s'agit de l'article dans lequel nous décrivons la méthode qu'Alexandre Amblard et moi avons développée pour fabriquer les cartes du ciel d'une part et d'autre part mesurer et soustraire la composante de bruit dans le spectre de puissance.
- **CMB map-making and power spectrum estimation**,  
J.-Ch. Hamilton, *Comptes rendus de l'académie des sciences - Physique*, **4**, p. 871, [astro-ph/0310787](#) (2003).  
Il s'agit d'un article de revue sur les méthodes de fabrication de cartes et de mesure du spectre de puissance angulaire.

A&A 399, L19–L23 (2003)  
 DOI: 10.1051/0004-6361:20021850  
 © ESO 2003

**Astronomy  
&  
Astrophysics**

Letter to the Editor

## The cosmic microwave background anisotropy power spectrum measured by Archeops

A. Benoît<sup>1</sup>, P. Ade<sup>2</sup>, A. Amblard<sup>3,24</sup>, R. Ansari<sup>4</sup>, É. Aubourg<sup>5,24</sup>, S. Bargot<sup>4</sup>, J. G. Bartlett<sup>3,24</sup>, J.-Ph. Bernard<sup>7,16</sup>, R. S. Bhatia<sup>8</sup>, A. Blanchard<sup>6</sup>, J. J. Bock<sup>8,9</sup>, A. Boscaleri<sup>10</sup>, F. R. Bouchet<sup>11</sup>, A. Bourrachot<sup>4</sup>, P. Camus<sup>1</sup>, F. Couchot<sup>4</sup>, P. de Bernardis<sup>12</sup>, J. Delabrouille<sup>3,24</sup>, F.-X. Désert<sup>13</sup>, O. Doré<sup>11</sup>, M. Douspis<sup>6,14</sup>, L. Dumoulin<sup>15</sup>, X. Dupac<sup>16</sup>, P. Filliatre<sup>17</sup>, P. Fosalba<sup>11</sup>, K. Ganga<sup>18</sup>, F. Gannaway<sup>2</sup>, B. Gautier<sup>1</sup>, M. Giard<sup>16</sup>, Y. Giraud-Héraud<sup>3,24</sup>, R. Gispert<sup>7†\*</sup>, L. Guglielmi<sup>3,24</sup>, J.-Ch. Hamilton<sup>3,17</sup>, S. Hanany<sup>19</sup>, S. Henrot-Versillé<sup>4</sup>, J. Kaplan<sup>3,24</sup>, G. Lagache<sup>7</sup>, J.-M. Lamarre<sup>7,25</sup>, A. E. Lange<sup>8</sup>, J. F. Macías-Pérez<sup>17</sup>, K. Madet<sup>1</sup>, B. Maffei<sup>2</sup>, Ch. Magneville<sup>5,24</sup>, D. P. Marrone<sup>19</sup>, S. Masi<sup>12</sup>, F. Mayet<sup>5</sup>, A. Murphy<sup>20</sup>, F. Naraghi<sup>17</sup>, F. Nati<sup>12</sup>, G. Patanchon<sup>3,24</sup>, G. Perrin<sup>17</sup>, M. Piat<sup>7</sup>, N. Ponthieu<sup>17</sup>, S. Prunet<sup>11</sup>, J.-L. Puget<sup>7</sup>, C. Renault<sup>17</sup>, C. Rosset<sup>3,24</sup>, D. Santos<sup>17</sup>, A. Starobinsky<sup>21</sup>, I. Strukov<sup>22</sup>, R. V. Sudiwala<sup>2</sup>, R. Teyssier<sup>11,23</sup>, M. Tristram<sup>17</sup>, C. Tucker<sup>2</sup>, J.-C. Vanel<sup>3,24</sup>, D. Vibert<sup>11</sup>, E. Wakui<sup>2</sup>, and D. Yvon<sup>5,24</sup>

<sup>1</sup> Centre de Recherche sur les Très Basses Températures, BP 166, 38042 Grenoble Cedex 9, France

<sup>2</sup> Cardiff University, Physics Department, PO Box 913, 5 The Parade, Cardiff, CF24 3YB, UK

<sup>3</sup> Physique Corpusculaire et Cosmologie, Collège de France, 11 Pl. M. Berthelot, 75231 Paris Cedex 5, France

<sup>4</sup> Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire, BP 34, Campus Orsay, 91898 Orsay Cedex, France

<sup>5</sup> CEA-CE Saclay, DAPNIA, Service de Physique des Particules, Bât. 141, 91191 Gif sur Yvette Cedex, France

<sup>6</sup> Laboratoire d'Astrophysique de l'Obs. Midi-Pyrénées, 14 avenue E. Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>7</sup> Institut d'Astrophysique Spatiale, Bât. 121, Université Paris XI, 91405 Orsay Cedex, France

<sup>8</sup> California Institute of Technology, 105-24 Caltech, 1201 East California Blvd, Pasadena CA 91125, USA

<sup>9</sup> Jet Propulsion Laboratory, 4800 Oak Grove Drive, Pasadena, California 91109, USA

<sup>10</sup> IROE-CNR, via Panciatichi, 64, 50127 Firenze, Italy

<sup>11</sup> Institut d'Astrophysique de Paris, 98bis boulevard Arago, 75014 Paris, France

<sup>12</sup> Gruppo di Cosmologia Sperimentale, Dipart. di Fisica, Univ. "La Sapienza", P. A. Moro, 2, 00185 Roma, Italy

<sup>13</sup> Laboratoire d'Astrophysique, Obs. de Grenoble, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France

<sup>14</sup> Nuclear and Astrophysics Laboratory, Keble Road, Oxford, OX1 3RH, UK

<sup>15</sup> CSNSM-IN2P3, Bât. 108, Campus Orsay, 91405 Orsay Cedex, France

<sup>16</sup> Centre d'Étude Spatiale des Rayonnements, BP 4346, 31028 Toulouse Cedex 4, France

<sup>17</sup> Institut des Sciences Nucléaires, 53 avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex, France

<sup>18</sup> Infrared Processing and Analysis Center, Caltech, 770 South Wilson Avenue, Pasadena, CA 91125, USA

<sup>19</sup> School of Physics and Astronomy, 116 Church St. S.E., University of Minnesota, Minneapolis MN 55455, USA

<sup>20</sup> Experimental Physics, National University of Ireland, Maynooth, Ireland

<sup>21</sup> Landau Institute for Theoretical Physics, 119334 Moscow, Russia

<sup>22</sup> Space Research Institute, Profsoyuznaya St. 84/32, Moscow, Russia

<sup>23</sup> CEA-CE Saclay, DAPNIA, Service d'Astrophysique, Bât. 709, 91191 Gif sur Yvette Cedex, France

<sup>24</sup> Fédération de Recherche APC, Université Paris 7, Paris, France

<sup>25</sup> LERMA, Observatoire de Paris, 61 Av. de l'Observatoire, 75014 Paris, France

Received 16 October 2002 / Accepted 15 December 2002

Send offprint requests to: A. Benoît,

e-mail: benoit@grenoble.cnrs.fr

\* Richard Gispert passed away few weeks after his return from the early mission to Trapani.



L20

A. Benoît et al.: The cosmic microwave background anisotropy power spectrum measured by Archeops

**Abstract.** We present a determination by the Archeops experiment of the angular power spectrum of the cosmic microwave background anisotropy in 16 bins over the multipole range  $\ell = 15\text{--}350$ . Archeops was conceived as a precursor of the Planck HFI instrument by using the same optical design and the same technology for the detectors and their cooling. Archeops is a balloon-borne instrument consisting of a 1.5 m aperture diameter telescope and an array of 21 photometers maintained at  $\sim 100$  mK that are operating in 4 frequency bands centered at 143, 217, 353 and 545 GHz. The data were taken during the Arctic night of February 7, 2002 after the instrument was launched by CNES from Esrange base (Sweden). The entire data cover  $\sim 30\%$  of the sky. This first analysis was obtained with a small subset of the dataset using the most sensitive photometer in each CMB band (143 and 217 GHz) and 12.6% of the sky at galactic latitudes above 30 degrees where the foreground contamination is measured to be negligible. The large sky coverage and medium resolution (better than 15 arcmin) provide for the first time a high signal-to-noise ratio determination of the power spectrum over angular scales that include both the first acoustic peak and scales probed by COBE/DMR. With a binning of  $\Delta\ell = 7$  to 25 the error bars are dominated by sample variance for  $\ell$  below 200. A companion paper details the cosmological implications.

**Key words.** cosmic microwave background – cosmology; observations – submillimeter

## 1. Introduction

Observations of the Cosmic Microwave Background (CMB) temperature anisotropies have provided answers to fundamental questions in cosmology. The observational determination of the CMB angular power spectrum has already led to important insights on the structure and evolution of the universe. Most notable are the conclusions that the geometry of space is essentially flat (Miller et al. 1999; de Bernardis et al. 2000; Hanany et al. 2000) and that the measurements are consistent with the inflationary paradigm (Netterfield et al. 2002; Lee et al. 2001; Halverson et al. 2002; Sievers et al. 2002; Rubiño-Martín et al. 2002). Since the first detection of CMB anisotropy with COBE/DMR (Smoot et al. 1992), a host of experiments have measured the spectrum down to sub-degree scales, but measurements at large angular scales remain difficult, due to the large sky coverage required to access these modes. This difficulty will be overcome by the future full-sky space missions MAP and Planck.

This paper presents the first results from Archeops, an experiment designed to obtain large sky coverage in a single balloon flight. A detailed description of the instrument inflight performance will be given in Benoît et al. (2003b); here we provide only essential information. Archeops<sup>1</sup> is a balloon-borne experiment with a 1.5 m off-axis Gregorian telescope and a bolometric array of 21 photometers operating at frequency bands centered at 143 GHz (8 bolometers), 217 GHz (6), 353 GHz (6 = 3 polarized pairs) and 545 GHz (1). The focal plane is maintained at a temperature of  $\sim 100$  mK using a <sup>3</sup>He–<sup>4</sup>He dilution cryostat. Observations are carried out by turning the payload at 2 rpm producing circular scans at a fixed elevation of  $\sim 41$  deg. Observations of a single night cover a large fraction of the sky as the circular scans drift across the sky due to the rotation of the Earth.

## 2. Observations and processing of the data

The experiment was launched on February 7, 2002 by the CNES<sup>2</sup> from the Swedish balloon base in Esrange, near Kiruna, Sweden, 68°N, 20°E. It reached a float altitude of  $\sim 34$  km and landed 21.5 hours later in Siberia near Noril'sk, where it was recovered by a Franco-Russian team. The night-time scientific

observations span 11.7 hours of integration from 15.3 UT to 3.0 UT the next day. Figure 1 shows the Northern galactic part of the sky observed during the flight.

A detailed description of the data processing pipeline will be given in Benoît et al. (2003c). Pointing reconstruction, good to 1 arcmin, is performed using data from a bore-sight mounted optical star sensor aligned to each photometer using Jupiter observations. The raw Time Ordered Information (TOI), sampled at 153 Hz, are preprocessed to account for the readout electronics and response variations. Corrupted data (including glitches), representing less than 1.5%, are flagged. Low frequency drifts correlated to various templates (altitude, attitude, temperatures, CMB dipole) are removed from the data. To remove residual dust and atmospheric signal, the data are decorrelated with the high frequency photometers and a synthetic dust timeline (Schlegel et al. 1998).

The CMB dipole is the prime calibrator of the instrument. The absolute calibration error against the dipole measured by COBE/DMR (Fixsen et al. 1994) is estimated to be less than 4% (resp. 8%) in temperature at 143 GHz (resp. 217 GHz). Two other independent calibration methods, both with intrinsic uncertainty of  $\sim 10\%$ , give responsivities relative to the dipole calibration at 143 (resp. 217 GHz) of  $-5$  (resp.  $+6\%$ ) on Jupiter and  $-20$  (resp.  $-5\%$ ) with COBE-FIRAS Galactic Plane emission.

The beam shapes of the photometers measured on Jupiter are moderately elliptical, having a ratio of the major to minor axis of 1.2 (resp. 1.5) at 143 GHz (resp. 217 GHz), and have an equivalent *FWHM* of 11 arcmin (resp. 13). The error in beam size is less than 10%. The effective beam transfer function for each photometer, determined with simulations, is taken into account in the analysis and is in excellent agreement with analytical estimates (Fosalba et al. 2002).

## 3. Analysis

In this paper, we use data from only a single detector at each of the CMB frequencies, 143 and 217 GHz, with a sensitivity of 90 and  $150 \mu\text{K}_{\text{CMB}}\cdot\text{s}^{1/2}$  respectively. To avoid the necessity of detailed modelling of Galactic foregrounds, we restrict the sky coverage to  $b > +30$  deg, giving a total of  $\sim 100\,000$  15 arcmin pixels (HEALPIX nside = 256) covering 12.6% of the sky (see Fig. 1). To extract the CMB power spectrum, we use the MASTER analysis methodology (Hivon et al. 2002),

<sup>1</sup> See <http://www.archeops.org>

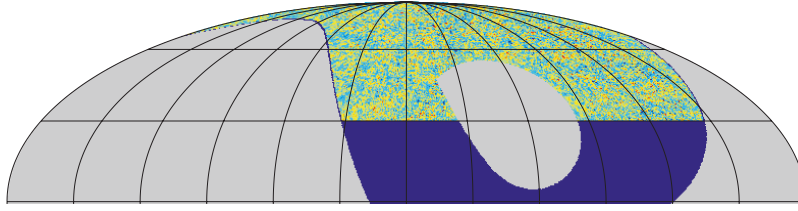
<sup>2</sup> Centre National d'Études Spatiales, the French national space agency.



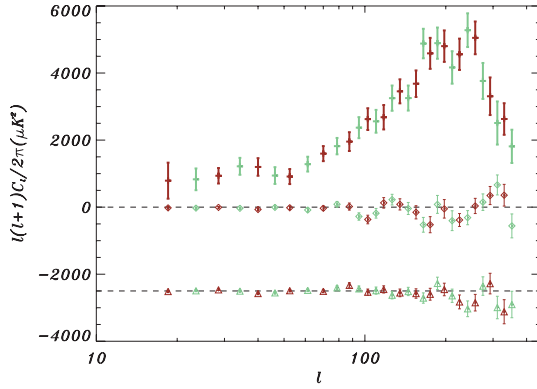
A. Benoît et al.: The cosmic microwave background anisotropy power spectrum measured by Archeops

L21

Archeops KS3 CMB map



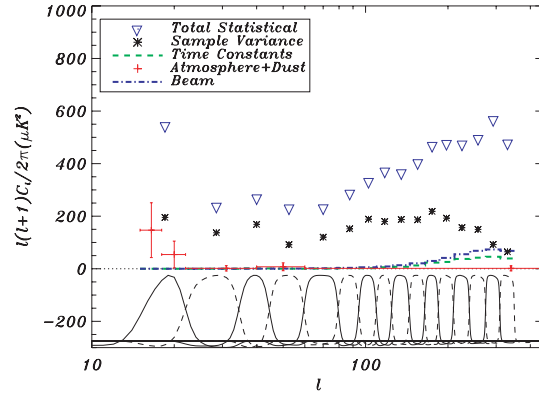
**Fig. 1.** Archeops CMB map (Galactic coordinates, centered on the Galactic anticenter, Northern hemisphere) in HEALPIX pixelisation (Gorski et al. 1998) with 15 arcmin pixels and a 15 arcmin Gaussian smoothing. The map is a two-photometers coaddition. The dark blue region is not included in the present analysis because of possible contamination by dust. The colors in the map range from  $-500$  to  $500 \mu\text{K}_{\text{CMB}}$ .



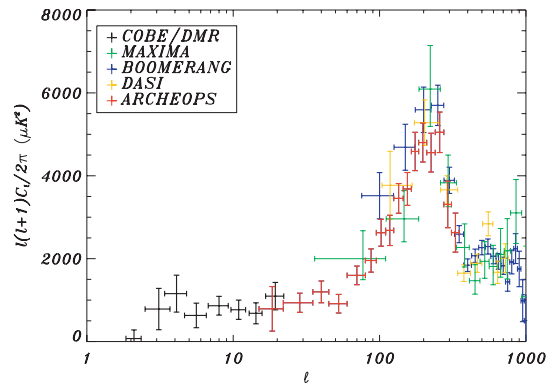
**Fig. 2.** The Archeops CMB power spectrum for the combination of the two photometers. Green and red data points correspond to two overlapping binnings and are therefore not independent. The light open diamonds show the null test resulting from the self difference (SD) of both photometers and the light open triangles correspond to the difference (D) of both photometers (shifted by  $-2500 \mu\text{K}^2$  for clarity) as described in Sect. 4 and shown in Table 1.

which achieves speed by employing sub-optimal (but unbiased) map-making and spectral determinations.

First, the Fourier noise power spectrum is estimated for each photometer. Signal contamination is avoided by subtracting the data projected onto a map (and then re-read with the scanning strategy) from the initial TOI. This raw noise power spectrum is then corrected for two important effects (Benoît et al. 2003d): (i) pixelisation of the Galactic signal that leads to an overestimate of the noise power spectrum: sub-pixel frequencies of the signal are not subtracted from the initial TOI leaving extra signal at high frequency; (ii) due to the finite number of samples per pixel, noise remains in the map and is subtracted from the initial TOI, inducing an underestimation of the actual noise in the final TOI (Ferreira & Jaffe 2000; Stompor et al. 2002). Simulations, including realistic noise, Galactic dust and CMB anisotropies, indicate that both corrections are independent of the shape of the true noise power spectrum, and thus permit an unbiased estimate of the latter with an accuracy better than 1% at all frequencies. The corresponding uncertainty in the noise power spectrum estimation is included in the error bars of the  $C_\ell$  spectrum.



**Fig. 3.** Contamination by systematics: the Archeops CMB power spectrum statistical error bars (including noise and sample variance) are shown as the blue triangles. The large error bar in the first bin mainly comes from the high-pass filtering. A conservative upper-limit to contamination by dust and atmospheric signal is shown in red crosses, with a  $\ell$  different binning to enhance the low  $\ell$  side. Beam and time constants uncertainties are shown in dot-dashed blue and dashed green (see text). The 7% temperature calibration uncertainty is not shown here. The window functions are shown at the bottom of the figure.



**Fig. 4.** The Archeops power spectrum compared with results of COBE, Boomerang, Dasi, Maxima (Tegmark 1996; Netterfield et al. 2002; Lee et al. 2001; Halverson et al. 2002).

L22

A. Benoît et al.: The cosmic microwave background anisotropy power spectrum measured by Archeops

We construct maps by bandpassing the data between 0.3 and 45 Hz, corresponding to about 30 deg and 15 arcmin scales, respectively. The high-pass filter removes remaining atmospheric and galactic contamination, the low-pass filter suppresses non-stationary high frequency noise. The filtering is done in such a way that ringing effects of the signal on bright compact sources (mainly the Galactic plane) are smaller than  $\sim 36 \mu\text{K}^2$  on the CMB power spectrum in the very first  $\ell$ -bin, and negligible for larger multipoles. Filtered TOI of each absolutely calibrated detector are co-added on the sky to form detector maps. The bias of the CMB power spectrum due to filtering is accounted for in the MASTER process through the transfer function. The map shown in Fig. 1 is obtained by combining the maps of each of the photometers. A  $1/\sigma^2$  weighting of the data was done in each pixel, where  $\sigma^2$  is the variance of the data in that pixel. This map shows significant extra variance compared to the difference map on degree angular scales which is attributed to sky-stationary signal.

We estimate the CMB power spectrum in 16 bins ranging from  $\ell = 15$  to  $\ell = 350$ . The window functions derived from the multipole binning and renormalized to equal amplitude for clarity are shown at the bottom of Fig. 3. They are nearly top-hat functions due to the large sky coverage. The bins can therefore be approximated as independent: off-diagonal terms in the covariance matrix are less than  $\sim 12\%$ . For the purpose of estimating the power spectrum we made a map that combines the data of the two photometers using two different weighting techniques. Up to  $\ell = 310$  the data of each photometer has equal weight and at larger  $\ell$  values the data is noise weighted. This is valid because the multipole bins are nearly independent. It is also advantageous because it minimizes the overall statistical noise over the entire  $\ell$  spectrum; equal weighting gives smaller error bars at small  $\ell$  and noise weighting gives smaller error bars at large  $\ell$ .

#### 4. Results and consistency tests

The Archeops power spectrum is presented in Fig. 2 and in Table 1. Two different binnings corresponding to overlapping, shifted window functions (therefore not independent) were used. Archeops provides the highest  $\ell$  resolution up to  $\ell = 200$  ( $\Delta\ell$  from 7 to 25) and most precise measurement of the angular power spectrum for  $15 < \ell < 300$  to date. Sample-variance contributes 50% or more of the total statistical error up to  $\ell \sim 200$ .

The Archeops scanning strategy (large circles on the sky) provides a robust test of systematic errors and data analysis procedures: by changing the sign of the filtered TOIs every other circle, a TOI that should not contain any signal is obtained once it is projected on the sky. This TOI has the same noise power spectrum as the original one. This null test is referred to as the self-difference (*SD*) test. The angular power spectrum of such a dataset should be consistent with zero at all multipoles because successive circles largely overlap. This test has been performed with the two photometers independently. The spectra are consistent with zero at all modes:  $\chi^2/\text{ndf}$  of 21/16 (resp. 27/16) at 143 GHz (resp. 217 GHz). Performed on the two-photometers co-added map, the same test gives a power spectrum consistent with zero, with a  $\chi^2/\text{ndf}$  of 25/16 (see

**Table 1.** The Archeops CMB power spectrum for the best two photometers (third column). Data points given in this table correspond to the red points in Fig. 2. The fourth column shows the power spectrum for the self difference (*SD*) of the two photometers as described in Sect. 4. The fifth column shows the power spectrum for the difference (*D*) between the two photometers.

$\ell_{\min}$	$\ell_{\max}$	$\frac{\ell(\ell+1)C_\ell}{(2\pi)} (\mu\text{K})^2$	<i>SD</i> ( $\mu\text{K}$ ) <sup>2</sup>	<i>D</i> ( $\mu\text{K}$ ) <sup>2</sup>
15	22	$789 \pm 537$	$-21 \pm 34$	$-14 \pm 34$
22	35	$936 \pm 230$	$-6 \pm 25$	$34 \pm 21$
35	45	$1198 \pm 262$	$-69 \pm 45$	$-75 \pm 35$
45	60	$912 \pm 224$	$-18 \pm 50$	$9 \pm 37$
60	80	$1596 \pm 224$	$-33 \pm 63$	$-8 \pm 44$
80	95	$1954 \pm 280$	$17 \pm 105$	$169 \pm 75$
95	110	$2625 \pm 325$	$-368 \pm 128$	$-35 \pm 92$
110	125	$2681 \pm 364$	$127 \pm 156$	$46 \pm 107$
125	145	$3454 \pm 358$	$82 \pm 166$	$-57 \pm 114$
145	165	$3681 \pm 396$	$-154 \pm 196$	$-75 \pm 140$
165	185	$4586 \pm 462$	$-523 \pm 239$	$-97 \pm 177$
185	210	$4801 \pm 469$	$-50 \pm 276$	$44 \pm 187$
210	240	$4559 \pm 467$	$-382 \pm 192$	$-326 \pm 206$
240	275	$5049 \pm 488$	$35 \pm 226$	$-349 \pm 247$
275	310	$3307 \pm 560$	$346 \pm 269$	$220 \pm 306$
310	350	$2629 \pm 471$	$356 \pm 323$	$-619 \pm 358$

Fig. 2). These results show that there is no significant correlated noise among the two photometers and that the noise model is correct. They limit the magnitude of non-sky-stationary signals to a small fraction of the sky-stationary signal detected in the maps.

A series of Jack-knife tests shows agreement between the first and second halves of the flight (the difference of the power spectra has  $\chi^2/\text{ndf} = 21/16$ ), left and right halves of the map obtained with a cut in Galactic longitude ( $\chi^2/\text{ndf} = 15/16$ ). Individual power spectra of the two photometers agree once absolute calibration uncertainties are taken into account. The power spectrum measured on the differences (*D*) between the two photometers is consistent with zero with a  $\chi^2/\text{ndf}$  of 22/16 (Fig. 2) showing that the electromagnetic spectrum of the sky-stationary signal is consistent with that of the CMB. The measured CMB power spectrum depends neither on the Galactic cut (20, 30 and 40 degrees north from the Galactic plane), nor on the resolution of the maps (27, 14 and 7' pixel size) nor on the TOI high-pass filtering frequencies (0.3, 1 and 2 Hz).

Several systematic effects have been estimated and are summarized in Fig. 3, along with the statistical errors (blue triangles). The high frequency photometer (545 GHz) is only sensitive to dust and atmospheric emission, and thus offers a way to estimate the effect of any residual Galactic or atmospheric emission. Extrapolation of its power spectrum using a Rayleigh-Jeans spectrum times a  $\nu^2$  emissivity law between 545 and 217 GHz and as  $\nu^0$  between 217 and 143 GHz gives an upper-limit on the possible contamination by atmosphere (dominant) and dust. The combination of both is assumed to be much less than 50% of the initial contamination after the decorrelation process. The subsequent conservative upper-limit for dust and atmosphere contamination is shown in red crosses in Fig. 3. The contamination appears negligible in all bins but the first one ( $\ell = 15$  to 22). High frequency spectral

leaks in the filters at 143 and 217 GHz were measured to give a contribution less than half of the above contamination. In the region used to estimate the CMB power spectrum there are 651 extragalactic sources in the Parkes–MIT–NRAO catalog. These sources are mainly AGN, and their flux decreases with frequency. We have estimated their contribution to the power spectrum using the WOMBAT tools (Sokasian et al. 2001). At 143 (resp. 217) GHz this is less than 2 (resp. 1) percent of the measured power spectrum at  $\ell \sim 350$ . The beam and photometer time constant uncertainties were obtained through a simultaneous fit on Jupiter crossings. Their effect is shown as the dot-dashed blue and green-dashed lines in Fig. 3. The beam uncertainty includes the imperfect knowledge of the beam transfer function for each photometer's elliptical beam. Beam and time constants uncertainties act as a global multiplicative factor, but in the figure we show the  $1\sigma$  effect on a theoretical power spectrum that has a good fit to the data. After the coaddition of the two photometers, the absolute calibration uncertainty (not represented in Fig. 3) is estimated as 7% (in CMB temperature units) with Monte–Carlo simulations.

As a final consistency test, the Archeops  $C_\ell$  are computed using two additional independent methods. The first is based on noise estimation with an iterative multi-grid method, MAPCUMBA (Doré et al. 2001), simple map-making and  $C_\ell$  estimation using SpICE (Szapudi et al. 2001) which corrects for mask effects and noise ponderation through a correlation function analysis. The second is based on MIRAGE iterative map-making (Yvon et al. 2003) followed by multi-component spectral matching (Cardoso et al. 2002; Patanchon et al. 2003; Delabrouille et al. 2002). All methods use a different map-making and  $C_\ell$  estimation. Results between the three methods agree within less than one  $\sigma$ . This gives confidence in both the  $C_\ell$  and in the upper-limits for possible systematic errors. Table 1 provides the angular power spectrum which is used for cosmological parameter extraction (Benoît et al. 2003a).

A comparison of the present results with other recent experiment and COBE/DMR is shown in Fig. 4. There is good agreement with other experiments, given calibration uncertainties, and particularly with the power COBE/DMR measures at low  $\ell$  and the location of the first acoustic peak. Work is in progress to improve the intercalibration of the photometers, the accuracy and the  $\ell$  range of the power spectrum: the low  $\ell$  range will be improved increasing the effective sky area for CMB (which requires an efficient control of dust contamination), the high  $\ell$  range will be improved by including more photometer pixels in the analysis.

## 5. Conclusions

The Archeops experiment has observed a large portion of the sky. Maps from the two highest sensitivity detectors at 143 and 217 GHz show consistent, sky-stationary anisotropy signal that appears inconsistent with any known astrophysical source other than CMB anisotropy. The angular power spectrum of this signal at multipoles between  $\ell = 15$  and  $\ell = 350$  shows a clear peak at  $\ell \approx 200$ . These results are consistent with predictions by inflationary-motivated cosmologies. Archeops provides the highest signal-to-noise ratio mapping of the first acoustic peak and its low- $\ell$  side of any experiment to date and covers the

largest number of decades in  $\ell$ . It has been obtained with a limited integration time (half a day) using a technology similar to that of the Planck HFI experiment. An extensive set of tests limits the contribution of systematic errors to a small fraction of the statistical and overall calibration errors in the experiment. More data reduction is under way to increase the accuracy and  $\ell$  range of the power spectrum. The determination of cosmological parameters are discussed in a companion paper (Benoît et al. 2003a).

**Acknowledgements.** The authors would like to thank the following institutes for funding and balloon launching capabilities: CNES (French space agency), PNC (French Cosmology Program), ASI (Italian Space Agency), PPARC, NASA, the University of Minnesota, the American Astronomical Society and a CMBNet Research Fellowship from the European Commission. Healpix package was used throughout the data analysis (1998).

## References

- Benoît, A., Ade, P., Amblard, A., et al. 2002a, *Astropart. Phys.*, 17, 101
- Benoît, A., Ade, P., Amblard, A., et al. 2003a, *A&A*, 399, L25
- Benoît, A., Ade, P., Amblard, A., et al. 2003b, in preparation
- Benoît, A., Ade, P., Amblard, A., et al. 2003c, in preparation
- Benoît, A., Ade, P., Amblard, A., et al. 2003d, in preparation
- de Bernardis, P., Ade, P. A. R., Bock, J. J., et al. 2000, *Nature*, 404, 955
- Cardoso, J. F., Snoussi, H., Delabrouille, J., & Patanchon, G. 2002, *Proc. EUSIPCO02 Conf.*, Toulouse, Sep. 2002 [astro-ph/0209466]
- Delabrouille, J., Cardoso, J. F., & Patanchon, G. 2002, *MNRAS*, submitted [astro-ph/0211504]
- Doré, O., Teyssier, R., Bouchet, F. R., Vibert, D., & Prunet, S. 2001, *A&A*, 374, 358
- Ferreira, P. G., & Jaffe, A. H. 2000, *MNRAS*, 312, 89
- Fixsen, P. J., Cheng, E. S., Cottingham, D. A., et al. 1994, *ApJ*, 420, 445
- Fosalba, P., Doré, O., & Bouchet, F. R. 2002, *Phys. Rev. D*, 65, 63003
- Gorski, K. M., Hivon, E., & Wandelt, B. D. 1998, *Proc. of the MPA/ESO Conf. on Evolution of Large-Scale Structure: from Recombination to Garching*, 2–7 August 1998, ed. A. J. Banday, R. K. Sheth, & L. Da Costa [astro-ph/9812350]
- Halverson, N. W., Leitch, E. M., Pryke, C., et al. 2002, *ApJ*, 568, 38
- Hanany, S., Ade, P., Balbi, A., et al. 2000, *ApJ*, 545, L5
- Hivon, E., Gorski, K. M., Netterfield, C. B., et al. 2002, *ApJ*, 567, 2
- Lee, A. T., Ade, P., Balbi, A., et al. 2001, *ApJ*, 561, L1
- Miller, A. D., Caldwell, R., Devlin, M. J., et al. 1999, *ApJ*, 524, L1
- Netterfield, C. B., Ade, P. A. R., Bock, J. J., et al. 2002, *ApJ*, 571, 604
- Patanchon, G., Snoussi, H., Cardoso, J.-F., & Delabrouille, J. 2003, *Proc. of the PSIP03 Conf.*, Grenoble, January 2003 [astro-ph/0302078]
- Rubiño-Martin, J. A., Rebolo, R., Carreira, P., et al. 2002, *MNRAS*, submitted [astro-ph/0205367]
- Schlegel, D., Finkbeiner, D., & Davis, M. 1998, *ApJ*, 500, 525
- Sievers, J. L., Bond, J. R., Cartwright, J. K., et al. 2002, *ApJ*, submitted [astro-ph/0205387]
- Smoot, G. F., Bennett, C. L., Kogut, A., et al. 1992, *ApJ*, 396, L1
- Sokasian, A., Gawiser, E., & Smoot, G. F. 2001, *ApJ*, 562, L88
- Stompor, R., Balbi, A., Borrill, J. D., et al. 2002, *Phys. Rev. D*, 65, 022003
- Szapudi, I., Prunet, S., Pogossyan, D., Szalay, A. S., Bond, J. R., et al. 2001, *ApJ*, 548, L115
- Tegmark, M. 1996, *ApJ*, 464, L35
- Yvon, D., et al. 2003, in preparation

A&A 417, 1189–1194 (2004)  
 DOI: 10.1051/0004-6361:20034066  
 © ESO 2004

**Astronomy  
&  
Astrophysics**

## Noise power spectrum estimation and fast map making for CMB experiments

A. Amblard<sup>1,4</sup> and J.-Ch. Hamilton<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup> Physique Corpusculaire et Cosmologie, Collège de France, 11 pl. Marcelin Berthelot, 75231 Paris Cedex 05, France

<sup>2</sup> Laboratoire de Physique Nucléaire et de Hautes Energies, 4, Place Jussieu, Tour 33, 75252 Paris Cedex 05, France

<sup>3</sup> Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie, 53 Avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex, France

<sup>4</sup> University of California, Department of Astronomy, 601 Campbell Hall, Berkeley, CA 94720-3411, USA  
 e-mail: amblard@in2p3.fr

Received 10 July 2003 / Accepted 27 December 2003

**Abstract.** We present a method designed to estimate the noise power spectrum in the time domain for CMB experiments. The noise power spectrum is extracted from the time ordered data avoiding the contamination coming from sky signal and accounting the pixellisation of the signal and the projection of the noise when making intermediate sky projections. This method is simple to implement and relies on Monte-Carlo simulations, it runs on a simple desk computer. We also propose a trick for filtering data before making coadded maps in order to avoid ringing due to the presence of signal in the timelines. These algorithms were successfully tested on Archeops data.

**Key words.** cosmic microwave background – cosmology: observations – large-scale structure of the Universe – methods: numerical

### 1. Introduction

Measuring the Cosmic Microwave Background anisotropies angular power spectrum has proved to be a powerful cosmological tool giving direct information on both the cosmological parameters and the primordial Universe through the origin of the initial perturbations.

The usual method used nowadays for measuring the CMB temperature fluctuations is to scan the sky with a detector (with a bolometer for instance) that measures the temperature variations in a given beam. This provides time data streams along with pointing directions that are subsequently compressed into a sky map. In the general case, the noise in the time streams is not white (due to atmospheric contamination, spurious noises, electronic and detector temperature fluctuations). The sky is also in general not regularly scanned so that at the end, the noise in the maps is neither homogeneous nor white.

This causes difficulties when trying to extract the signal power spectrum from the maps as it has to be separated from the noise. Fully optimal methods finding the maximum likelihood solution for both the map and the CMB power spectrum have been proposed such as MADCAP (Borrill 1999) but they require the inversion of large covariance matrices on parallel

supercomputers and are hard to implement for the present generation of experiments that cover a large portion of the sky and have a large number of pixels (WMAP, Archeops and Planck in the near future). Alternative methods that replace the full inversion by a Monte-Carlo simulation of the noise angular power spectrum have been proposed (Hivon et al. 2002; Szapudi et al. 2001). The results obtained with such methods are satisfactory and they consume little time compared to the maximum likelihood methods. The analysis process is done in the following way in these Monte-Carlo methods:

1. **Noise power spectrum estimation in the data:** it is very important not to be contaminated by signal at this stage. This is particularly difficult when dealing with large portions of the sky where Galactic dust clouds can be found at high frequency and synchrotron and free-free emission at lower ones. We propose in Sect. 2 a method that provides an unbiased estimate of the noise Fourier power spectrum by correcting an initial guess via Monte-Carlo simulations.
2. **Fast map making:** can be a simple coaddition of filtered timelines or a optimal iterative mapmaking that converges to the maximum likelihood solution for instance with a conjugate gradient method. This map making has to be very fast as it is repeated for each Monte-Carlo realisation. We propose in Sect. 3 a method for making simply coadded

Send offprint requests to: J.-Ch. Hamilton,  
 e-mail: hamilton@in2p3.fr

maps of filtered data avoiding the ringing due to the effect of the filtering on bright sources such as the Galactic plane.

3.  **$C_\ell$  estimation on the map:** this is done very easily with the Healpix<sup>1</sup> package (Gorski et al. 1999). The angular power spectrum obtained here is called *pseudo- $C_\ell$*  as it differs from the true signal  $C_\ell$  due to various effects: presence of noise, beam and time domain filtering effects on the signal, incomplete sky coverage that degrades the resolution in harmonic space. All these effects can be accounted for and corrected with the MASTER (Hivon et al. 2002) or SpICE (Szapudi et al. 2001) algorithms.

In this article we propose methods for solving points 1 (in Sect. 2) and 2 (in Sect. 3), examples will refer to Archeops-like simulations. These methods have been successfully used for the Archeops data analysis (Benoît et al. 2003a,b). We used the MASTER algorithm for going from *pseudo- $C_\ell$*  to true  $C_\ell$  and for estimating the error bars.

## 2. Noise spectrum estimation

We present in this section the method we developed for determining the noise Fourier power spectrum of a time data stream composed of CMB fluctuations, some strong astrophysical foreground (here the Galactic dust emission) and coloured Gaussian and stationary noise. The data is denoted as an  $N$  elements vector  $\mathbf{d}$  ( $N$  is the number of time samples) and is composed of noise  $\mathbf{n}$  and sky signal  $\mathbf{s}$ :

$$\mathbf{d} = \mathbf{s} + \mathbf{n}. \quad (1)$$

The noise power spectrum is given by  $P(\nu) = \langle \tilde{\mathbf{n}}^* \tilde{\mathbf{n}} \rangle$  where  $\tilde{\cdot}$  is the Fourier transform and  $\langle \cdot \rangle$  the ensemble average over many realisations. The point here is to avoid contamination from signal (CMB and in a larger part Galactic dust) that would tend to overestimate the estimated noise power spectrum in time domain and therefore its equivalent in harmonic space leading to a biased  $C_\ell$  spectrum at the end.

### 2.1. Raw estimation of the noise spectrum

The first raw estimation of the noise power can come from the data itself (that is  $\mathbf{n} \simeq \mathbf{d}$ ) as we are dealing with low signal to noise experiments (at least in the time domain as the noise is reduced by redundancy in the map). This is a correct approximation only in the case where the observed region of the sky is free from any bright source. In most recent experiments such as WMAP and Archeops (as well as in Planck) the instrument covers a large portion of the sky by making large circles that often cross the Galactic plane twice per rotation. There is therefore a very bright source in all the portions of the time streams that prevent us from using the naive approximation  $\mathbf{n} \simeq \mathbf{d}$ .

Prior to any treatment we apply a high pass filter at  $f_{\min}$  (in our example 0.3 Hz), estimating the noise power spectrum only at frequencies higher than  $f_{\min}$ , from now  $\mathbf{d}$  will therefore refer to the filtered data. This  $f_{\min}$  corresponds to the frequency where the non-astrophysical foreground or systematic (such as

atmospheric emission) become negligible and where the low frequency noise is not too strong (in the  $1/f$  noise model that would roughly corresponds to  $f_{\text{knee}}$ ).

A simple method to get rid of the signal contribution in the noise power spectrum estimation is to project the data onto a map of the sky portion observed. In such a map, the noise level is reduced but the signal is almost unchanged. Reading back this map with the scanning strategy leads to a timeline where the signal to noise is greatly improved. This latter timeline can then be subtracted from the initial timeline giving a noise estimate that is, in principle, free from signal contamination. In the matrix notation that has become common in CMB analysis this corresponds to the following operation:

$$\mathbf{n}_{\text{raw}} = \mathbf{d} - A(A^T A)^{-1} A^T \mathbf{d} \quad (2)$$

where  $A$  is the pointing matrix. The noise spectrum estimation is then just obtained from the Fourier transform of  $\mathbf{n}_{\text{raw}}$ .

### 2.2. Biasing effects

If one rewrites Eq. (2) using the definition (1), one gets:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{\text{raw}} &= \mathbf{n} - \underbrace{A(A^T A)^{-1} A^T \mathbf{n}}_{\mathbf{r}_n} + \underbrace{(s - A(A^T A)^{-1} A^T s)}_{\mathbf{r}_s} \\ &= \mathbf{n} - \mathbf{r}_n + \mathbf{r}_s \end{aligned} \quad (3)$$

where  $\mathbf{r}_n$  and  $\mathbf{r}_s$  can be interpreted in the following way:

**residual noise ( $\mathbf{r}_n$ ):** the number of time samples per pixel is finite (in Archeops and for a resolution of 15 arcmin we have in average 25 samples per pixel with a very asymmetric distribution) and therefore there remains some noise in the projected map. This noise in the map, once re-read with the scanning strategy is strongly correlated to the initial noise in the timeline. We therefore slightly underestimate the noise spectrum. Finally  $\mathbf{r}_n$  increases if the pixel size is reduced. This residual noise is also discussed in Stompor et al. (2002).

**residual signal ( $\mathbf{r}_s$ ):** because of the pixellisation of the projected map, the high temporal frequencies of the signal (mainly dust at low galactic latitude or point sources) are badly subtracted from the initial time stream. This leads to an overestimation of the noise power spectrum. Finally  $\mathbf{r}_s$  decreases if the pixel size is reduced as it only originates from the large size of the pixels compared to the frequencies present in the data.

When computing the noise estimate power spectrum, one gets:

$$P_{\text{raw}}(\nu) = \langle (\tilde{\mathbf{n}} - \tilde{\mathbf{r}}_n + \tilde{\mathbf{r}}_s)^* (\tilde{\mathbf{n}} - \tilde{\mathbf{r}}_n + \tilde{\mathbf{r}}_s) \rangle \quad (4)$$

$$= \langle (\tilde{\mathbf{n}} - \tilde{\mathbf{r}}_n)^* (\tilde{\mathbf{n}} - \tilde{\mathbf{r}}_n) \rangle + \langle \tilde{\mathbf{r}}_s^* \tilde{\mathbf{r}}_s \rangle \quad (5)$$

because noise and signal are supposed uncorrelated. The first term can be rewritten as  $(1 - \epsilon(\nu)) P(\nu)$ . Simulations show that  $\epsilon(\nu)$  does not depend significantly on the noise power spectrum in the frequency range considered here ( $\nu \geq 0.3$  Hz), but

<sup>1</sup> <http://www.eso.org/science/healpix>

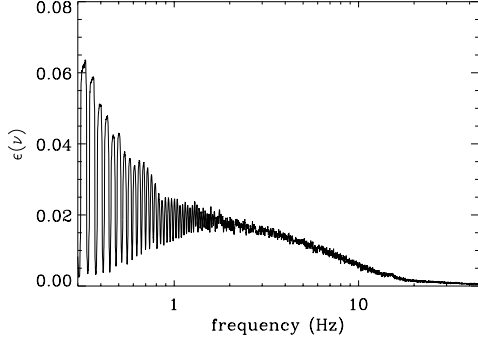


Fig. 1. Noise bias  $\epsilon(\nu)$  (multiplicative).

essentially on the scanning strategy. The second term is additive and depends on the signal contained in the map and can be defined as  $\epsilon_s(\nu)$ . One can therefore rewrite Eq. (5) as:

$$P_{\text{raw}}(\nu) = (1 - \epsilon(\nu)) P(\nu) + \epsilon_s(\nu). \quad (6)$$

In the case of the Archeops experiment these two effects are not negligible for the pixel sizes we are interested in. As they cannot be reduced simultaneously by increasing or decreasing the pixel size, both have to be accounted for in order to correctly estimate the noise power spectrum. In the following, we have chosen to use relatively small pixel size (15 arcmin) in order to reduce the contribution of  $\epsilon_s$  to the bias as its determination, as will be seen later, relies on calibration and is model-dependent.

If one can determine the shape of both  $\epsilon(\nu)$  and  $\epsilon_s(\nu)$ , then debiasing the noise power is straightforward by inverting Eq. (6).

### 2.3. Estimating the noise effect

The simplest way to estimate  $\epsilon(\nu)$  is to make noise only Monte-Carlo realizations of data streams with spectrum  $P_{\text{raw}}$  (this assumes that  $P_{\text{raw}}(\nu)$  is close enough to  $P$  so that  $\epsilon$  is computed with enough accuracy although the algorithm could be iterated) and perform the operation of Eq. (2) on each realisation. The average power spectrum of all realizations is biased by  $1 - \epsilon(\nu)$  that can be calculated by taking the ratio of the input power spectrum to the output. The result obtained is shown in Fig. 1. Large oscillations can be seen at lower frequencies with peaks at harmonics of the spinning frequency (0.035 Hz in our Archeops-like case). This is not surprising as we expect the noise to project onto the sky at these frequencies. It is therefore at these particular frequencies that the noise bias is the largest, leading to large values of  $\epsilon(\nu)$ . The noise bias transformed into harmonic power spectrum using the Archeops pointing strategy is shown in Fig. 2, showing that this effect should not be neglected as it amounts to a significant fraction of the error bars (shown in black in Fig. 6).

### 2.4. Estimating the signal effect

The signal bias estimation does not require averaging over realizations as it depends only on the sky signal. Here, we consider

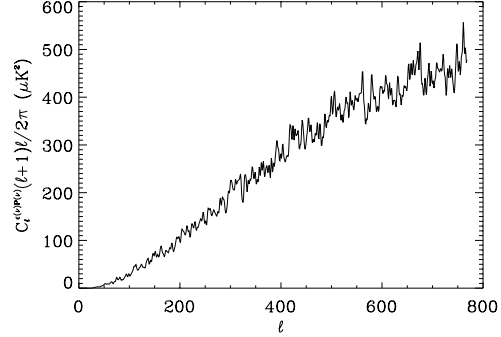


Fig. 2. Power spectrum of the noise bias  $\epsilon(\nu) \times P(\nu)$  in harmonic space in Archeops-like case.

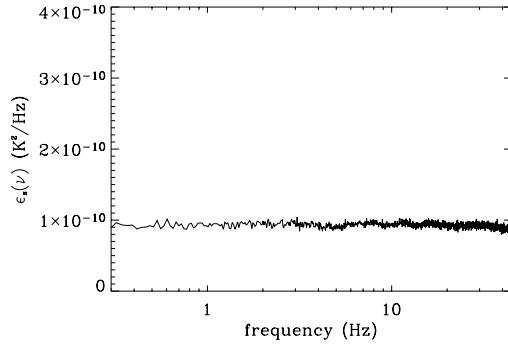
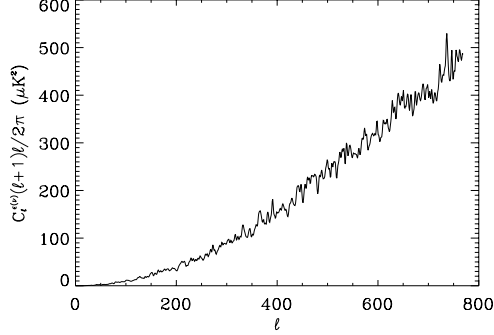


Fig. 3. Signal bias  $\epsilon_s(\nu)$  (additive) in Archeops-like case.

Galactic dust emission as an example of foreground signal contamination. We therefore implicitly consider observations at high frequency where it dominates. The same procedure could be applied to lower frequency observations just replacing the dust map (Schlegel et al. 1998) by either a synchrotron tracer maps (Haslam et al. 1982) map and/or a free-free tracer map (Finkbeiner 2003). The estimation is simply done by adding realistic Galactic dust signal on a noise only timeline (with spectrum  $P_{\text{raw}}(\nu)$ ). The realistic simulated Galactic dust signal is obtained from Schlegel et al. (1998) dust maps filtered with the corresponding time constants, beam and electronic filter. The noise+signal timeline is then deglitched and filtered the same way as for the real data. We then remove the initial noise before applying the operation of Eq. (2). The galactic bias  $\epsilon_s(\nu)$  is the Fourier power spectrum of the residual signal. The signal bias  $\epsilon_s(\nu)$  is shown in Fig. 3 in Fourier space and in Fig. 4 in harmonic space. Again, the power spectrum bias amounts to a significant fraction of the error bars, showing that the signal bias should not be neglected. The level of galactic bias highly depends on the level of Galactic signal in the data and therefore the calibration. The biggest uncertainty in the estimation of  $\epsilon_s(\nu)$  therefore arises from the uncertainty in the instrumental calibration typically around 10% (in temperature). The residual error is finally relatively small compared to the signal as it only

1192

A. Amblard and J.-Ch. Hamilton: Noise power spectrum estimation and fast map making for CMB experiments



**Fig. 4.** Power spectrum of the signal bias  $\epsilon_s(\nu)$  in harmonic space in Archeops-like case.

applies to the signal residual that is already a few percent of the whole signal (in Archeops-like case).

### 2.5. Accuracy on the reconstructed noise spectrum

After debiasing of both effects, we obtain a noise spectrum that should, in principle reflect the initial noise spectrum very accurately. In order to estimate this effect, we performed 60 simulations of the debiasing procedure based on the same initial noise spectrum (a realistic Archeops noise spectrum). The result is shown in Fig. 5. The noise reconstruction is better than two percent at all frequencies which is sufficient for accurate noise spectrum subtraction with MASTER in the case studied here.

## 3. Making maps with filtered data: Filtering without ringing

Making coadded maps using heavily filtered data (in the Archeops case only frequencies between 0.3 and 45 Hz are kept) is a simple and accurate alternative to optimal mapmaking when the knee frequency of the noise is low enough to prevent the filtering from removing too much signal in the low frequency part. Even when this is the case, one has to make sure that the filtering (obtained by setting low Fourier modes to zero) has the expected effect and does not pollute the data.

Spurious effects from filtering do arise if there is strong signal in the data. A good example of such a strong signal is the Galactic plane crossings that occur twice per rotation with Archeops. As the galactic peak is essentially non stationary the filtering creates ringing signal around the galactic plane in the maps. The structures created are not only located just around the galactic plane (where they are the strongest) but all over the map at a level comparable to the CMB anisotropies that are searched for, particularly at low multipoles as shown in blue in Fig. 6. We therefore need a trick to remove these ringing effects, that is, filtering without ringing. A similar effort is described in (Yvon et al. 2003).

The usual trick used to reduce ringing effects on filtered data is not to use too sharp filters. We used a filter with a sine shape ( $\sin \nu$  between 0.24 and 0.36 Hz) going from 0 to 1

in 0.12 Hz. We obtained this way good reduction of the ringing effect but we wanted to improve further the mapmaking.

As the ringing arises from the presence of the Galaxy crossing in the data, removing the Galactic signal should reduce drastically the effect. A first step is to remove simulated galactic signal from Schlegel et al. (1998) but the agreement between the simulated maps and the true Galactic signal is not perfect and there remain high peaks in the data. This method also introduces external data into the experimental data, a procedure which has to be avoided if possible. We therefore decided to remove an estimate of the Galactic signal done with the experimental data itself. This is done in the following way:

- We first fit the time domain data with a set of low frequency functions (in our case sinc functions multiplied by a Gaussian, but other functions could be used, such as splines) excluding data located in bright regions of the Galaxy (using a mask made from Schlegel et al. 1998 galactic dust maps). The low frequency template obtained is then free from Galactic contamination.
- We then remove this low frequency template from the initial data and obtain a timeline containing mostly high frequency noise and Galactic signal and no low frequency stripes.
- This timeline is then simply coadded to obtain a map. We then set to zero the pixels out of the Galactic mask used before so that the map contains Galactic signal in the region known to be contaminated and zero elsewhere (in particular, in the region where the CMB analysis is to be performed).
- This map is read with the scanning strategy and the resulting timeline is subtracted from the initial data. The resulting timeline is strictly identical to the initial one in the CMB region and differs in the Galactic region just by the estimate of the Galactic signal.
- This last timeline is then filtered using either a tophat band-pass filter (green points in Fig. 6) or the sine shape filter mentioned above (red points in Fig. 6) between 0.3 and 45 Hz and coadded to make the map that will be used for the CMB analysis.

This method allows a very efficient removal of the galactic signal in the contaminated region without changing anything in the clean region where one wants to perform the CMB analysis. The efficiency of the ringing effect removal is shown in Fig. 6. The ringing coming from the Galactic signal is efficiently reduced to a level much smaller than the CMB anisotropies and the error bars on the power spectrum estimation.

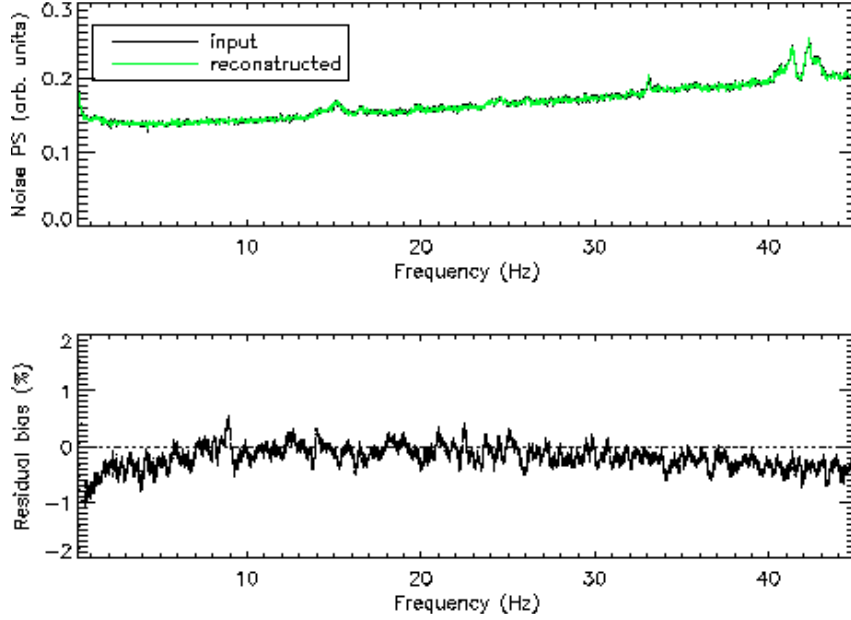
## 4. Conclusions

We have developed a method that allows an accurate estimate of the noise power spectrum for CMB experiments accounting for small but significant effects such as the noise reprojection and the pixellisation. This method relies on Monte-Carlo simulations and does not require specific platforms to be implemented. It is designed to serve as an input to CMB power spectrum estimation that generally requires a precise estimate of the noise properties. This method has been successfully applied in

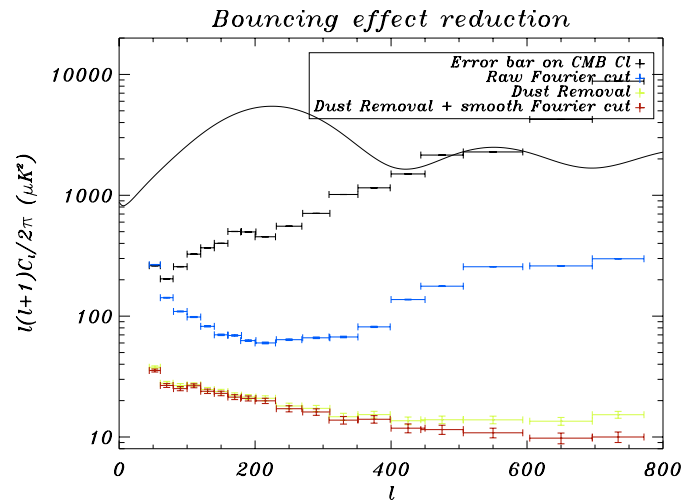


A. Amblard and J.-Ch. Hamilton: Noise power spectrum estimation and fast map making for CMB experiments

1193



**Fig. 5.** Results of the noise spectrum reconstruction obtained with realistic realizations. The top panel shows the initial noise spectrum in green and the average reconstruction over the 60 realisations in black. The lower panel shows the relative residual bias which is much smaller than 2 percent at all frequencies.



**Fig. 6.** The error bars on the power spectrum estimation are shown in black with a fiducial CMB power spectrum in solid black line. The excess power spectrum contribution coming from the ringing effect on the Galactic signal is shown in blue for a raw Fourier cut on the initial data. The effect of the dust removal by subtracting our estimate of the dust signal is shown in green. Adding the smooth sine shape filter instead of a raw Fourier cut leads to the red residuals.



1194 A. Amblard and J.-Ch. Hamilton: Noise power spectrum estimation and fast map making for CMB experiments

the frame of the Archeops data analysis (Benoît et al. 2003a,b) but can be extended to any non-interferometric experiment.

*Acknowledgements.* The authors are grateful to the whole Archeops collaboration for uncountable stimulating discussions which have made this work possible. We wish to thank in particular M. Douspis, J.-F. Macías-Pérez and F.-X. Désert for their contributions.

#### References

- Borrill, J. 1999 [astro-ph/9911389]  
 Hivon, E., Gorski, K. M., Netterfield, C. B., et al. 2002, ApJ, 567, 2  
 Szapudi, I., Prunet, S., & Colombi, S. 2001, ApJ, 561, L11  
 Benoît, A., Ade, P., Amblard, A., et al. 2003a, A&A, 399, L19  
 Benoît, A., Ade, P., Amblard, A., et al. 2003b, A&A, 399, L25  
 Stompor, R., Balbi, A., Borrill, J. D., et al. 2002, PhRvD, 65, 022003  
 Schlegel, D. J., Finkbeiner, D. P., & Davis, M. 1998, ApJ, 500, 525  
 Gorski, K. M., et al. 1999, in Proceedings of the MPA/ESO Cosmology Conference “Evolution of Large-Scale Structure”, 37 [astro-ph/9812350]  
 Haslam, C. G. T., Salter, C. J., Stoffel, H., & Wilson, W. E. 1982, A&AS, 47, 1  
 Finkbeiner, D. P. 2003, ApJS, 146, 407  
 Yvon, D., Mayet, F., & Magneville, Ch. 2003, to be published

C. R. Acad. Sci. Paris, t. 0, Série IV, p. 1-??, 2003  
 Rubrique/Heading  
 (Sous-rubrique/Sub-Heading)

- PXHY???? .TEX -

## THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND

# CMB map-making and power spectrum estimation

Jean-Christophe HAMILTON <sup>a</sup>,

<sup>a</sup> LPNHE (CNRS-IN2P3), Paris VI & VII - 4, Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05 - France

<sup>a</sup> LPSC (CNRS-IN2P3), 53, Avenue des Martyrs, 38026 Grenoble Cedex - France

<sup>a</sup> PCC (CNRS-IN2P3), 11, Place Marcelon Berthelot, 75231 Paris Cedex 05 - France  
 E-mail: hamilton@in2p3.fr

(Received le blank, accepted on )

**Abstract.** CMB data analysis is in general done through two main steps : map-making of the time data streams and power spectrum extraction from the maps. The latter basically consists in the separation between the variance of the CMB and that of the noise in the map. Noise must therefore be deeply understood so that the estimation of CMB variance (the power spectrum) is unbiased. I present in this article general techniques to make maps from time streams and to extract the power spectrum from them. We will see that exact, maximum likelihood solutions are in general too slow and hard to deal with to be used in modern experiments such as Archeops and should be replaced by approximate, iterative or Monte-Carlo approaches that lead to similar precision. © 2003 Académie des sciences

**Cosmology / Cosmic Microwave Background / Data Analysis**

## 1. Introduction

The cosmological information contained in the Cosmic Microwave Background (CMB) anisotropies is encoded in the angular size distribution of the anisotropies, hence in the angular power spectrum and noted  $C_\ell$ . It is of great importance to be able to compute the  $C_\ell$  spectrum in an unbiased way. The simplest procedure to obtain the power spectrum is to first construct a map of the CMBA from the data timelines giving the measured temperature in one direction of the sky following a given scanning strategy on the sky, this is known as the map-making process ; then extract the  $C_\ell$  from this map, this is the power spectrum extraction. Various effects usually present in the CMB data make these two operations non trivial. The

**Note presented by Jean-Christophe HAMILTON**

S1296-2147(01)0????-?/FLA  
 © 2003 Académie des sciences.

1

J.-Ch. Hamilton

## THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND

major effect being related to the unavoidable presence of instrumental and photon noise. Noise in the timelines is correlated and appears as low frequency drifts that are still present in the map. A good map-making process minimizes these drifts, but in most cases, they are still present in the map. They have to be accounted for in the power spectrum estimation as the signal power spectrum is nothing but an excess variance in the map at certain angular scales compared to the variance expected from the noise. The CMBA power spectrum will therefore be unbiased only if the noise properties are known precisely.

This article presents the usual techniques that allow an unbiased determination of both the CMBA maps and power spectrum. In Sect. 2. we will describe the data model and the data statistical properties required for the techniques presented here to be valid. Sections 3. and 4. respectively deal with map-making and power spectrum estimation techniques.

## 2. Data model

The initial data are time ordered information (TOI) taken along the scanning strategy pattern of the experiment. The detector measures the temperature of the sky in a given direction through an instrumental beam. This is equivalent to say that the underlying sky is convolved with this instrumental beam and that the instrument measures the temperature in a single direction of a  $N_p$  pixellised convolved sky noted  $\mathbf{T}$ . The  $N_t$  elements TOI noted  $\mathbf{d}$  may therefore be modelled as:

$$\mathbf{d} = A \cdot \mathbf{T} + \mathbf{n} \quad (1)$$

The pointing matrix  $A$  relates each time sample to the corresponding pixel in the sky.  $A$  is a  $N_t \times N_p$  matrix that contains a single 1 in each line as each time sample is sensitive to only one pixel in the convolved sky<sup>1</sup>. The noise TOI  $\mathbf{n}$  in general has a non diagonal covariance matrix  $N$  given by<sup>2</sup>:

$$N = \langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^t \rangle \quad (2)$$

The most important property of the noise, that will be used widely later is that it *has to be* Gaussian and piece-wise stationary. Both assumptions are crucial as they allow major simplifications of the map-making and power spectrum estimation problems, namely Gaussianity means that all the statistical information on the noise is contained in its covariance matrix and stationarity means that all information is also contained in its Fourier power spectrum leading to major simplifications of the covariance matrix : the noise depends only on the time difference between two samples and  $N$  is therefore a Toeplitz matrix  $N_{ij} = N_{|i-j|}$  completely defined by its first line and is very close to be circulant<sup>3</sup>. Such a matrix is diagonal in Fourier space. Its first line is given by the autocorrelation function of the noise, that is the inverse Fourier transform of its Fourier power spectrum ( $\star$  is the convolution operator)<sup>4</sup>:

$$N_{i0} = \langle \mathbf{n} \star \mathbf{n} \rangle \equiv \left\langle \mathcal{F}^{-1} \left[ |\mathcal{F}(\mathbf{n})|^2 \right] \right\rangle \quad (3)$$

## 3. Map-making techniques

The map-making problem is that of finding the best estimate  $\hat{\mathbf{T}}$  of  $\mathbf{T}$  from Eq. 1 given  $\mathbf{d}$  and  $A$ . The noise  $\mathbf{n}$  is of course unknown. We will address the two main approaches to this problem, the first being the simplest one and the second one being the optimal one. An excellent detailed review on map-making techniques for the experts is [Stomp, 2002].

<sup>1</sup>Different forms for  $A$  can however be used in case of differential measurements or more complex scanning strategies.

<sup>2</sup>the symbols  $\langle \rangle$  mean that we take the ensemble average over an infinite number of realisations.

<sup>3</sup>Saying that the matrix is circulant is an additional hypothesis, but a very good approximation for large matrices.

<sup>4</sup> $\mathcal{F}$  denotes the Fourier transform (in practice, a FFT algorithm is used).

## THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND

## CMB map-making and power spectrum estimation

## 3.1. Simplest map-making : coaddition

The simplest map-making that one can think about is to neglect the effects of the correlation of the noise. One can just average the data falling into each pixel without weighting them. This procedure is optimal (it maximises the likelihood) if the noise in each data sample is independant, that is, if the noise is white. In a matrix notation, this simple map-making can be written:

$$\hat{\mathbf{T}} = [A^t \cdot A]^{-1} \cdot A^t \cdot \mathbf{d} \quad (4)$$

where the operator  $A^t$  just projects the data into the correct pixel and  $[A^t \cdot A]$  counts the sample falling into each pixel. This simple map-making has the great advantage of the simplicity. It is fast ( $\propto N_t$ ) and robust.

However, in the case of realistic correlated noise, the low frequency drifts in the timelines induce stripes in the maps along the scans of the experiment. These stripes are often much larger than the CMBA signal that is searched for and therefore should be avoided. Various destriping techniques have been proposed to avoid these stripes. A method exploiting the redundancies of the Planck mission<sup>5</sup> scanning strategy has been proposed by [Delabrouille, 1998] and extended to polarisation by [Revenu et al., 2000]. This kind of method aims at suppressing the low frequency signal by requiring that all measurements done in the same direction at different instant coincide to a same temperature signal. Another method has recently been proposed for the Archeops<sup>6</sup> data analysis and estimates the low frequency drifts by minimizing the cross-scan variations in the map due to the drifts [Bourrachot et al., 2003]. The simplest method for removing the low frequency drifts before applying simple map-making is certainly to filter the timelines so that the resulting timeline has almost white noise. The filtering can consist in prewhitening the noise or directly setting to zero contaminated frequencies. The computing time (CPU) scaling of the filtering + coaddition process is modest and dominated by filtering ( $\propto N_t \log N_t$ ). This method however removes also part of the signal on the sky and induces ringing around bright sources which has to be accounted for in later processes.

## 3.2. Optimal map-making

The most general solution to the map-making problem is obtained by maximizing the likelihood of the data given a noise model [Wright, 1996, Tegmark, 1997]. As the noise is Gaussian, its probability distribution is given by the  $N_t$  dimensionnal Gaussian:

$$P(\mathbf{n}) = \frac{1}{|(2\pi)^{N_t N}|^{1/2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \mathbf{n}^t \cdot N^{-1} \cdot \mathbf{n} \right] \quad (5)$$

Assuming no prior on the sky temperature, one gets from Eq. 1 the probability of the sky given the data:

$$P(\mathbf{T}|\mathbf{d}) \propto P(\mathbf{d}|\mathbf{T}) \propto \frac{1}{|(2\pi)^{N_t N}|^{1/2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{d} - A \cdot \mathbf{T})^t \cdot N^{-1} \cdot (\mathbf{d} - A \cdot \mathbf{T}) \right] \quad (6)$$

Maximizing this probability with respect to the map leads to solving the linear equation:

$$A^t \cdot N^{-1} \cdot A \cdot \mathbf{T} = A^t \cdot N^{-1} \cdot \mathbf{d} \quad (7)$$

with solution<sup>7</sup>:

$$\hat{\mathbf{T}} = (A^t \cdot N^{-1} \cdot A)^{-1} \cdot A^t \cdot N^{-1} \cdot \mathbf{d} \quad (8)$$

One therefore just has to apply this linear operator to the data timeline to get the best estimator of  $\mathbf{T}$ , note that  $\hat{\mathbf{T}}$  is also the minimum variance estimate of the map. The covariance matrix of the map is:

$$\mathcal{N} = (A^t \cdot N^{-1} \cdot A)^{-1} \quad (9)$$

<sup>5</sup><http://astro.estec.esa.nl/Planck/>

<sup>6</sup><http://www.archeops.org/>

<sup>7</sup>One can remark here that simple map-making is equivalent to optimal map-making if the noise covariance matrix is diagonal, which is consistent to what was said before.

J.-Ch. Hamilton

THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND

Problems arise when trying to implement this simple procedure, the timeline data and the maps are in general very large : the typical dimensions of the problem are  $N_t \simeq 6 \times 10^7$  and  $N_p \simeq 10^5$  for Archeops.

The maximum likelihood solution requires both  $N^{-1}$  and  $(A^t \cdot N^{-1} \cdot A)^{-1}$  which are not easy to determine. Two approaches can be used at this point: one can try to make a brute force inversion of the problem, relying on huge parallel computers or one can try to iteratively approach the solution, hoping that convergence can be reached within reasonable time.

### 3.3. Brute force inversion

The brute force optimal map-making parallel implementation is freely available as the MADCAP [Borrill, 1999] package. It is a general software designed to produce an optimal map for any experiment by solving directly Eq. 7. The use of this package requires the access to large parallel computers.

The only assumption that is done in MADCAP map-making is that the inverse time-time noise covariance matrix can be obtained directly without inversion from the noise Fourier power spectrum:

$$N_{i0}^{-1} \simeq \left\langle \mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{1}{|\mathcal{F}(\mathbf{n})|^2} \right] \right\rangle \quad (10)$$

This assumption is not perfectly correct on the edges of the matrix but leads to a good estimate of the inverse time covariance matrix for the sizes we deal with. This allows this step to scale as  $N_t \log N_t$  operations rather than the  $N_t^2$  required by a Toeplitz matrix inversion. In most cases, the time correlation  $N_\tau$  length is less than the whole timestream  $N_t$  so that  $N$  is band-diagonal. For Archeops, we have  $N_\tau \simeq 10^4$ .

The next step is to compute the inverse pixel noise covariance matrix  $\mathcal{N}^{-1} = (A^t \cdot N^{-1} \cdot A)$  and the noise weighted map  $A^t \cdot N^{-1} \cdot \mathbf{d}$ , both operations scale as  $N_t \times N_\tau$  when exploiting the structure of  $A$  and  $N$ . The last step is to invert  $\mathcal{N}^{-1}$  and multiply it by  $A^t \cdot N^{-1} \cdot \mathbf{d}$  to get the optimal map. Unfortunately,  $\mathcal{N}^{-1}$  has no particular structure that can be exploited and this last step scales as a usual matrix inversion  $\propto N_p^3$  and largely dominates the CPU required by MADCAP for the usual large datasets (eg. Archeops).

We can remark here that MADCAP provides the map covariance matrix  $\mathcal{N}$  for free as a byproduct. This matrix is crucial for estimating the power spectrum as will be seen in section 4..

### 3.4. Iterative solutions

The other possibility is to solve Eq. 7 through an iterative process such as the Jacobi iterator, or more efficiently a conjugate-gradient [Press et al., 1988]. Both converge to the maximum likelihood solution.

The use of the Jacobi iterator for solving for the maximum likelihood map in CMB analysis was first proposed by [Prunet et al., 2000]. The basic algorithm is the following. We have to solve the following linear system (see Eq. 7):

$$\Gamma \cdot \mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (11)$$

The Jacobi iterator starts with an approximation  $\Lambda_0$  of  $\Gamma^{-1}$  and iterates to improve the residuals  $R$ :

$$\Lambda_0 \cdot \Gamma = I - R \quad (12)$$

In order to converge, the algorithm requires the first approximation to be good enough so that the eigenvalues of  $R$  are all smaller than 1 (a good estimate in general is  $\Lambda_0 = [\text{diag} \Gamma]^{-1}$ ). We can therefore expand:

$$\Gamma^{-1} = (I - R)^{-1} \cdot \Lambda_0 = (I + R + R^2 + \dots) \cdot \Lambda_0 \quad (13)$$

Lets us define  $\Lambda_n = (I + R + R^2 + \dots + R^n) \cdot \Lambda_0$  so that  $\Gamma^{-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \Lambda_n$ . We have the relationship  $\Lambda_{j+1} = \Lambda_0 + R \cdot \Lambda_j$ . If we define  $\mathbf{x}_j = \Lambda_j \cdot \mathbf{y}$ , it is straightforward to show that:

$$\mathbf{x}_{j+1} - \mathbf{x}_j = \Lambda_0 \cdot (\mathbf{y} - \Gamma \cdot \mathbf{x}_j) \quad (14)$$

## THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND

## CMB map-making and power spectrum estimation

which defines the Jacobi iterator. When going back to the usual CMB notation for maps and timelines, one gets:

$$\mathbf{T}_{j+1} - \mathbf{T}_j = [\text{diag}(\mathbf{A}^t \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{A})]^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{T}_j) \quad (15)$$

which looks rather complicated but is in fact very simple to implement: the operation  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{T}_j$  just consists in reading the map at iteration  $j$  with the scanning strategy ( $\propto N_t$ ), and the matrix  $\text{diag}(\mathbf{A}^t \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{A})$  is just the white noise level variance divided by the number of hits in each pixel. It is diagonal and therefore does not require proper inversion. The only tricky part here is the multiplication  $\mathbf{N}^{-1} \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{T}_j)$  given the fact that  $\mathbf{N}^{-1}$  is unknown. As the noise is stationary,  $\mathbf{N}$  is Toeplitz and circulant<sup>8</sup>, the multiplication by  $\mathbf{N}^{-1}$  can be done in Fourier space directly through:

$$\mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{x} \simeq \mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{\mathcal{F}(\mathbf{x})}{|\mathcal{F}(\mathbf{x})|^2} \right] \quad (16)$$

which requires  $N_t \log N_t$  operations. Finally, each iteration is largely dominated by the latter so that the final CPU time scales like  $N_{it} \times N_t \log N_t$  where  $N_{it}$  is the number of iterations.

Unfortunately the convergence of such an iterator is very slow and makes it rather unefficient as it is. A significant improvement was proposed by [Doré et al., 2001] in the publicly available software MAPCUMBA. They noted that the convergence was actually very fast on small scales (compared to the pixel) but that the larger scales were converging slowly. They proposed a multigrid method where the pixel size changes at each iteration so that the global convergence is greatly accelerated (see Fig. 7 of [Doré et al., 2001]), making this iterative map-making really efficient. A conjugate gradient solver instead of the Jacobi iterator is implemented in the software Mirage [Yvon et al., in prep.] and accelerates again the convergence significantly. A new version of MAPCUMBA also uses a conjugate gradient solver, as well as MADmap [Cantalupo, 2002].

If obtaining an optimal map is now quite an easy task using an iterative implementation (the presence of strong sources, such as the galactic signal however complicates this simple picture), they do not provide the map noise covariance matrix  $\mathcal{N} = (\mathbf{A}^t \cdot \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1}$  which is of great importance when computing the CMB power spectrum in the map in order to be able to make the difference between noise fluctuations and real signal fluctuations. The only way to obtain this covariance matrix using these iterative methods is through large Monte-Carlo simulation that would reduce the advantage of iterative map-making compared to brute-force map-making.

### 3.5. map-making comparisons

The precision of the MADCAP, MAPCUMBA and Mirage implementations are shown in Fig 1 with the same CMB and noise simulation based on Archeops realistic conditions. The three resulting maps were kindly provided by [Filliatre, 2002]. The six maps on the left are respectively from top left to bottom right : initial CMB fluctuation, coaddition of the timeline without filtering, coaddition of the timeline with white noise only (*ie* the true optimal map that has to be reconstructed), MADCAP residual map (difference between MADCAP reconstructed map and the white noise map), MAPCUMBA residual map and Mirage residual map. All maps are shown with the same color scale. The first remark that can be done is that the stripes are indeed a real problem and that straight coaddition is not to be performed. The three different optimal map-making codes give very similar results, especially MADCAP and MAPCUMBA. In all cases, as can be also seen in the right panel of Fig. 1, the residuals are much smaller than the CMB fluctuations that are searched for. The three map-making implementation can therefore be considered are unbiased<sup>9</sup>.

Finally one can summarize the comparison as following, iterative and brute-force optimal map-making give very similar results as far the optimal map is concerned. The brute force inversion provides the map noise covariance matrix for free which is a major point as will be seen in next section. The computer

<sup>8</sup>again, it is not exactly circulant but it is an excellent approximation as the matrix is large

<sup>9</sup>Let's note that the noise model that was used for MADCAP is the true one, not an estimation. This makes however little difference.

J.-Ch. Hamilton

## THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND

requirements are however much larger than for iterative map-making. The latter should therefore be used when the power spectrum estimation can be carried out without the knowledge of the map noise covariance matrix, in general using a Monte-Carlo technique (see next section). In this case, one should seriously consider the filtering + coaddition map-making that is by far the fastest but removes part of the signal. This is however accounted for (see section 4.2.) also using a Monte-Carlo technique.

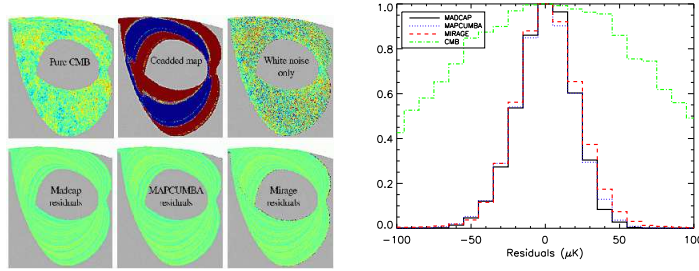


Figure 1: The six maps on the right show a comparison of results from different map-making implementations on the same simulation (typical of Archeops data). All maps are in Healpix pixellisation [Gorski et al. 1998] and have the same color scale ranging from  $-500 \mu\text{K}$  to  $500 \mu\text{K}$  from dark blue to dark red, green corresponds to zero. The histograms of the residuals is shown on the right and is more than three times smaller than the actual CMB fluctuation.

#### 4. Power spectrum estimation techniques

We know want to compute the power spectrum  $C_\ell$  of the map  $\mathbf{T}$  whose noise covariance matrix  $\mathcal{N}$  might be known or not depending on the method that was used before to produce the map. The map is composed of noise and signal (from now on  $\mathbf{n}$  is the noise on the map pixels):

$$\mathbf{T} = \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (17)$$

The signal in pixel  $p$  can be expanded on the  $Y_{\ell m}(\theta_p, \phi_p)$  spherical harmonics basis :

$$s_p = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m} B_\ell Y_{\ell m}(\theta_p, \phi_p) \quad (18)$$

where  $B_\ell$  stands for the beam<sup>10</sup>. If the CMBA are Gaussian, the variance of the  $a_{\ell m}$ , called the angular power spectrum and denoted  $C_\ell$  contains all the cosmological information :

$$\langle a_{\ell m} a_{\ell' m'}^* \rangle = C_\ell \delta_{\ell \ell'} \delta_{m m'} \quad (19)$$

The map covariance matrix (assuming no correlation between signal and noise) is:

$$M = \langle \mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^t \rangle = \langle \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^t \rangle + \langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^t \rangle \quad (20)$$

$$= S + N \quad (21)$$

and the signal part is related to the  $C_\ell$ :

$$S_{pp'} = \langle s_p s_{p'} \rangle = \sum_{\ell} \frac{2\ell+1}{4\pi} C_\ell B_\ell^2 P_\ell(\chi_{pp'}) \quad (22)$$

<sup>10</sup>It is the Legendre transform of the instrumental beam under the assumption that it is symmetric.

## THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND

## CMB map-making and power spectrum estimation

where  $\chi_{pp'} = \cos(\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{u}_{p'})$ ,  $\mathbf{u}_p$  being the unit vector towards pixel  $p$  and  $P_\ell$  are the Legendre polynomials.

One therefore has a direct relation between the map and noise covariance matrices and the angular power spectrum:

$$M = N + \sum_{\ell} \frac{2\ell+1}{4\pi} C_{\ell} B_{\ell}^2 P_{\ell}(\chi_{pp'}) \quad (23)$$

The power spectrum estimation consists in estimating  $C_{\ell}$  from  $\mathbf{T}$  and  $N$  (that can be unknown) using this relation.

## 4.1. Maximum likelihood solution

Full details concerning this can be found in [Bond, Jaffe and Knox, 1998, Tegmark, 1997]. As for the map-making problem, the maximum likelihood solution proceeds by writing the probability for the map given its covariance matrix assuming Gaussian statistics<sup>11</sup>:

$$P(C_{\ell}|\mathbf{T}) \propto P(\mathbf{T}|C_{\ell}) = (2\pi)^{-N_p/2} \exp \left[ -\frac{1}{2} [(\mathbf{T}^t \cdot M^{-1} \cdot \mathbf{T}) + \text{Tr}(\ln M)] \right] \quad (24)$$

and we therefore want to maximize the likelihood function through  $\frac{\partial L}{\partial C_{\ell}} = 0$ :

$$L(C_{\ell}) = -\frac{1}{2} [(\mathbf{T}^t \cdot M^{-1} \cdot \mathbf{T}) + \text{Tr}(\ln M)] \quad (25)$$

Tedious calculations lead to the solution:

$$C_{\ell} = \sum_{\ell'} F_{\ell\ell'}^{-1} \times \text{Tr} \left[ (\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^t - N) \cdot M^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial C_{\ell}} \cdot M^{-1} \right] \quad (26)$$

where  $F$  is the Fisher matrix:

$$F_{\ell\ell'} = \text{Tr} \left[ \frac{\partial S}{\partial C_{\ell}} \cdot M^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial C_{\ell'}} \cdot M^{-1} \right] \quad (27)$$

Eq. (26) let  $C_{\ell}$  appear in both sides (in  $M$ ) in an uncomfortable way and therefore cannot be solved simply. The method usually used [Bond, Jaffe and Knox, 1998, Borrill, 1999] is the Newton-Raphson iterative scheme: One starts from an initial guess for the binned power spectrum<sup>12</sup>  $\mathbf{C}^{(0)}$  and iterates until convergence following:

$$\mathbf{C}^{(i+1)} = \mathbf{C}^{(i)} + \delta \mathbf{C} \quad (28)$$

with:

$$\delta \mathbf{C} = - \left[ \frac{\partial^2 L}{\partial \mathbf{C}^2} \Big|_{\mathbf{C}=\mathbf{C}_i} \right]^{-1} \cdot \frac{\partial L}{\partial \mathbf{C}} \Big|_{\mathbf{C}=\mathbf{C}_i} \quad (29)$$

the likelihood  $L$  being that of Eq. 25. Convergence is usually reached after a few iterations. The explicit form of the derivatives of Eq. 29 is:

$$\frac{\partial L}{\partial C_b} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{m}^T \cdot M^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial C_b} \cdot M^{-1} \cdot \mathbf{m} - \text{Tr} \left[ M^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial C_b} \right] \right) \quad (30)$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial C_b \partial C_{b'}} = -\mathbf{m}^T \cdot M^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial C_b} \cdot M^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial C_{b'}} \cdot M^{-1} \cdot \mathbf{m} + \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ M^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial C_b} \cdot M^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial C_{b'}} \right] \quad (31)$$

<sup>11</sup>The trace appears from  $|M|^{-1} = \exp[-\text{Tr}(\ln M)]$  as the trace is invariant.

<sup>12</sup>Binned power spectrum means that we do not consider one single mode  $\ell$  but a bin in  $\ell$  as we do not have access in general to all modes due to incomplete sky coverage.



J.-Ch. Hamilton

THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND

where the index  $b$  denotes the bin number.

Each iteration will then require a large number of large matrix operations forcing such an algorithm to be implemented on large memory parallel supercomputers. MADCAP [Borrill, 1999] is the common implementation of this algorithm and scales as  $2(N_b + \frac{2}{3})N_p^3$  operations per iteration. The CPU/RAM/Disk problem is therefore even cruder for the power spectrum than for the map-making. This algorithm leads to the optimal solution accounting correctly for the noise covariance matrix and additionally provides the likelihood shape for each bin through the various iterations allowing to a direct estimate of the error bars.

#### 4.2. Frequentist approaches

An alternative approach to power spectrum estimation is to compute the so called pseudo power spectrum (harmonic transform of the map, noted  $\tilde{C}_\ell$ ) and to correct it so that it becomes a real power spectrum. This approaches have been proposed and developped in [Hivon et al., 2001, Szapudi et al. 2001]. The harmonic transform of the map differs from the true  $C_\ell$  in various ways (we follow the notations from [Hivon et al., 2001]): The observed sky is convolved by the beam and by the transfer function of the experiment so that the observed power spectrum is  $B_\ell^2 F_\ell C_\ell$ , where  $B_\ell$  characterizes the beam shape in harmonic space and  $F_\ell$  the filtering done to the data by the analysis process (that may also include electronic filtering by the instrument itself). The observed sky is in general incomplete (at least because of a Galactic cut) leading to the fact that the  $C_\ell$  measured are not independant as they are convolved in harmonic space by the window-function [White and Srednicki 1995]. We therefore have access to  $\sum_{\ell'} M_{\ell\ell'} B_{\ell'}^2 F_{\ell'} C_{\ell'}$  where  $M_{\ell\ell'}$  is the mode mixing matrix. Finally, the noise in the timelines projects on the sky and adds its contribution  $\tilde{N}_\ell$  to the sky angular power spectrum. At the end, the map angular power spectrum, the *pseudo*- $C_\ell$  is related to the true  $C_\ell$  via:

$$\tilde{C}_\ell = \sum_{\ell'} M_{\ell\ell'} B_{\ell'}^2 F_{\ell'} C_{\ell'} + \tilde{N}_\ell \quad (32)$$

The frequentist methods propose to invert Eq. 32 making an extensive use of Monte-Carlo simulations (details can be found in [Hivon et al., 2001]):

- the pseudo power spectrum of the map  $\tilde{C}_\ell$  is computed by transforming the map into spherical harmonics (generally using Healpix pixellisation and the `anafast` procedure available in the Healpix package [Gorski et al. 1998]).
- The mode mixing matrix is computed analytically through:

$$M_{\ell_1\ell_2} = \frac{2\ell_2 + 1}{4\pi} \sum_{\ell_3} (2\ell_3 + 1) \mathcal{W}_{\ell_3} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (33)$$

where  $\mathcal{W}_\ell$  is the power spectrum of the window of the experiment (in the simplest case 1 for the observed pixels and 0 elsewhere, but more complex weighting schemes may be used, as in Archeops [Benoît et al., 2003] or WMAP [Hinshaw et al., 2003]). In the SpICE approach [Szapudi et al. 2001], the  $M_{\ell\ell'}$  inversion in harmonic space is replaced by a division in angular space which is mathematically equivalent.

- The beam transfer function is computed from a Gaussian approximation or the legendre transform of the beam maps or a more complex modelling if the beams are asymmetric, such as in [Tristram et al., in prep].
- The filtering transfer function is computed using a signal only Monte-Carlo simulation (it should include the pre-processing applied to the time streams). Fake CMB sky are passed through the instrumental and analysis process producing maps and pseudo power spectra. The transfer function is basically computed as the ratio of the input model to the recovered ensemble average. An important point at this step is to check that the transfer function is independent of the model assumed for the simulation. Let's also remark that using a transfer function that depends only on  $\ell$  is a bit daring as the filtering is done in the scan direction which, in general corresponds to a particular direction

## THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND

## CMB map-making and power spectrum estimation

on the sky. This approximation however seems to work well and has been successfully applied to Boomerang [Netterfield et al., 2002] and Archeops [Benoît et al., 2003]).

- The noise power spectrum is computed from noise only simulations passing again through the instrumental and analysis process to produce noise only maps and pseudo power spectra. The noise power spectrum is estimated from the ensemble average of the various realisations.
- Error bars are computed in a frequentist way by producing signal+noise simulations and analysing them as the real data. This allows to reconstruct the full likelihood shape for each power spectrum bin and the bin-bin covariance matrix.

Such an approach based on simulations has the advantage of being fast: each realisation basically scales as  $\propto N_t \log N_t$  for the noise simulation and map-making (if filtering + coaddition is used) and  $\propto N_p^{3/2}$  for the CMB sky simulation and pseudo power spectrum computation. An important advantage of such a method is the possibility to include in the simulation systematic effects (beam, pointing, atmosphere, ...) that would not be easily accountable for in a maximum likelihood approach.

## 4.3. Cross-power spectra

When several photometric channels are available from the experimental setup, it is possible to compute cross-power spectra between the channel rather than power spectra of individual channel or of the average of all channels. This has the advantage of suppressing the noise power spectrum (but not its variance of course) that is not correlated between channels and leaving the sky signal unchanged. The cross-power spectrum of channels  $i$  and  $j$  is defined as:

$$C_\ell^{i,j} = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^i a_{\ell m}^{j*} \quad (34)$$

The cross-power spectrum method can easily be associated with the frequentist approach simplifying significantly its implementation as one of the most difficult part, the noise estimation, is now less crucial as noise disappears and cannot bias the power spectrum estimation. This has been successfully applied in the WMAP analysis [Hinshaw et al., 2003].

## 4.4. Which power spectrum estimator should be used ?

The maximum likelihood approach is undoubtedly the best method to use if possible, but its CPU/RAM/Disk requirements are such that in practice, with modern experiments, it is very difficult to implement. It should however be considered to check the results on data subsets small enough to make it possible. The frequentist approaches are much faster and provide comparable precision in terms of error bars and permit to account for systematic effects in a simple manner. The tricky part is however to estimate the noise statistical properties precisely enough. The same difficulty exists however in the maximum likelihood approach where the noise covariance matrix has to be known precisely. It is generally directly computed in the map-making process from the time correlation function, thus displacing the difficulty elsewhere. In any case, the noise model has to be unbiased as the final power spectrum is essentially the subtraction between the pseudo power spectrum of the map and the noise power spectrum. Estimating the noise properties is a complex problem mainly due to signal contamination and pixellisation effects. A general method for estimating the noise in CMB experiment is proposed in [Amblard & Hamilton, 2003] and was successfully applied for the Archeops analysis [Benoît et al., 2003]. When multiple channels are available, the frequentist approach applied on cross-power spectra is certainly the simplest and most powerful power spectrum estimation technique available today as it reduces the importance of the difficult noise estimation process. We can also mention the hierarchical decomposition [doré et al., 2001] that achieves an exact power spectrum estimation to submaps at various resolutions, and then optimally combine them.

J.-Ch. Hamilton

THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND

## 5. Conclusions

We have shown techniques designed to make maps from CMB data and to extract power spectra from them. In both cases, the brute force, maximum likelihood approach is the most correct, but generally hard to implement in practice. Alternative approaches, iterative or relying on Monte-Carlo simulations provide similar precision with smaller computer requirements. In all cases, a lot of work has to be done before : first by designing the instrument correctly and afterwards by cleaning the data, flagging bad samples and ending up with a dataset that match the minimum requirement of all the methods described in this review : stationarity and Gaussianity.

**Acknowledgements.** The Author wants to thank the Archeops collaboration for its stimulating atmosphere, A. Amblard and P. Filliatre for reading carefully the manuscript and providing useful inputs.

## References

- [Stompor, 2002] R. Stompor et al., Phys. Rev. D, **65** (2002), 022003.
- [Delabrouille, 1998] J. Delabrouille, A&AS, **127** (1998), 555-567.
- [Revenu et al., 2000] B. Revenu et al., A&AS, **142** (2000), 499-509.
- [Bourrachot et al., 2003] A. Bourrachot et al., in preparation.
- [Wright, 1996] E.L. Wright, astro-ph/9612006.
- [Tegmark, 1997] M. Tegmark, Phys. Rev. D, **56** (1997), 4514.
- [Borrill, 1999] J. Borrill, *Proc. of the 5th European SGI/Cray MPP Workshop (1999)*, astro-ph/991389.
- [Press et al., 1988] W.H. Press et al., Numerical recipes in C (1988), Cambridge University Press.
- [Prunet et al., 2000] S. Prunet et al., astro-ph/0006052.
- [Doré et al., 2001] O. Doré et al., A&A, **374** (2001), 358D.
- [Yvon et al., in prep.] D. Yvon et al., in preparation.
- [Cantalupo, 2002] C. Cantalupo <http://www.nersc.gov~cmc/MADmap/doc/index.html>.
- [Filliatre, 2002] P. Filliatre, PHD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, France (2002)
- [Gorski et al. 1998] K.M. Gorski et al., astro-ph/9812350, <http://www.tac.dk/~healpix/>.
- [Bond, Jaffe and Knox, 1998] J.R. Bond, A.H. Jaffe and L. Knox, Phys. Rev. **D57**, 2117 (1998).
- [Tegmark, 1997] M. Tegmark, Phys. Rev. **D55**, 5895 (1997).
- [Hivon et al., 2001] E. Hivon et al., astro-ph/0105302.
- [Szapudi et al. 2001] I. Szapudi et al., astro-ph/0107383.
- [White and Srednicki 1995] M. White and M. Srednicki, ApJ, **443**, 6 (1995).
- [Benoît et al., 2003] A. Benoît et al., A&A, **399** (2003), 19L.
- [Hinshaw et al., 2003] G. Hinshaw et al., astro-ph/0302217, submitted to ApJ.
- [Tristram et al., in prep] M. Tristram et al., in preparation.
- [Netterfield et al., 2002] C.B. Netterfield et al., ApJ, **571** (2002), 604.
- [Amblard & Hamilton, 2003] A. Amblard & J.-Ch. Hamilton, submitted to A&A.
- [doré et al., 2001] O. Doré, L. Knox and A. Peel, Phys.Rev. **D64** (2001) 083001.



## Chapitre 6

# Interférométrie bolométrique : QUBIC

### 6.1 Imageur ou Interféromètre ?

Tous les projets dont l'objectif est de détecter les modes  $B$  de polarisation du fond diffus cosmologique (BICEP [Takahashi et al., 2008], EBEX [Oxley et al., 2008], QUIET [Samtleben et al., 2008], SPIDER [Crill et al., 2008] et CLOVER [North et al., 2008]) sont basés sur un concept de télescope imageur. Ceci peut sembler surprenant compte tenu du fait qu'historiquement, les interféromètres ont joué un rôle essentiel dans l'observation du fond diffus cosmologique. Les deux premières expériences à avoir détecté la polarisation du CMB étaient deux interféromètres : DASI [Kovac et al., 2002] et CBI [Readhead et al., 2004]. La mesure de la polarisation est en effet très délicate et requiert un contrôle extrêmement poussé des effets systématiques. Il se trouve que les interféromètres sont connus pour permettre un meilleur contrôle des effets systématiques pour de nombreuses raisons, la principale étant qu'il n'y a pas de télescope dans un interféromètre. Les récepteurs observent directement le ciel, sans le jeu de miroirs inévitables dans un imageur qui introduisent des lobes secondaires importants et donc de la contamination par du rayonnement venant de l'environnement de l'instrument. En revanche la sensibilité d'un interféromètre est intrinsèquement moins bonne que celle d'un imageur en raison de la nécessité d'amplifier le signal avec des HEMTs (High Electron Mobility Transistors) avant de le faire interférer dans des composants électroniques ou des corrélateurs numériques. Cette amplification introduit du bruit (d'origine quantique<sup>1</sup>) dans le système qui, dès lors, n'est pas limité par le bruit de photons comme peut l'être un imageur utilisant des bolomètres refroidis à très basse température.

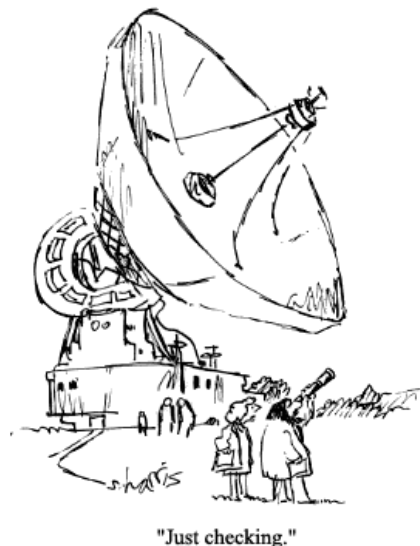
Pourquoi un tel choix technologique de la majorité de la communauté ? Le signal provenant des modes  $B$  est attendu à un niveau très bas alors que les détecteurs dont on dispose aujourd'hui ont une sensibilité qui a atteint la limite ultime. Les bolomètres sont limités par le bruit de photons et les radiomètres utilisés en interférométrie sont deux à trois fois plus bruyants, mais difficilement améliorables. Dans les deux cas, la seule solution pour améliorer la sensibilité des instruments est donc de multiplier le nombre de détecteurs. Les progrès des technologies de microfabrication de composants supraconducteurs rendent possible la production de matrices contenant plusieurs centaines de bolomètres sur un seul substrat, avec un facteur de remplissage de la surface très important ce qui permet le gain en sensibilité requis par le niveau du signal recherché. En revanche la situation est bien plus complexe pour les interféromètres. Le nombre de corrélateurs nécessaires augmente comme le carré du nombre de voies d'entrées et la limite semblait être atteinte par les expériences DASI et CBI avec une quinzaine de voies d'entrées, chacune séparée en dix sous-bandes car les corrélateurs nécessitent un signal en bande étroite. Ces instruments étaient déjà très complexes et, du propre aveu de ces équipes, il semblait difficile d'aller plus loin. Bon nombre des membres de l'équipe de DASI se sont alors orientés vers l'imageur QUAD [Prycke et al., 2008] puis vers

---

<sup>1</sup> Les HEMTs sont des composants cohérents et le respect du principe d'incertitude de Heisenberg implique qu'ils ne peuvent pas transmettre à la fois l'amplitude et la phase sans un bruit minimal  $T_{QL} = \hbar\nu/k$  de l'ordre de 10 K autour de 100 GHz [Piat, 2008].

BICEP [Takahashi et al., 2008] qui a une longueur d'avance sur les autres projets puisqu'ils prennent des données depuis 2006.

La raison du choix en faveur des imageurs est donc majoritairement motivée par leur net avantage en termes de sensibilité et de possibilité de faire de grands détecteurs. En revanche, peu de progrès sont à espérer concernant l'amélioration des effets systématiques. Plusieurs projets ont remplacé le télescope par un jeu de lentilles, mais les propriétés de ces lentilles dans la gamme de longueur d'onde qui nous intéresse (autour de 100 GHz) sont mal connues et difficiles à modéliser. Peu d'améliorations sont donc attendues de ce point de vue. Le développement des PSB (Polarisation Sensitive Bolometers) a été une étape importante. Ils sont constitués de deux bolomètres placés sur deux grilles orthogonales dans la même cavité, permettant la mesure des deux directions de polarisation au travers de la même optique. Cependant, d'une part il semble difficile d'en faire des matrices, et d'autre part ils ne sont pas exempts de défauts : les lobes des deux voies d'un même PSB ne sont pas exactement identiques comme cela a été observé avec QUAD [Prycke et al., 2008] ce qui pose problème pour la mesure de la polarisation qui nécessite de faire la différence entre les signaux dans deux directions de polarisation différentes. L'intercalibration entre les deux thermomètres d'un même PSB est pour la même raison un autre problème crucial, en particulier si l'on veut détecter une polarisation 10 à 100 fois plus faible que celle des modes  $E$ , déjà 10 fois plus petite que la puissance totale arrivant sur les détecteurs. La solution souvent employée est de moduler la polarisation du signal entrant dans le détecteur au moyen d'une lame demi-onde rotative placée par exemple à l'entrée du cryostat. Chaque détecteur va alors pouvoir mesurer toutes les directions de polarisation à mesure que la lame tourne sur elle-même. Dans le principe, cette technique semble assez astucieuse, mais il semble qu'en fait elle ne soit pas aussi efficace que prévu si l'on en croit les simulations détaillées [Brown et al., 2008] faites par des membres de CLOVER. La contamination par du signal parasite venant du sol via l'optique du télescope est comme on l'a dit une limitation importante. Ici encore l'exemple de QUAD montre que les effets systématiques sont proches du niveau de sensibilité des imageurs actuels : cette contamination impossible à totalement modéliser a forcé l'équipe de QUAD à faire la soustraction entre les deux moitiés de son champ de vue (perdant ainsi un facteur 2 en sensibilité sur le spectre de puissance). Ceci montre que dans le cas des meilleurs imageurs réalisés à ce jour, ces effets systématiques sont du même niveau que le bruit statistique.



L'idée que l'objectif de détecter les modes  $B$  sera atteint en augmentant massivement la sensibilité avec de grandes matrices de bolomètres pourrait donc bien s'avérer compromise par les effets systématiques si ceux-ci ne sont pas en même temps réduits de la même quantité. La solution imaginée par Lucio Picirillo et Peter Timbie en 2000, à l'origine des projets BRAIN et MBI est de réunir les avantages des interféromètres et des imageurs : il s'agit de l'interférométrie bolométrique. Il s'avère qu'un tel concept permet d'améliorer significativement la sensibilité des interféromètres [Hamilton et al., 2008] pour atteindre environ la

moitié de celle d'un imageur tout en résolvant de le problème de la complexité des interféromètres avec un grand nombre de voies. Il s'agit d'un concept d'instrument totalement novateur qui est actuellement en cours de design au sein de la collaboration QUBIC (réunissant les deux projets initiaux). L'interférométrie bolométrique et le design de l'instrument QUBIC qui constituent depuis 2007 la majorité de mon travail de recherche font l'objet de ce chapitre. Nous verrons que ce concept est très prometteur, il s'agit maintenant de le construire...

## 6.2 Interférométrie multiplicative

C'est à Michelson que l'on doit l'idée d'utiliser la nature ondulatoire de la lumière et les franges d'interférence pour mesurer les diamètres d'étoiles proches en combinant avec un système de miroirs la lumière provenant d'une étoile à travers deux ouvertures. En faisant varier la distance entre ces deux ouvertures, Michelson a pu observer la transformée de Fourier de la distribution radiale de la lumière dans des étoiles proches comme Bételgeuse et Arcturus et ainsi mesurer leur diamètre. L'interférométrie s'est depuis largement développée permettant d'atteindre des résolutions angulaires extrêmement fines.

Les premières observations astronomiques avec un interféromètre radio à deux récepteurs remontent à Ryle et Vonberg en 1946. Il était constitué de deux antennes dipolaires à 175 MHz séparées d'une distance pouvant varier entre 17 et 240 mètres. Les antennes pointaient au zénith et la rotation de la Terre effectuait le scan en ascension droite. Cet interféromètre permit à Ryle et Vonberg de détecter des sources radio telles que Cygnus A et Cassiopée A.

### 6.2.1 Principe de base de l'interférométrie

L'idée de l'interférométrie est d'utiliser la différence de marche entre deux ondes électromagnétiques issus de la même source arrivant à deux endroits différents pour obtenir une figure d'interférence en les recombinant. On peut en voir un schéma de principe sur la gauche de la figure 6.1. Les deux récepteurs sont séparés du vecteur distance  $\vec{D}$  et l'on appelle  $\vec{u}$  la *baseline* (ligne de base en français) qui est définie comme la séparation entre les détecteurs en unités de longueur d'onde :  $\vec{u} = \frac{\vec{D}}{\lambda}$ . Les deux récepteurs

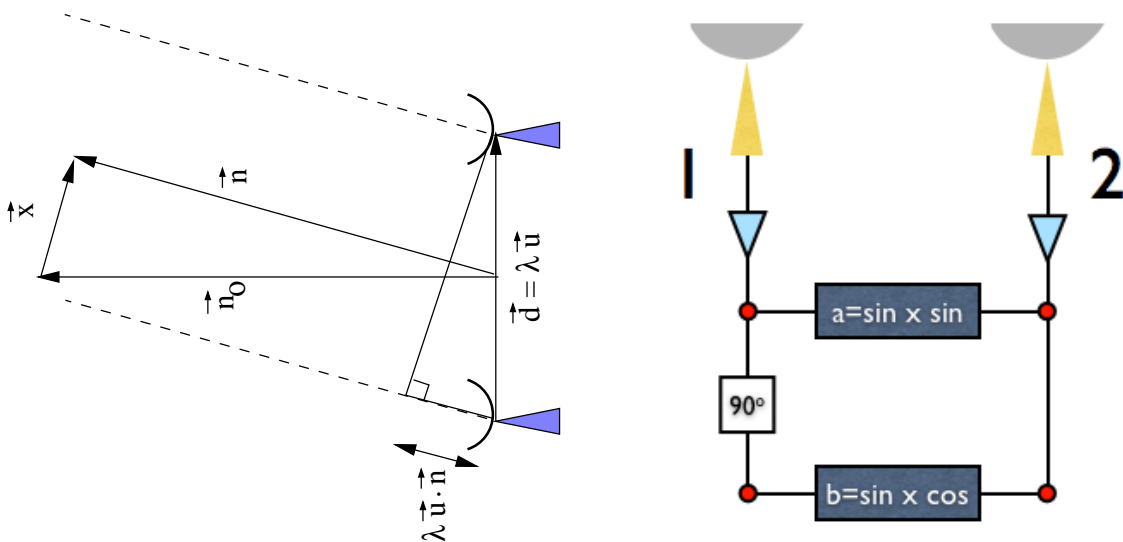


FIG. 6.1: Schéma de principe de l'interférométrie et du corrélateur complexe.

observent la même direction  $\vec{n}_0$  sur le ciel (perpendiculaire à leur séparation) avec un lobe en terme de

champ électromagnétique  $A(\vec{n} - \vec{n}_0)$  (le lobe pour la puissance totale est alors  $B(\vec{n} - \vec{n}_0) = A^2(\vec{n} - \vec{n}_0)$ ). On suppose les lobes identiques pour les deux récepteurs. Le rayonnement provenant de la direction  $\vec{n}$  arrive sur nos deux détecteurs avec une différence de phase  $\delta = 2\pi\vec{u} \cdot \vec{n}$  et si l'on définit  $\vec{x}$  comme le vecteur différence avec le centre du champ  $\vec{n} = \vec{n}_0 + \vec{x}$ , on trouve  $\delta = 2\pi\vec{u} \cdot \vec{x}$ .

Les interféromètres généralement utilisés pour les ondes radio et millimétriques possède un "corrélateur complexe" qui effectue le produit (avec un conjugué complexe) des champs électriques reçus par les deux récepteurs. On appelle ce genre d'interféromètre "multiplicatif" par opposition avec un interféromètre "Additif" comme QUBIC. Le schéma du corrélateur est montré sur la droite de la figure 6.1. Le signal est d'abord amplifié (souvent par des HEMTs) puis séparé en deux. L'une des deux parties du signal est envoyée vers un multiplicateur qui va simplement multiplier les signaux électriques des voies 1 et 2 alors que dans le cas de l'autre partie, un déphaseur de 90 degrés sur la voie 1 est intercalé. Les signaux des voies 1 et 2 sont déphasés de  $\delta = 2\pi\nu\tau = 2\pi\vec{u} \cdot \vec{x}$  et donc :

$$E_1(\vec{x}, t) = E_0(\vec{x}) \sin(2\pi\nu t) \quad \text{et} \quad E_2(\vec{x}, t) = E_1(\vec{x}, t - \tau) \quad (6.1)$$

Après chacun des multiplicateurs, on a un détecteur qui va moyenner temporellement le signal sur une durée bien plus longue que la période de l'onde électromagnétique. Dans la voie  $a$  correspondant au multiplicateur non déphasé on a :

$$V_a = \left\langle \int \int A(\vec{x}) E_1(\vec{x}, t) \times A(\vec{x}') E_2(\vec{x}', t) d\vec{x} d\vec{x}' \right\rangle_{\text{time}} \quad (6.2)$$

Les signaux provenant de directions différentes ne sont pas cohérents de sorte que la moyenne en temps de leur produit est nulle. L'intégrale sur  $\vec{x}'$  disparaît donc :

$$V_a = \left\langle \int A(\vec{x}) E_1(\vec{x}, t) \times A(\vec{x}) E_2(\vec{x}, t) d\vec{x} \right\rangle_{\text{time}} \quad (6.3)$$

$$= \int d\vec{x} A^2(\vec{x}) E_0^2(\vec{x}) \times \langle \sin(2\pi\nu t) \sin(2\pi\nu(t - \tau)) \rangle_{\text{time}} \quad (6.4)$$

$$= \int d\vec{x} B(\vec{x}) E_0^2(\vec{x}) \times \frac{1}{2} \langle \cos(2\pi\nu\tau) - \cos(2\pi\nu(2t - \tau)) \rangle_{\text{time}} \quad (6.5)$$

Le second terme a une moyenne temporelle nulle et il ne reste que le terme appelé DC :

$$V_a = \frac{1}{2} \int d\vec{x} B(\vec{x}) E_0^2(\vec{x}) \cos(2\pi\vec{u} \cdot \vec{x}) \quad (6.6)$$

Dans la voie  $b$  où l'un des deux signaux est déphasé, on a :

$$V_b = \frac{1}{2} \int d\vec{x} B(\vec{x}) E_0^2(\vec{x}) \sin(2\pi\vec{u} \cdot \vec{x}) \quad (6.7)$$

On définit alors la *visibilité complexe* comme :

$$V(\vec{u}) = 2(V_a + iV_b) = \int B(\vec{x}) E_0^2(\vec{x}) \exp(2i\pi\vec{u} \cdot \vec{x}) d\vec{x} \quad (6.8)$$

qui n'est rien d'autre que la **Transformée de Fourier de la puissance provenant champ observé**. Cette relation est connue sous le nom de théorème de Van Cittert-Zernicke [Thomson, Moran et Swenson, 2001]. Un interféromètre permet donc d'avoir directement accès aux modes de Fourier du ciel observé correspondant à la fréquence spatiale donnée par la séparation entre ses récepteurs. Le ciel observé est simplement le ciel réel multiplié par le lobe décrivant le champ de vue des récepteurs. On va donc observer un large champ de vue et, grâce aux franges d'interférence, reconstruire les modes de Fourier dans ce champ de vue. C'est l'idée de base de l'interférométrie.



**Théorème de convolution**

Les visibilités s'écrivent comme la transformée de Fourier du champ  $I(\vec{n}) = E_0^2(\vec{n})$  multiplié par le lobe en puissance. On peut donc aussi les réécrire comme le produit de convolution des transformées de Fourier de ces deux quantités.

$$V_I(\vec{u}) = \int B(\vec{n})I(\vec{n}) \exp(2i\pi\vec{u} \cdot \vec{n}) d\vec{n} \quad (6.9)$$

$$= \int \tilde{B}(\vec{u} - \vec{v})\tilde{I}(\vec{v}) d\vec{v} \quad (6.10)$$

où  $\tilde{I}$  désigne la transformée de Fourier de  $I$ .

Le lobe primaire régit donc la couverture sur le ciel dans l'espace direct et la résolution de l'instrument dans l'espace des visibilités.

**6.2.2 Visibilités polarisées**

Si les antennes sont sensibles aux deux polarisations alors un interféromètre va naturellement pouvoir mesurer tous les paramètres de Stokes du rayonnement incident. Il faut simplement, dans ce cas, un corrélateur complexe un tout petit plus compliqué. On a alors besoin non pas de deux, mais de 16 multiplicateurs et l'on obtient les visibilités des 4 paramètres de Stokes en les combinant (perdant un facteur  $\sqrt{2}$  sur le rapport signal sur bruit des visibilités polarisées puisque l'on ne peut pas les mesurer "simultanément"). La note incluse à la fin de cette section *Noise in a heterodyne multiplicative interferometer* [Hamilton, 2008b] explicite le calcul de ces visibilités polarisées ainsi que l'erreur statistique faite sur leur estimation compte tenu du bruit des amplificateurs. Les définitions des visibilités polarisées sont les suivantes :

$$V_I(\vec{u}) = \int B(\vec{n})I(\vec{n}) \exp(2i\pi\vec{u} \cdot \vec{n}) d\vec{n} \quad (6.11)$$

$$= \int \tilde{B}(\vec{u} - \vec{v})\tilde{I}(\vec{v}) d\vec{v} \quad (6.12)$$

$$V_Q(\vec{u}) = \int B(\vec{n})Q(\vec{n}) \exp(2i\pi\vec{u} \cdot \vec{n}) d\vec{n} \quad (6.13)$$

$$= \int \tilde{B}(\vec{u} - \vec{v})\tilde{Q}(\vec{v}) d\vec{v} \quad (6.14)$$

$$V_U(\vec{u}) = \int B(\vec{n})U(\vec{n}) \exp(2i\pi\vec{u} \cdot \vec{n}) d\vec{n} \quad (6.15)$$

$$= \int \tilde{B}(\vec{u} - \vec{v})\tilde{U}(\vec{v}) d\vec{v} \quad (6.16)$$

$$V_V(\vec{u}) = \int B(\vec{n})V(\vec{n}) \exp(2i\pi\vec{u} \cdot \vec{n}) d\vec{n} \quad (6.17)$$

$$= \int \tilde{B}(\vec{u} - \vec{v})\tilde{V}(\vec{v}) d\vec{v} \quad (6.18)$$

## Noise in a heterodyne multiplicative interferometer

J.-Ch. Hamilton – September 2009

### Abstract:

This note summarizes my present understanding of the noise in a heterodyne multiplicative interferometer. There are a number of issues that need to be discussed with experts. I calculate the way the four complex Stokes parameters visibilities are calculated using a linearly polarized interferometer using complex correlators. From these quantities I calculate the expected noise on the complex visibilities from the noise at the output of a correlator.

### 1 Instrumental setup assumed

I assume that one has two input horns each instrumented with two antennas that are sensitive respectively to two orthogonal polarizations hereafter called  $x$  and  $y$ . The signal in each channel is then amplified by a gain  $g$  and sent to a complex correlator designed to measure all four Stokes parameters. This implies splitting each channel into two sub-channels, one of them being phase-shifted by 90 degrees in order to form both "sin" and "cos" components (hereafter called  $C$  and  $S$ ) that will allow to form the real and imaginary parts of the visibilities.

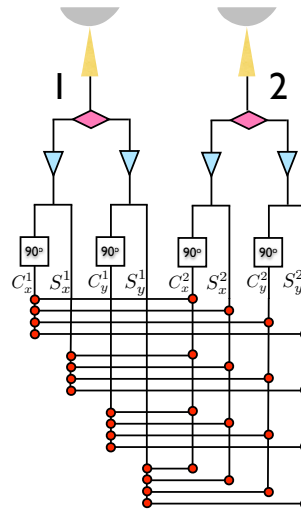


Figure 1: Design of the heterodyne interferometer considered here.

A crucial remark here is that the noise is actually added to the signal at the amplifier level. After this amplification,

the noise is there and has nothing to do with photon noise that would be proportional to the square root of the number of photons. It is just some incoherent signal added on top of the true signal. Therefore splitting into two or any number of sub-channels will not alter the signal to noise ratio. So finally everything is as if splitting into two channels was not actually dividing the electric field  $E$  into two channels with  $E/\sqrt{2}$  each. We will therefore omit the  $\sqrt{2}$  in case of a division.

## 2 Correlator outputs and visibilities

If the input electrical field in horn  $i$  for both polarizations is given by ( $\nu$  is the EM frequency):

$$\begin{cases} E_x^i(t, \nu) = E_x \sin(2\pi\nu t) \\ E_y^i(t, \nu) = E_y \sin(2\pi\nu t) \end{cases} \quad (1)$$

then the field in horn  $j$  is phase-shifted by a time lag  $\tau$  due to the march difference between the two horns. The time lag actually should depend on the direction in the sky, but we assume here that we are looking at a point source on top of a zero-brightness sky in order to avoid integrals over the sky. This does not change the results. The field in  $j$  writes (again for both polarizations):

$$\begin{cases} E_x^j(t, \nu) = E_x \sin(2\pi\nu(t + \tau)) \\ E_y^j(t, \nu) = E_y \sin(2\pi\nu(t + \tau)) \end{cases} \quad (2)$$

As was said before, one amplifies the signal in each channel by a gain  $g$  and then split into two sub-channels (we therefore end up with 8 channels in total) one of them being phase shifted by 90 degrees to replace the sin by a cos. As said before because the noise come from the amplifier and not from the photon noise, we do not add any  $1/\sqrt{2}$  factor due to splitting. All signals are now :

$$\begin{cases} C_x^i = gE_x \cos 2\pi\nu t \\ S_x^i = gE_x \sin 2\pi\nu t \\ C_y^i = gE_y \cos 2\pi\nu t \\ S_y^i = gE_y \sin 2\pi\nu t \end{cases} \quad \begin{cases} C_x^j = gE_x \cos 2\pi\nu(t + \tau) \\ S_x^j = gE_x \sin 2\pi\nu(t + \tau) \\ C_y^j = gE_y \cos 2\pi\nu(t + \tau) \\ S_y^j = gE_y \sin 2\pi\nu(t + \tau) \end{cases} \quad (3)$$

Each correlator is assumed to multiply together the two inputs and average the result over timescales much larger than the signal's frequency. So the correlation between channels  $C_x^i$  and  $C_x^j$  will give the signal :

$$C_x^i C_x^j = g^2 E_x^2 \int dt \cos(2\pi\nu t) \cos(2\pi\nu(t + \tau)) \quad (4)$$

$$= g^2 E_x^2 \int dt \frac{1}{2} [\cos(2\pi\nu\tau) + \cos(2\pi\nu(\tau + 2t))] \quad (5)$$

$$= \frac{g^2}{2} E_x^2 \cos(2\pi\nu\tau) \quad (6)$$

Note that a factor 1/2 has appeared from the trigonometric formula transforming a product of sine functions to a sum.

The correlation between  $C_x^i$  and  $S_x^j$  would give a sine contribution:

$$C_x^i S_x^j = \frac{g^2}{2} E_x^2 \sin(2\pi\nu\tau) \quad (7)$$

All possible correlations are now formed, for the sake of simplicity of notation we shall omit from now on the  $i$  and  $j$  indices : the correlator signals will be written as  $C_x S_x$  for instance where the first term is for  $i$  and the second for  $j$ , so actually  $C_x S_x = C_x^i S_x^j$ . Note that this notation does not commute :  $S_x C_y \neq C_y S_x$ . All the possible correlations are written below:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_x S_x = \frac{g^2}{2} E_x^2 \sin(2\pi\nu\tau) \\ S_x S_x = \frac{g^2}{2} E_x^2 \cos(2\pi\nu\tau) \\ C_x S_y = \frac{g^2}{2} E_x E_y \sin(2\pi\nu\tau) \\ S_x S_y = \frac{g^2}{2} E_x E_y \cos(2\pi\nu\tau) \\ C_y S_y = \frac{g^2}{2} E_y^2 \sin(2\pi\nu\tau) \\ S_y S_y = \frac{g^2}{2} E_y^2 \cos(2\pi\nu\tau) \\ C_y S_x = \frac{g^2}{2} E_x E_y \sin(2\pi\nu\tau) \\ S_y S_x = \frac{g^2}{2} E_x E_y \cos(2\pi\nu\tau) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} C_x C_x = \frac{g^2}{2} E_x^2 \cos(2\pi\nu\tau) \\ S_x C_x = \frac{g^2}{2} E_x^2 \sin(2\pi\nu\tau) \\ C_x C_y = \frac{g^2}{2} E_x E_y \cos(2\pi\nu\tau) \\ S_x C_y = \frac{g^2}{2} E_x E_y \sin(2\pi\nu\tau) \\ C_y C_y = \frac{g^2}{2} E_y^2 \cos(2\pi\nu\tau) \\ S_y C_y = \frac{g^2}{2} E_y^2 \sin(2\pi\nu\tau) \\ C_y C_x = \frac{g^2}{2} E_x E_y \cos(2\pi\nu\tau) \\ S_y C_x = \frac{g^2}{2} E_x E_y \sin(2\pi\nu\tau) \end{array} \right. \quad (8)$$

We therefore have 16 correlations available for measuring 8 values (the 4 Stokes parameters are complex numbers). There are 2 independent sets of solutions each involving half of the available correlator outputs.

We define the Stokes parameters is:

$$V_I = V_{xx} + V_{yy} \quad (9)$$

$$V_Q = V_{xx} - V_{yy} \quad (10)$$

$$V_U = V_{xy} + V_{yx} \quad (11)$$

$$V_V = V_{xy} - V_{yx} \quad (12)$$

The first set of solutions involving the 8 first correlators output above is given below on the left, while the second one is given on the right (it is actually just the first set phase-shifted by 90 degrees):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Re}[V_I] = \frac{2}{g^2} (S_x S_x + S_y S_y) \\ \text{Im}[V_I] = \frac{2}{g^2} (C_x S_x + C_y S_y) \\ \text{Re}[V_Q] = \frac{2}{g^2} (S_x S_x - S_y S_y) \\ \text{Im}[V_Q] = \frac{2}{g^2} (C_x S_x - C_y S_y) \\ \text{Re}[V_U] = \frac{2}{g^2} (S_x S_y + S_y S_x) \\ \text{Im}[V_U] = \frac{2}{g^2} (C_x S_y + C_y S_x) \\ \text{Re}[V_V] = -\frac{2}{g^2} (S_x S_y - S_y S_x) \\ \text{Im}[V_V] = -\frac{2}{g^2} (C_x S_y - C_y S_x) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Re}[V_I] = \frac{2}{g^2} (C_x C_x + C_y C_y) \\ \text{Im}[V_I] = -\frac{2}{g^2} (S_x C_x + S_y C_y) \\ \text{Re}[V_Q] = \frac{2}{g^2} (C_x C_x - C_y C_y) \\ \text{Im}[V_Q] = -\frac{2}{g^2} (S_x C_x - S_y C_y) \\ \text{Re}[V_U] = \frac{2}{g^2} (C_x C_y + C_y C_x) \\ \text{Im}[V_U] = -\frac{2}{g^2} (S_x C_y + S_y C_x) \\ \text{Re}[V_V] = -\frac{2}{g^2} (C_x C_y - C_y C_x) \\ \text{Im}[V_V] = \frac{2}{g^2} (S_x C_y - S_y C_x) \end{array} \right. \quad (13)$$

For each of the eight unknowns, an improved solution is obtained by averaging the two available ones as the noise

is not coherent between the two sets (it is phase shifted by 90 degrees). The final solutions read:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Re}[V_I] = \frac{1}{g^2} (C_x C_x + C_y C_y + S_x S_x + S_y S_y) \\ \text{Im}[V_I] = \frac{1}{g^2} (C_x S_x + C_y S_y - S_x C_x - S_y C_y) \\ \text{Re}[V_Q] = \frac{1}{g^2} (C_x C_x - C_y C_y + S_x S_x - S_y S_y) \\ \text{Im}[V_Q] = \frac{1}{g^2} (C_x S_x - C_y S_y - S_x C_x + S_y C_y) \\ \text{Re}[V_U] = \frac{1}{g^2} (C_x C_y + C_y C_x + S_x S_y + S_y S_x) \\ \text{Im}[V_U] = \frac{1}{g^2} (C_x S_y + C_y S_x - S_x C_y - S_y C_x) \\ \text{Re}[V_V] = -\frac{1}{g^2} (C_x C_y - C_y C_x + S_x S_y - S_y S_x) \\ \text{Im}[V_V] = -\frac{1}{g^2} (C_x S_y - C_y S_x - S_x C_y + S_y C_x) \end{array} \right. \quad (14)$$

Note the gain of a factor  $1/\sqrt{2}$  on the noise expected from averaging these two sets of independant solutions.

### 3 Noise calculation

In each channel, the photon noise can be neglected because the amplifier injects by itself a larger amount of noise. We assume that the noise at the output of each correlator is expressed as a function of the Noise Equivalent Temperature as:

$$\sigma = \text{NET } g^2 \quad (15)$$

The variance on any of the Real or Imaginary parts of the Stokes parameters is obtained from 4 output correlators and is :

$$\text{Var} [\text{Re}(V)] = \text{Var} [\text{Im}(V)] = \frac{1}{g^4} \times 4\sigma^2 \quad (16)$$

$$= 4 \text{ NET}^2 \quad (17)$$

Now the variance on the actual complex visibility is (as stated in [Thomson, Moran and Swenson, 2001], section *Noise in the measurement of Complex Visibility*, around equation 6.51, pages 188 and 189 in my edition) twice larger as that on the real or imaginary parts:

$$\text{Var} [V] = 8 \text{ NET}^2 \quad (18)$$

So that the RMS noise on the visibility is just:

$$\text{RMS} [V] = 2\sqrt{2} \text{ NET} \quad (19)$$

#### 3.1 Summary of factors 2 and $\sqrt{2}$

I summarize here the various factors 2 and  $\sqrt{2}$  that participate to the final RMS noise on the visibilities.

- a) 2 from  $\cos(2\pi\nu t) \cos(2\pi\nu(t + \tau)) = \frac{1}{2} (\sin(2\pi\nu\tau) - \sin(2\pi\nu(\tau + 2t)))$
- b)  $\sqrt{2}$  by calculating a solution for real or imaginary part involving two correlator outputs.
- c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  by averaging the two independent sets of available solutions for each visibility.
- d)  $\sqrt{2}$  from the fact that the noise on the complex visibility is  $\sqrt{2}$  larger than on the real or imaginary parts.

We finally find the  $2\sqrt{2}$  factor calculated above. Each of these term has to be discussed and agreed on. I recall for instance that Mike Jones does not agree on d) because of the sky being real.

#### 4 Final noise on the power spectrum

Taking the same notations as in [Hamilton et al., 2008], one has:

$$\Delta C_\ell^{\text{HI}} = \sqrt{\frac{2}{2\ell f_{\text{sky}} \Delta\ell}} \left( C_\ell + \frac{2\sigma_V^2}{\Omega} \right) \quad (20)$$

where  $\sigma_V^{\text{HI}}$  is the noise expected on the visibilities from a heterodyne interferometer. From the above calculations, and accounting for the sky fraction covered, the number of time samples and the number of equivalent baselines:

$$\sigma_V^{\text{HI}} = \frac{2\sqrt{2} \text{NET}_{\text{HI}} \Omega}{\sqrt{N_{\text{eq}}} \sqrt{N_t}} \quad (21)$$

Therefore:

$$\Delta C_\ell^{\text{HI}} = \sqrt{\frac{2}{2\ell f_{\text{sky}} \Delta\ell}} \left( C_\ell + \frac{16 \text{NET}_{\text{HI}}^2 \Omega}{N_{\text{eq}} N_t} \right) \quad (22)$$

The first term in the expression for  $\Delta C_\ell^{\text{BI}}$  is the sample variance (common to all possible devices) while the second one comes from the actual sensitivity of the detector. Let's recall the formulae calculated in [Knox, 1997] for direct imaging and adapted for partial sky coverage and polarization measurement (two factors of 2 appear, the first one due to the noise in Polarization Sensitive Bolometers and the second due to impossibility to measure both  $Q$  and  $U$  at the same time with the same PSB):

$$\Delta C_\ell^{\text{Im}} = \sqrt{\frac{2}{(2\ell + 1) f_{\text{sky}} \Delta\ell}} \left( C_\ell + \frac{4 \text{NET}_{\text{Im}}^2 \Omega}{N_h B_\ell^2 N_t} \right) \quad (23)$$

and in [Hamilton et al., 2008] for Bolometric Interferometry:

$$\sigma_V^{\text{BI}} = \sqrt{\frac{N_h}{N_{\text{eq}}}} \times \frac{2 \text{NET}_{\text{BI}} \Omega}{\sqrt{N_{\text{eq}}} \sqrt{N_t}} \quad (24)$$

where there are two factors  $\sqrt{2}$ : the first one resulting from the fact that one cannot measure  $Q$  and  $U$  Stokes parameters visibilities at the same time and the second one coming from the fact that the RMS on the complex

visibility is  $\sqrt{2}$  larger than that on real or imaginary parts. The resulting expression of the errors on the power spectrum for a bolometric interferometer is:

$$\Delta C_\ell^{\text{BI}} = \sqrt{\frac{2}{2\ell f_{\text{sky}} \Delta \ell}} \left( C_\ell + \frac{N_h}{N_{\text{eq}}} \times \frac{8 \text{NET}_{\text{BI}}^2 \Omega}{N_{\text{eq}} N_t} \right) \quad (25)$$

These results are shown in Fig. 2 and 3 for a primary beam of 20 degrees for the interferometers (corresponding to the same surface covered on the sky for an imager).

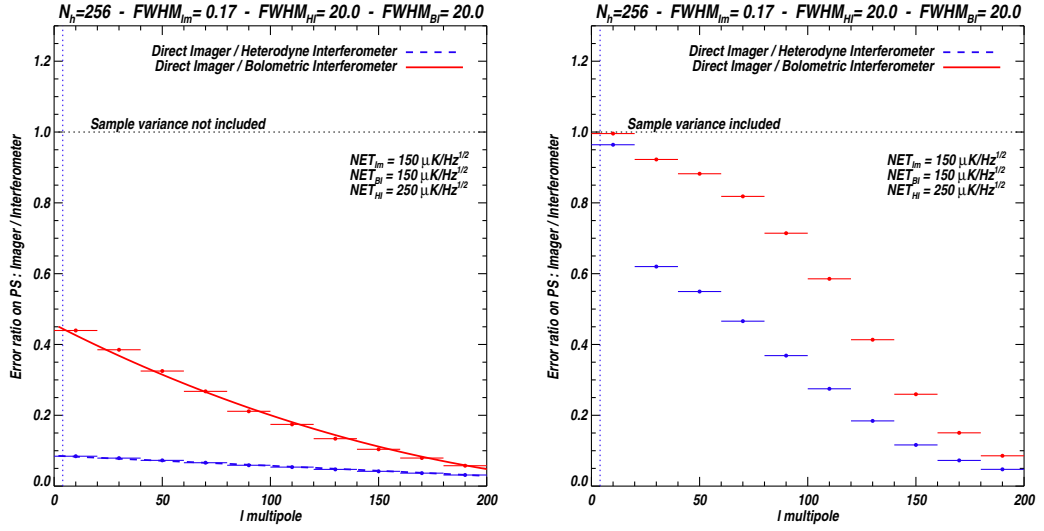


Figure 2: Noise comparisons on the power spectrum with respect to a direct imager with a 1 degree beam for bolometric (red) and heterodyne (blue) interferometry.

## Conclusions

No actual conclusions ... please give your comments ...

## References

- [Thomson, Moran and Swenson, 2001] Thomson, Moran and Swenson, *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*, 2nd Edition. Wiley Ed. (2001)
- [Hamilton et al., 2008] Hamilton, J.-Ch. et al. (2008), accepted for publication by A&A, arXiv:0807.0438.
- [Knox, 1997] L. Knox (1997), ApJ, v480, p72, arXiv:astro-ph/9606066

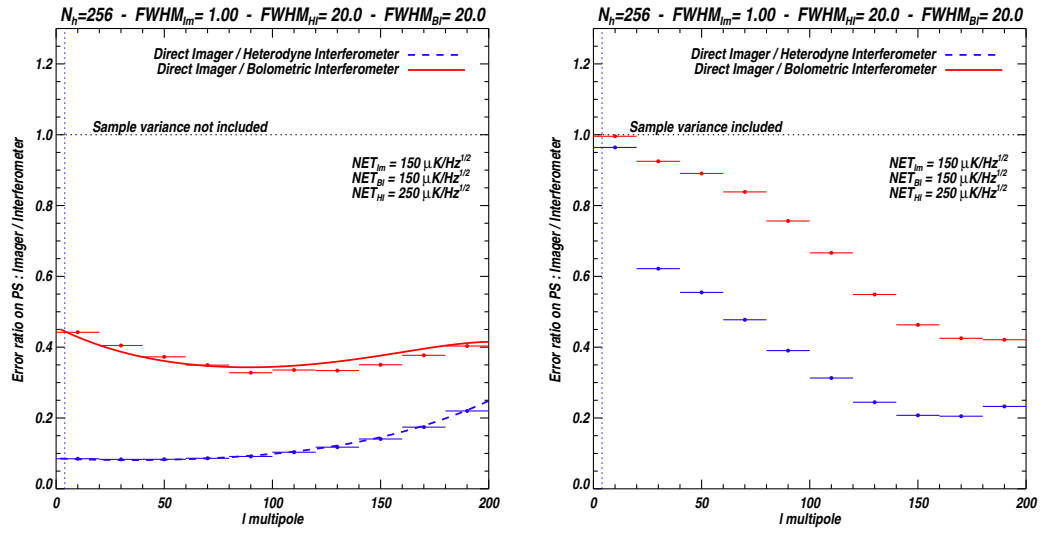


Figure 3: Noise comparisons on the power spectrum with respect to a direct imager with a 1 degree beam for bolometric (red) and heterodyne (blue) interferometry.



### 6.3 L'interférométrie bolométrique

L'idée de base de l'interférométrie bolométrique est de remplacer les corrélateurs par des bolomètres. Ce sont en effet des détecteurs qui mesurent la puissance reçue moyennée sur un certain temps. Par conséquent, si au lieu de multiplier les signaux, on les ajoute simplement, le bolomètre va mesurer :

$$S = \langle |E_1 + E_2|^2 \rangle = \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle + 2 \langle E_1 E_2^* \rangle \quad (6.19)$$

On va donc mesurer la puissance totale des deux voies d'entrée à laquelle se superpose un terme d'interférence.

Un interféromètre bolométrique est basé sur le schéma conceptuel représenté sur la figure 6.2 : les cornets de lobe  $B(\vec{n})$  observent directement le ciel (sans système optique) et sont placés sur une grille carrée (pour des raisons qui apparaîtront clairement dans la suite). Ils sont suivis par des OMT (Orthomode Transducer) qui séparent les deux polarisations vers deux voies différentes. Chaque voie est équipée de déphaseurs qui servent à moduler la polarisation comme on le verra dans la suite. Enfin un combineur permet de sommer toutes les voies ensemble et renvoie les différentes combinaisons possibles vers des bolomètres qui mesurent la puissance.

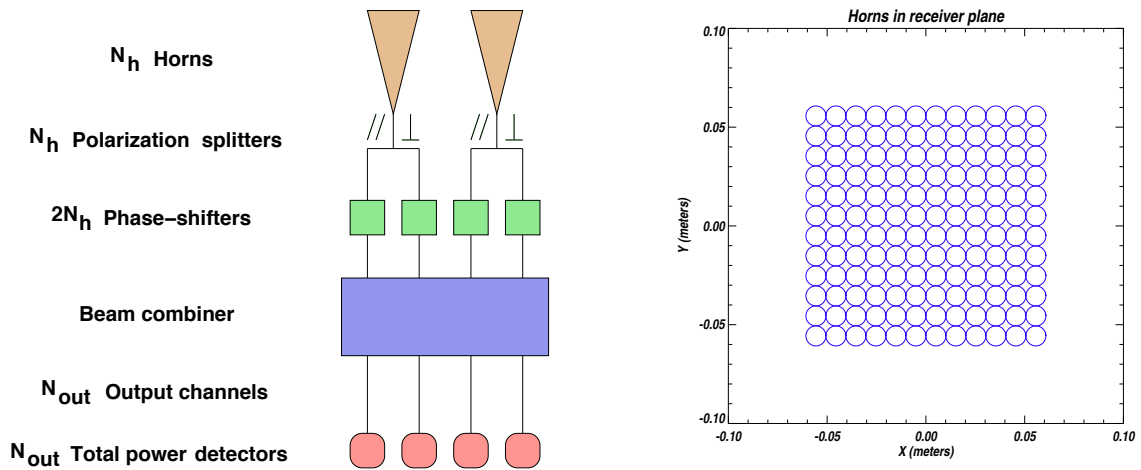


FIG. 6.2: Schéma de principe de l'interférométrie bolométrique et configuration des cornets d'entrée en forme de grille carrée (ici de  $12 \times 12 = 144$  cornets).

#### Cornets et lobes

Les cornets (en matériau conducteur) permettent de coupler le rayonnement du ciel à l'instrument. Ce sont eux qui transmettent le signal vers le guide d'onde. Ils forment un lobe sur le ciel  $B(\vec{n})$  qui représente la quantité de signal du ciel transmise pour chaque direction  $\vec{n}$ . Les cornets ont typiquement une forme conique mais on peut les dessiner de manière plus complexe (en modifiant le profil et en ajoutant de la corrugation à l'intérieur) pour améliorer leurs caractéristiques de transmission et de forme du lobe. D'une manière générale, un cornet va agir comme une pupille diffractive de surface  $S$  et va donc couvrir un angle solide sur le ciel  $\Omega$  donné par :

$$S\Omega = \kappa^2 \lambda^2 \quad (6.20)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde du rayonnement et  $\kappa$  un paramètre qui dépend de la forme du profil du lobe et de sa corrugation. Typiquement, les cornets qui seront probablement utilisés par QUBIC sont les mêmes que ceux de CLOVER et ont un lobe de 14 degrés FWHM à 97 GHz pour un diamètre de 18 mm, soit  $\kappa = 1.344$  (voir figure 6.3).

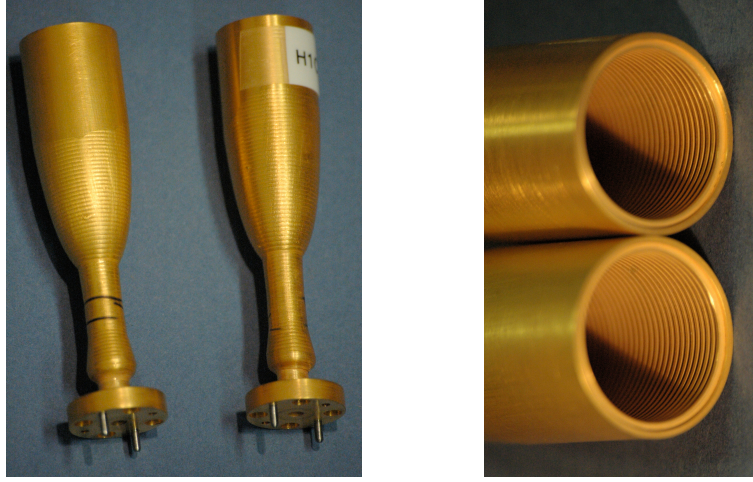


FIG. 6.3: Cornets corrugués développés pour CLOVER par nos collaborateurs de l'université de Manchester.

Les cornets sont profilés de manière à former un lobe sur le ciel aussi gaussien que possible. Le lobe sur le ciel est donné par le module au carré de la transformée de Fourier inverse de la fonction d'éclairement sur la surface de la pupille  $G(\vec{r})$  :

$$B(\theta) = |\mathcal{FT}^{-1}[G(\vec{r})]|^2 \quad (6.21)$$

Avec une fonction d'éclairement Gaussienne (obtenue via le profilage du lobe et sa corrugation), on va avoir un lobe Gaussien. Cependant, la fonction d'éclairement s'annule inévitablement sur le bord du cornet, le champ y devient nul car le cornet est conducteur. Cette coupure va induire des lobes secondaires sur le ciel comme on peut le voir sur la figure 6.4.

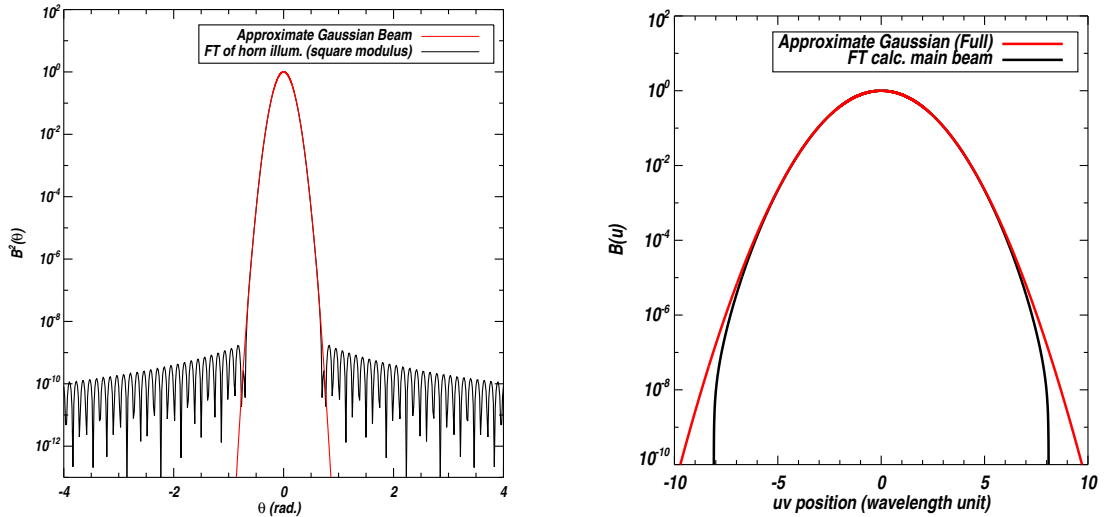


FIG. 6.4: **Gauche** : Lobe sur le ciel obtenu à partir d'une fonction d'éclairement tronquée au bord du cornet (en noir) comparé avec un lobe parfaitement Gaussien. **Droite** Lobe dans l'espace de Fourier obtenu à partir de transformées de Fourier des lobes de la figure de droite. On voit la coupure à  $\|\vec{u}\| = \frac{D}{\lambda}$  pour le lobe réaliste.

Le lobe dans l'espace des visibilitées est la transformée de Fourier du lobe sur le ciel, soit :

$$\tilde{B}(\vec{u}) = \mathcal{FT} [B(\theta)] = \mathcal{FT} \left[ \left| \mathcal{FT}^{-1} [G(\vec{r})] \right|^2 \right] \quad (6.22)$$

C'est à dire la fonction d'autocorrélation de la fonction d'éclairement qui va donc aussi s'annuler au bord du cornet. On va donc avoir le lobe dans l'espace des visibilitées représenté en noir sur l'image de droite de la figure 6.4. La fonction d'autocorrélation de la fonction d'éclairement coupée à  $\|\vec{r}\| = \frac{D}{2}$  va s'annuler pour  $\|\vec{r}\| = D$ , le lobe dans l'espace des visibilitées va donc s'annuler pour  $\|\vec{u}\| = \frac{D}{\lambda}$ . Ce point est important car il signifie qu'une mesure de visibilité n'est affectée par la transformée de Fourier de champ que jusqu'à une distance  $\frac{D}{\lambda}$  de la ligne de base considérée. En particulier, la plus petite ligne de base mesurable est justement  $\frac{D}{\lambda}$  (correspondant à deux cornets collés l'un à l'autre), elle n'est donc pas affectée par la puissance en  $\|\vec{u}\| = 0$ , c'est à dire par la puissance totale venant du ciel (ni par ses variations temporelles).

Par ailleurs, dans le cas d'une configuration d'interféromètre compact (cornets collés), les lobes dans l'espace des visibilitées des diverses lignes de bases échantillonnées se superposeront partiellement, mais seront tronqués comme l'indique la figure 6.5.

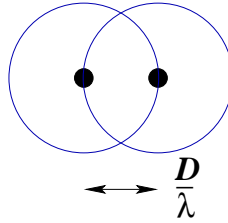


FIG. 6.5: *Superposition partielle coupée à  $\|\vec{u}\| = \frac{D}{\lambda}$  pour les lobes dans l'espace des visibilitées de deux lignes de bases voisines d'un interféromètre compact.*

### Orthomode Transducers (OMT)

Ces composants servent à séparer les polarisation  $\perp$  et  $\parallel$  dans deux voies différentes. Ils peuvent être sous forme de guide d'onde (c'est le cas de ceux de CLOVER [Pisano et al., 2007]) ou en technologie planaire (microfabrication par évaporation de lignes supraconductrices en Niobium par exemple) [Engargiola et al., 1999, Grimes et al., 2007] ou en finline [Chattopaddhyay et al., 1999]. Utiliser l'une ou l'autre de ces technologies n'est pas anodin car elles ne fonctionnent pas aux mêmes températures. Adnan Ghribi, doctorant à l'APC vient de développer un OMT en technologie planaire qui est en cours de tests (voir figure 6.6) .

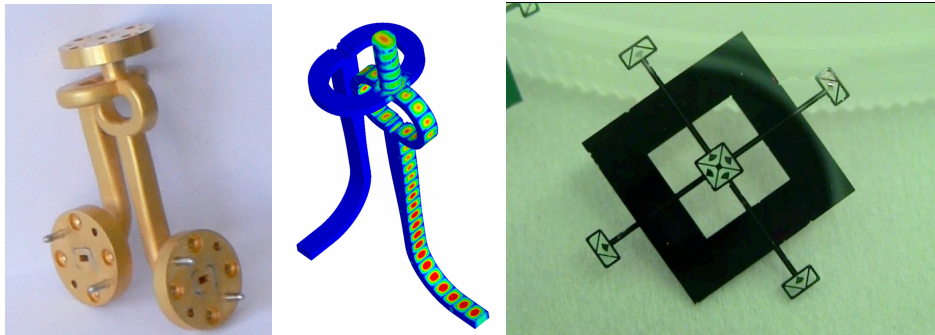


FIG. 6.6: **Gauche et centre** : OMT en guide d'onde conçus par nos collaborateurs de l'Université de Manchester [Pisano et al., 2007]. **Droite** OMT en technologie planaire conçus par Adnan Ghribi de l'APC. Ces OMT sont actuellement en cours de tests.

## Déphaseurs

Comme on va le voir dans la suite, les déphaseurs doivent être capable de délivrer différentes valeurs de phases, ils doivent être large bande (typiquement 30% pour bénéficier au mieux de la sensibilité large bande des bolomètres) et très rapides lors du passage d'une valeur de phase à l'autre. Il existe des déphaseurs mécaniques en guide d'onde [Pisano et al., 2007] qui ont de bonnes propriétés mais on ne peut imaginer avoir des centaines de moteurs dans le cryostat pour produire les déphasages. Ils seraient en outre beaucoup trop lents. Des déphaseurs basés sur la rotation Faraday dans un champ magnétique créé par une bobine supraconductrice (développés par B. Keating de San Diego en Californie) dans le but de moduler la polarisation de BICEP (voir figure 6.7). Leur transmission n'est hélas pas constante en fonction du déphasage. Finalement, il semble que de "simples" lignes à retard en technologie planaire soit la meilleure solution. Nous proposons à l'APC le design montré sur la figure 6.8 (tiré de [Ghribi, 2008]). La difficulté technique est ici la réalisation du switch permettant au signal de passer dans l'une ou l'autre des branches de la ligne à retard. L'objectif de l'équipe de l'APC est d'obtenir un tel déphaseur dans les prochains mois.

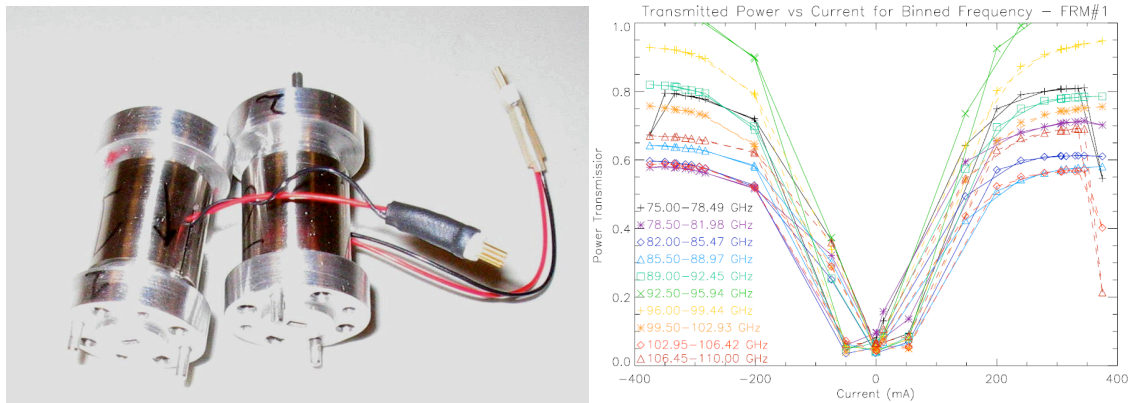


FIG. 6.7: Déphaseurs développés par B. Keating pour BICEP et leur transmission en fonction du courant appliqué (qui contrôle le déphasage). La transmission est très variable.

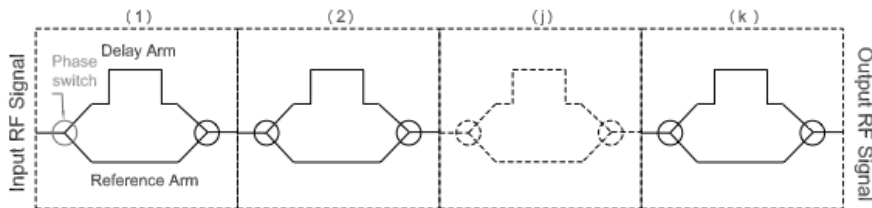


FIG. 6.8: Principe d'un déphaseur à lignes à retard en technologie planaire : Le déphaseur comporte  $N$  étages induisant chacun selon l'état du switch soit un déphasage nul soit un déphasage de  $\pi$  pour le premier,  $\pi/2$  pour le second,  $\pi/4$  pour le suivant etc. On dispose à la fin de  $2^N$  valeurs d'angles de déphasage différentes régulièrement réparties entre 0 et  $2\pi$ . Les déphaseurs en eux même sont large bande, mais il faut que les switches le soient aussi. La figure est tirée de [Ghribi, 2008].

### Combinateur de faisceaux

Afin de faire des franges d'interférence, les signaux déphasés doivent être recombinaés (ajoutés). Le signal de chaque cornet doit être ajouté (avec une phase éventuellement) à celui de tous les autres cornets. On forme ainsi toutes les lignes de base possible. On peut imaginer pour cela utiliser un "Butler Combiner" [Butler, 1961] qui permet en guide d'onde de combiner  $N$  entrées et d'obtenir  $N$  sorties avec des combinaisons linéaires (de poids uniformes) de toutes les entrées. Adnan Ghribi a imaginé un analogue en technologie planaire. Ces composants sont complexes et très délicats à développer. Nous avons plutôt fait le choix d'un combinateur quasi-optique qui est simplement un télescope qui va superposer les signaux électromagnétiques de chacune des voies (voir figure 6.9). On place après chaque déphaseur un cornet qui va réémettre le signal électromagnétique déphasé vers l'intérieur du cryostat. Un télescope image alors le plan des cornets réémetteurs sur un plan focal équipé de bolomètres. Des rayons parallèles issus de deux cornets différents vont donc se superposer au même point du plan focal (rayons en bleu, vert et rouge sur la figure). Celui-ci va donc imager la somme des lobes de tous les cornets de réémission sur laquelle vont apparaître des franges d'interférence (voir figure 6.10).

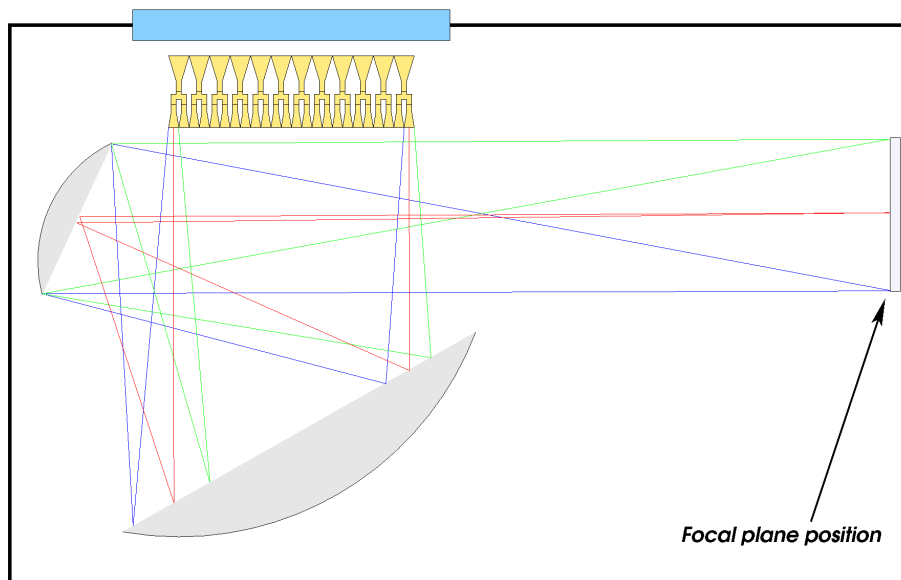


FIG. 6.9: *Combinateur de faisceaux quasi-optique proposé pour QUBIC (le design du télescope n'est ici qu'illustratif). Les images de tous les cornets se superposent sur le plan focal. On peut donc y voir des franges d'interférence.*

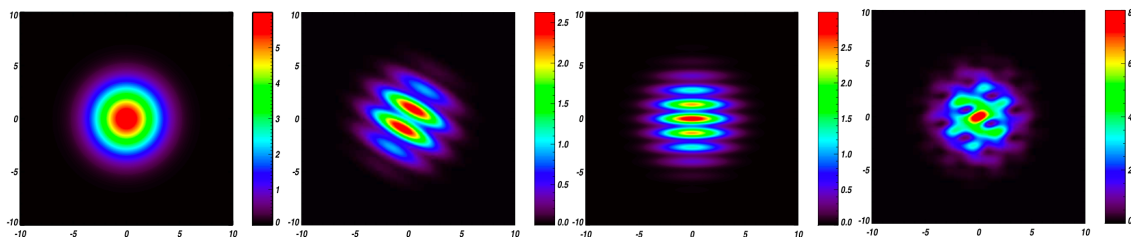


FIG. 6.10: *Image résultante dans le plan focal du combinateur quasi-optique : un seul cornet (pas d'interférence), une ligne de base, une autre ligne de base et la somme de toutes les lignes de base où les franges d'interférence sont superposées.*

## 6.4 La collaboration QUBIC

Notre collaboration est le fruit de la réunion des deux collaborations initialement lancées des deux cotés de l'Atlantique pour développer un interféromètre bolométrique.

La collaboration MBI<sup>2</sup> (États-Unis et Grande-Bretagne) a déjà construit un prototype appelé MBI-4 qui comporte 4 cornets détectant une seule polarisation, mais orientés différemment. Le combinateur de faisceaux est de type quasi-optique comme sur la figure 6.10 (mais sur axe) puisque c'est de cette équipe que l'idée de ce type de design est venue. Les déphaseurs sont basés sur la rotation Faraday (développés par B. Keating). L'instrument est totalement construit, mais des difficultés de financement rendent les observations sur le ciel difficiles.

La collaboration BRAIN regroupe des équipes françaises, italiennes et britanniques (essentiellement les mêmes personnes que dans MBI en fait) avait pour objectif de réaliser un interféromètre bolométrique et de l'installer sur le site de Dôme C en Antarctique en raison de ses excellentes caractéristiques pour l'astronomie (en particulier dans notre gamme de fréquence). Notre collaboration a procédé à deux campagnes de test du site avec l'instrument "Pathfinder". Durant l'été austral 2006-2007, trois semaines d'observation du ciel avec deux bolomètres refroidis à 170 mK ont pu être réalisées (en particulier par Éric Bréelle de l'APC). L'exploitation complète de ces données est délicate du fait d'un problème de synchronisation entre le pointage du télescope et l'acquisition des bolomètres. Une analyse préliminaire permet cependant de conclure que le site a effectivement des caractéristiques tout à fait satisfaisantes avec une profondeur optique de l'atmosphère inférieure à 0.05 à 95% de niveau de confiance. Les problèmes de synchronisation sont aujourd'hui réglés et on prévoit de laisser l'instrument prendre des données sur le site durant tout l'été austral 2009-2010.

Les membres de l'APC impliqués dans BRAIN (et en particulier Michel Piat, Éric Bréelle et Adnan Ghribi) ont aussi développé un petit démonstrateur de l'interférométrie bolométrique appelé DIBO. Il est basé sur des composants commerciaux et une technologie en guide d'onde afin de déphaser et de superposer les signaux reçus par deux cornets avant de réémettre leur somme avec un cornet vers un bolomètre refroidi à 4 K (voir figure 6.11). DIBO a permis la démonstration de principe de l'interférométrie bolométrique : en faisant varier les phases appliquées par les déphaseurs, on observe la modulation sinusoïdale attendue correspondant aux franges d'interférence. J'ai participé aux tests de DIBO et j'ai réalisé une petite expérience permettant de mettre en évidence de manière encore plus convaincante l'existence des franges d'interférence et leur détection avec un bolomètre. J'ai fait varier l'angle d'incidence de la source d'un analyseur vectoriel par rapport à DIBO et j'ai ainsi pu observer les différentes franges d'interférence à l'intérieur du lobe primaire des cornets d'entrée. Les résultats sont représentés sur la figure 6.11 avec un ajustement de la courbe de franges d'interférence attendue. Compte tenu de la distance entre les cornets, on s'attend à une fréquence de frange (ligne de base) de  $(54.7 \pm 0.5)\lambda$  et  $(61.5 \pm 0.6)\lambda$  respectivement à 80 et 90 GHz et l'on reconstruit  $54.97 \pm 0.06$  et  $62.1 \pm 0.03$ , soit un excellent accord avec les prédictions de franges d'interférence. Les résultats de DIBO font l'objet d'une publication qui vient d'être soumise [Ghribi et al., 2009].

À l'occasion du workshop sur l'interférométrie bolométrique que j'ai organisé en juin 2008 à l'APC<sup>3</sup> et suite à des discussions qui duraient depuis plusieurs mois déjà, les deux collaborations se sont réunies en une seule (sous le nom de QUBIC) afin de maximiser notre efficacité à construire un instrument dans les prochaines années. Nous convergeons vers un design illustré dans la figure 6.9. L'idée est de construire plusieurs modules identiques, comprenant chacun 144 cornets observant le ciel avec un lobe primaire d'une quinzaine de degrés FWHM afin d'atteindre une sensibilité permettant d'exclure  $r = 0.01$  avec un an de données.

Mon rôle dans la collaboration a jusqu'à présent été, en particulier en collaboration avec Jean Kaplan et mon étudiant Romain Charlassier, de développer les algorithmes de reconstruction du signal (voir section 6.5), ce qui nous a conduit à calculer de manière rigoureuse la sensibilité d'un interféromètre bolométrique aux anisotropies de polarisation du CMB (voir section 6.6). Nous développons l'outil de simulation

<sup>2</sup>Millimeter-wave Bolometric Interferometer

<sup>3</sup>[http://www.apc.univ-paris7.fr/~hamilton/BolometricInterferometry/Main\\_page.html](http://www.apc.univ-paris7.fr/~hamilton/BolometricInterferometry/Main_page.html)

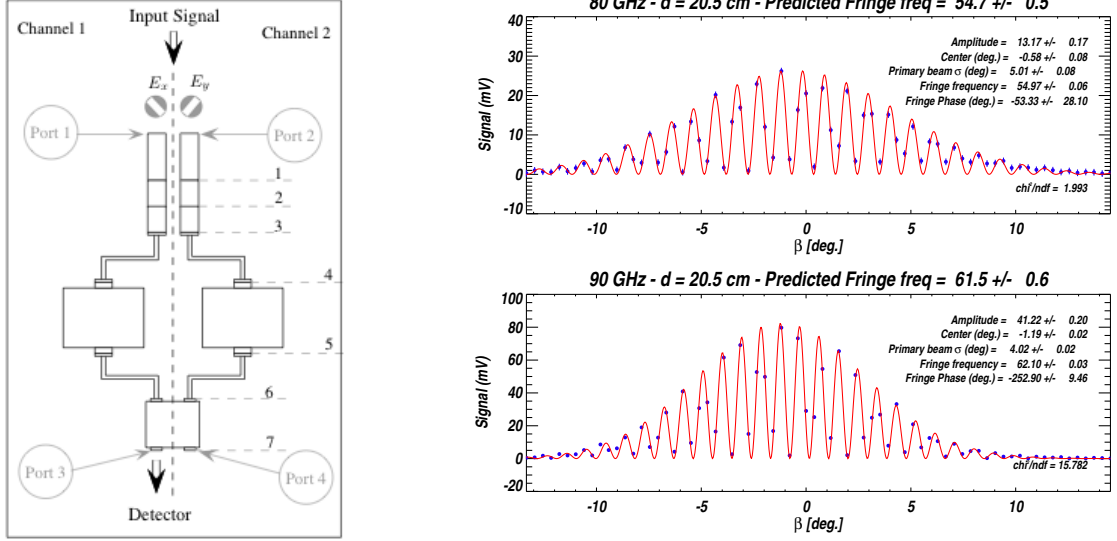


FIG. 6.11: Schéma de DIBO et résultats obtenus en faisant varier l'angle d'incidence du faisceau issu de la source : (1) cornets corrugués. (2) transition de guide d'onde circulaire à rectangulaire. (3) twists à 45 degrés. (4) et (6) bends. (5) déphaseurs contrôlés. (7) coupleur hybride permettant de recombinaison les entrées 1 et 2 dans la voie 3.

de QUBIC (voir section 6.8) dans lequel nous incluons les effets systématiques les plus importants afin de caractériser leur impact sur le signal reconstruit. En particulier, nous avons récemment travaillé sur les effets liés à la largeur de bande. Les calculs de sensibilité et le modèle de l'instrument que nous avons développé nous permettent aussi d'avoir un impact important sur le design global de l'instrument (voir section 6.9).

## 6.5 Reconstruction des visibilités polarisées

Le calcul du signal reçu par les bolomètres est quelque peu laborieux et détaillé dans [Charlassier et al., 2008] qui est inclus à la fin de cette section (*An efficient phase-shifting scheme for bolometric additive interferometry*). Nous ne donnerons donc ici que les grandes lignes. Nous avons démontré (en particulier en collaboration avec mon étudiant en thèse Romain Charlassier) que le signal  $R$  reçu par chacun des bolomètres est une combinaison linéaire des visibilités des paramètres de Stokes associés à chacune des lignes de base  $b$  de l'interféromètre :

$$\begin{aligned}
 R = & N_H \int I(\vec{n}) B^2(\vec{n}) d\vec{n} + \int U(\vec{n}) B^2(\vec{n}) d\vec{n} \sum_k \cos(\phi_{k\parallel} - \phi_{k\perp}) + \int V(\vec{n}) B^2(\vec{n}) d\vec{n} \sum_k \sin(\phi_{k\parallel} - \phi_{k\perp}) \\
 & + \sum_b \text{Re}[V_{Ib}](\cos \Delta\phi_{b\parallel\parallel} + \cos \Delta\phi_{b\perp\perp}) - \text{Im}[V_{Ib}](\sin \Delta\phi_{b\parallel\parallel} + \sin \Delta\phi_{b\perp\perp}) \\
 & + \sum_b \text{Re}[V_{Qb}](\cos \Delta\phi_{b\parallel\parallel} - \cos \Delta\phi_{b\perp\perp}) - \text{Im}[V_{Qb}](\sin \Delta\phi_{b\parallel\parallel} - \sin \Delta\phi_{b\perp\perp}) \\
 & + \sum_b \text{Re}[V_{Ub}](\cos \Delta\phi_{b\parallel\perp} + \cos \Delta\phi_{b\perp\parallel}) - \text{Im}[V_{Ub}](\sin \Delta\phi_{b\parallel\perp} + \sin \Delta\phi_{b\perp\parallel}) \\
 & + \sum_b \text{Re}[V_{Vb}](\sin \Delta\phi_{b\parallel\perp} - \sin \Delta\phi_{b\perp\parallel}) + \text{Im}[V_{Vb}](\cos \Delta\phi_{b\parallel\perp} - \cos \Delta\phi_{b\perp\parallel})
 \end{aligned} \tag{6.23}$$

On voit que trois termes d'autocorrélation (sur la première ligne) s'ajoutent à cette combinaison linéaire des visibilités polarisées, ils correspondent à l'interférence entre les voies polarisées d'un même cornet, c'est à dire au mode de Fourier nul. Les coefficients de cette combinaison linéaire sont comme on peut le voir



des fonctions sinusoïdales des différences entre les déphasages des voies polarisées  $i$  et  $j$  correspondant à la ligne de base indexée par  $b$  :

$$\Delta\phi_{b\parallel\parallel} = \phi_{i\parallel} - \phi_{j\parallel} \quad (6.24)$$

$$\Delta\phi_{b\parallel\perp} = \phi_{i\parallel} - \phi_{j\perp} \quad (6.25)$$

$$\Delta\phi_{b\perp\parallel} = \phi_{i\perp} - \phi_{j\parallel} \quad (6.26)$$

$$\Delta\phi_{b\perp\perp} = \phi_{i\perp} - \phi_{j\perp} \quad (6.27)$$

En fait, chacun des angles ci-dessus est la somme du déphasage induit par les déphaseurs (variable mais commun à tous les bolomètres) et celui induit par le combineur (fixe mais différent pour chaque bolomètre).

On peut donc, à partir du signal reçu par un bolomètre, reconstruire toutes les visibilités des quatre paramètres de Stokes simplement en inversant le problème linéaire ci-dessus. Le nombre d'inconnues est très grand (4 inconnues par ligne de base) et requiert donc un grand nombre de mesures du signal des bolomètres, obtenus avec des configurations de phase différentes. On voit donc ici l'intérêt des déphaseurs qui imposent au signal la modulation nécessaire à la reconstruction des visibilités des paramètres de Stokes.

Nous avons démontré dans l'article joint que l'on avait grand intérêt à regrouper ensemble toutes les lignes de base *équivalentes*, c'est à dire correspondant au même vecteur  $\vec{u}_b$ . On peut voir sur la figure 6.2 que compte tenu de la configuration carrée des cornets d'entrée, les lignes de base les plus courtes sont très fortement redondantes. Les lignes de base et leur redondance sont représentées sur la figure 6.12. Regrouper

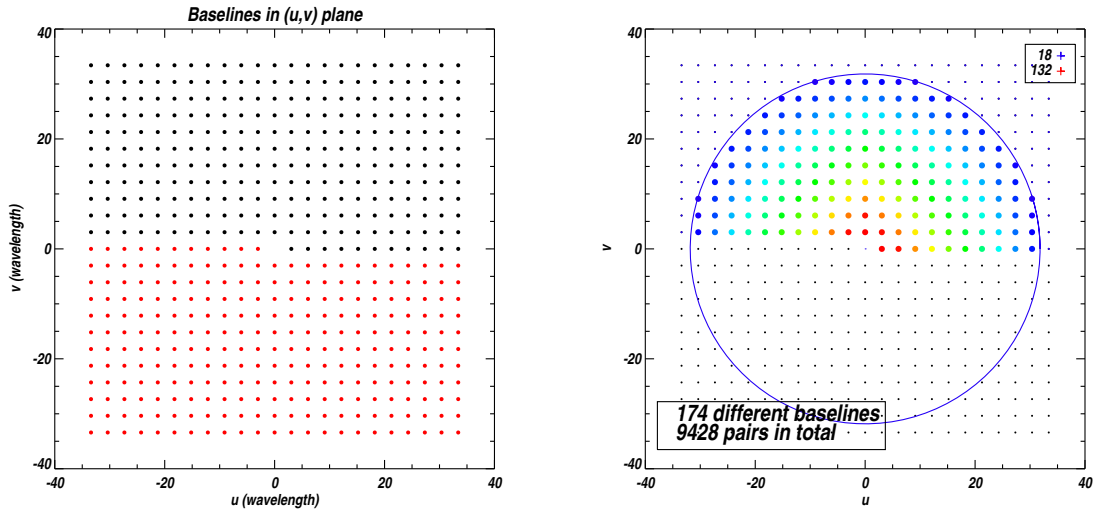


FIG. 6.12: Position (gauche) et redondance (droite) des lignes de base dans le plan  $\vec{u} = (u, v)$  pour la configuration carrée représentée sur la figure 6.2.

les lignes de base équivalentes dans l'équation 6.23 est une démarche naturelle car en fait les visibilités des paramètres de Stokes sont identiques pour deux lignes de base équivalentes, elles correspondent au même mode de Fourier. Ce regroupement va donc considérablement réduire la dimensionnalité du problème linéaire à résoudre (on voit sur la figure 6.12 que pour une matrice de 144 cornets, le nombre de lignes de base total est 9428 alors que seules 174 sont différentes) On peut donc réécrire l'équation 6.23 en effectuant



ce regroupement, on a alors autant de termes que de lignes de base différentes  $N_{\text{diff}}$ , indexées par  $\beta$  :

$$\begin{aligned}
R = & N_H \int I(\vec{n}) B^2(\vec{n}) d\vec{n} + \int U(\vec{n}) B^2(\vec{n}) d\vec{n} \sum_k \cos(\phi_{k\parallel} - \phi_{k\perp}) + \int V(\vec{n}) B^2(\vec{n}) d\vec{n} \sum_k \sin(\phi_{k\parallel} - \phi_{k\perp}) \\
& + \sum_{\beta} \text{Re}[V_{I\beta}] \sum_{b_{\beta}} (\cos \Delta\phi_{b_{\beta}\parallel\parallel} + \cos \Delta\phi_{b_{\beta}\perp\perp}) - \text{Im}[V_{I\beta}] \sum_{b_{\beta}} (\sin \Delta\phi_{b_{\beta}\parallel\parallel} + \sin \Delta\phi_{b_{\beta}\perp\perp}) \\
& + \sum_{\beta} \text{Re}[V_{Q\beta}] \sum_{b_{\beta}} (\cos \Delta\phi_{b_{\beta}\parallel\parallel} - \cos \Delta\phi_{b_{\beta}\perp\perp}) - \text{Im}[V_{Q\beta}] \sum_{b_{\beta}} (\sin \Delta\phi_{b_{\beta}\parallel\parallel} - \sin \Delta\phi_{b_{\beta}\perp\perp}) \\
& + \sum_{\beta} \text{Re}[V_{U\beta}] \sum_{b_{\beta}} (\cos \Delta\phi_{b_{\beta}\parallel\perp} + \cos \Delta\phi_{b_{\beta}\perp\parallel}) - \text{Im}[V_{U\beta}] \sum_{b_{\beta}} (\sin \Delta\phi_{b_{\beta}\parallel\perp} + \sin \Delta\phi_{b_{\beta}\perp\parallel}) \\
& + \sum_{\beta} \text{Re}[V_{V\beta}] \sum_{b_{\beta}} (\sin \Delta\phi_{b_{\beta}\parallel\perp} - \sin \Delta\phi_{b_{\beta}\perp\parallel}) + \text{Im}[V_{V\beta}] \sum_{b_{\beta}} (\cos \Delta\phi_{b_{\beta}\parallel\perp} - \cos \Delta\phi_{b_{\beta}\perp\parallel}) \quad (6.28)
\end{aligned}$$

En plus du gain significatif en terme de dimensionnalité du problème linéaire à résoudre, un bonus considérable nous est apparu en écrivant cette expression. C'est ce que nous avons appelé *sommation cohérente des lignes de base équivalentes*. On voit dans l'équation 6.28 que le coefficient devant chacune des visibilités des paramètres de Stokes est la somme sur les  $N_{\text{eq}}$  lignes de bases équivalentes à  $\beta$  des sinusoides des différences de déphasages. Le rapport signal sur bruit sur les visibilités reconstruites dépend donc fortement de l'amplitude de ces coefficients, or, celle-ci est clairement maximisée si les différences de déphasage sont identiques pour deux lignes de bases équivalentes. Le coefficient est alors simplement égal à  $N_{\text{eq}}$  fois celui d'une de ces lignes de base. On peut alors montrer (voir l'article joint [Charlassier et al., 2008] pour une démonstration rigoureuse) que la matrice de covariance des parties réelles (où imaginaires) des visibilités reconstruites (avec tous les bolomètres) se comporte de la manière suivante :

$$\mathcal{N} = \begin{cases} \frac{\sigma_0^2 N_h}{N_t} \frac{1}{N_{\text{eq}}(\beta)} & \text{pour une sommation incohérente,} \\ \frac{\sigma_0^2 N_h}{N_t} \frac{1}{N_{\text{eq}}^2(\beta)} & \text{pour une sommation cohérente.} \end{cases} \quad (6.29)$$

où  $\sigma_0$  est le bruit d'un bolomètre (NEP) et  $N_t$  est le nombre d'échantillons en temps utilisés, soit le nombre de configurations de phases des déphaseurs variables.

Ce résultat est tout à fait remarquable et n'avait pas été mentionné auparavant. En fait, plusieurs équipes s'étaient intéressées à l'interférométrie bolométrique au moment du design de leur instrument visant à rechercher les modes  $B$  de polarisation du CMB. En particulier, les membres de BICEP et CLOVER avaient étudié la question et étaient arrivés à la conclusion que le bruit sur les visibilités reconstruites était trop important pour que cette technique soit intéressante. Ils avaient en fait très certainement obtenu les résultats correspondant à la sommation incohérente des lignes de base équivalentes dans l'équation 6.29. On peut voir dans la figure 6.13 le nombre de lignes de bases équivalentes à chaque mode (exprimé en multipôle  $\ell$ ) échantillonné par une matrice carrée de 256 cornets. Une bonne approximation de ce nombre est indiquée par la droite rouge :

$$\frac{N_{\text{eq}}}{N_h} \simeq 1 - \frac{1}{\sqrt{2N_h}} - \frac{\ell}{\ell_0} \quad \text{avec} \quad \ell_0 = \frac{2\sqrt{N_h}}{\sqrt{f_{\text{sky}}}}. \quad (6.30)$$

On voit alors que  $N_{\text{eq}}$  est toujours plus petit que le nombre de cornets. L'équation 6.29 montre donc que si la sommation des lignes de base équivalentes n'est pas cohérente, la matrice de covariance de notre interféromètre bolométrique est toujours plus grande que  $\frac{\sigma_0^2}{N_t}$ , soit une moins bonne sensibilité qu'un seul bolomètre observant le ciel avec le nombre d'échantillons  $N_t$ . On comprend alors la réaction de nos collègues de CLOVER et BICEP et leur décision de ne pas construire d'interféromètre bolométrique. Cependant, si l'on respecte la sommation cohérente des lignes de base équivalentes, qui leur avait visiblement échappée, la situation est totalement différente et le facteur  $1/N_{\text{eq}}^2$  dans la matrice de covariance rend l'interférométrie bolométrique compétitive avec un imageur avec  $N_h$  cornets chacun équipé d'un PSB.

Restait alors à trouver une manière de respecter cette sommation cohérente des lignes de bases équivalentes. Dans le même article, nous avons proposé une méthode pour construire une séquence de phases

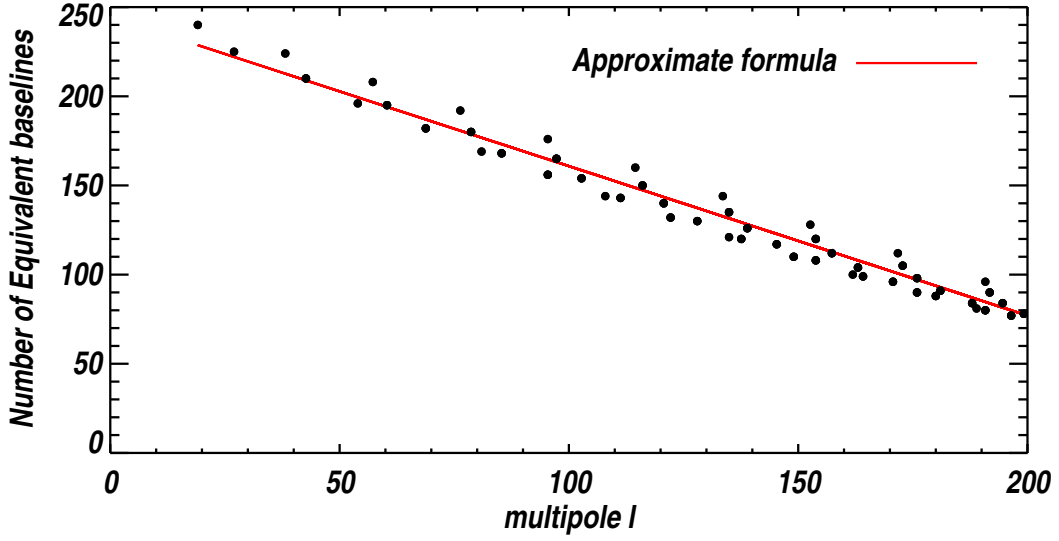


FIG. 6.13: Nombre de lignes de bases équivalentes en fonction du mode de la baseline exprimé en multipole  $\ell = 2\pi\|\vec{u}\|$  pour une matrice carrée de 256 cornets. La droite rouge correspond à l'approximation :  $\frac{N_{eq}}{N_h} \simeq 1 - \frac{1}{\sqrt{2N_h}} -$

$$\frac{\ell}{\ell_0} \text{ avec } \ell_0 = \frac{2\sqrt{N_h}}{\sqrt{f_{sky}}}.$$

pour les déphaseurs qui respecte cette propriété. Notre méthode pour construire la séquence de phases est basée sur trois séquences aléatoires de longueur  $N_t$  formées à partir de  $N_\phi$  valeurs de phases différentes accessibles par les déphaseurs (dont on a montré qu'elles devaient être régulièrement espacées entre 0 et  $2\pi$ ). L'une de ces trois séquences,  $c(t)$ , est utilisée pour le premier cornet (disons en bas à gauche de la matrice), on utilise alors les deux autres séquences aléatoires comme différences entre ce premier cornet et chacun de ses deux voisins (horizontalement  $h(t)$  et verticalement  $v(t)$ ). On procède ainsi de proche en proche pour calculer les phases à appliquer sur chacun des cornets de manière à ce que les différences de phases de deux cornets voisins soient toujours les mêmes. Finalement, la phase appliquée au cornet  $i$  dont la position dans la matrice est repérée par le vecteur  $\vec{d}_i$  est donnée par :

$$\phi_i(t) = c(t) + \vec{d}_i \cdot \vec{s}(t) \quad \text{avec} \quad \vec{s}(t) = \begin{pmatrix} h(t) \\ v(t) \end{pmatrix} \quad (6.31)$$

la sommation cohérente des lignes de bases équivalentes est alors assurée car :

$$\phi_i(t) - \phi_j(t) = (\vec{d}_i - \vec{d}_j) \cdot \vec{s}(t) = \lambda \vec{u} \cdot \vec{s}(t) \quad (6.32)$$

qui est alors le même pour toutes les lignes de base équivalentes à  $\vec{u}$  et différent pour toutes les lignes de base différentes<sup>4</sup>. Notons que le choix d'une matrice carrée pour les cornets est maintenant bien motivé par la possibilité de réaliser la sommation cohérente des lignes de base équivalentes. Enfin, ajoutons que par miracle, les déphasages induits par le combinateur de faisceau (qu'il soit un Butler combiner ou un combinateur quasi-optique) respectent la sommation cohérente des lignes de base équivalentes. Si cela n'avait pas été le cas, notre belle idée s'effondrait puisque le déphasage total est la somme de celui dû aux déphaseurs et de celui provenant du combinateur.

<sup>4</sup>Une subtilité liée au fait que l'on a en fait deux voies par cornet, puisque l'on mesure la polarisation, a été volontairement ommise ici. Ceci nous oblige alors à avoir deux vecteurs de séquences différents pour les deux polarisations  $\vec{s}_{\parallel}(t)$  et  $\vec{s}_{\perp}(t)$ . Afin de reconstruire les visibilités de tous les paramètres de Stokes on doit alors procéder à deux séquences successives de  $N_t$  phases, une avec  $\vec{s}_{\parallel}(t) = \vec{s}_{\perp}(t)$  et la suivante avec  $\vec{s}_{\parallel}(t)$  diff  $\vec{s}_{\perp}(t)$ . Finalement ceci se traduit par une perte d'un facteur  $\sqrt{2}$  sur le rapport signal sur bruit des visibilités polarisées puisque, comme avec un imageur ou un interféromètre classique, on ne peut pas les mesurer "simultanément".

Nous avons alors testé notre reconstruction des visibilitées sur une simulation reproduisant le signal mesuré par les bolomètres à partir de cartes de visibilitées polarisées simulées pour le fond diffus cosmologique. Nous avons simulé l'effets des déphaseurs en suivant ou pas notre critère de sommation cohérente des lignes de base équivalentes et enfin, nous avons ajouté du bruit instrumental. Notre simulation confirme en tout point nos calculs analytiques et nos prédictions. Elle nous a permis en outre de déterminer les valeurs optimales pour le nombre de configurations de phases dans une séquence  $N_t$  et pour le nombre de valeurs de phases différentes que doivent être capables de délivrer les déphaseurs.

Ces résultats sont résumés sur la figure 6.14. On peut voir sur la première ligne le rapport entre les erreurs calculées sur un grand nombre de réalisations de bruit instrumental et l'erreur "optimale" attendue (Eq. 6.29 en fonction du nombre de phases différentes disponibles pour les déphaseurs et de la longueur de la séquence de phases divisée par le nombre total d'inconnues<sup>5</sup>. On remarque comme on pouvait s'y attendre qu'il faut un nombre minimal de phases différentes pour que le système puisse être inversé. Le graphe de gauche de la seconde ligne montre que ce nombre minimal est approximativement  $2\sqrt{N_h} - 1$ . On voit que la reconstruction des visibilitées n'est pas optimale si l'on utilise exactement le même nombre de combinaisons de phases que d'inconnues mais devient tout à fait satisfaisant quand la longueur de la séquence est environ quatre fois plus longue. Ici encore, ceci n'est pas surprenant car nos séquences aléatoires ne sont pas exactement orthogonales, elles ne le sont qu'en moyenne. On a donc besoin de redondance pour inverser le système de manière optimale. Notons ici que notre collègue américain Ted Bunn et ses collaborateurs (membres de QUBIC), fort enthousiasmés par la sommation cohérente des lignes de base équivalentes ont publié un article [Hyland et al., 2008] à la suite de la publication du notre dans lequel ils construisent des lignes des séquences de phases exactement orthogonales, permettant d'avoir une reconstruction optimale avec des séquences de phases aussi courtes que possibles (un nombre d'échantillons exactement égal au nombre d'inconnues). Nous avons confirmé l'efficacité de ces séquences dans notre simulation. La durée de la séquence de phase est en effet un paramètre important puisque le bruit doit être blanc pendant une séquence afin de ne pas compromettre l'inversion. Elle doit donc être plus courte que  $1/f_{\text{knee}}$  des fluctuations thermiques du bain cryogénique, soit environ 100 secondes pour un cryostat typique (comme celui d'Archeops). Avec des bolomètres TES, la constante de temps est faible et on peut imaginer faire des séquences de phases de plusieurs milliers d'échantillons (il faut alors que les déphaseurs soient aussi rapides...).

Les deux graphes du bas de la figure 6.14 montrent sur  $V_I$  et  $V_Q$  l'effet de la sommation cohérente des lignes de base équivalentes. On a tracé l'erreur reconstruite en fonction du nombre de lignes de base équivalentes pour une matrice contenant 64 cornets. On voit que l'erreur est en  $1/N_{\text{eq}}$  si l'on fait une sommation cohérente et en  $1/\sqrt{N_{\text{eq}}}$  sinon. On voit aussi cet effet sur le graphe de droite de la seconde ligne sur la figure 6.14 où l'on a tracé le rapport entre l'erreur reconstruite et l'erreur optimale avec et sans sommation cohérente des lignes de base équivalentes. Le gain est indéniable.

Notons que le choix d'une matrice carrée pour les cornets est maintenant bien motivé par la possibilité de réaliser la sommation cohérente des lignes de base équivalentes. Avec une distribution quelconque des cornets, on ne pourrait pas facilement faire cette sommation, ou en tous cas on aurait besoin d'un très grand nombre de valeurs de déphasage (le déphaseur serait alors très complexe à réaliser). On verra dans la suite qu'il y a là une limitation instrumentale importante. Une matrice carrée nous semble être un excellent choix d'autant qu'elle correspond à un échantillonnage lui aussi carré dans l'espace des visibilitées qui fera l'objet de manipulations diverses et gagne donc à être naturellement pixellisé.

Une dernière remarque importante concerne la stratégie de reconstruction. Si l'on dispose de  $N_b$  bolomètres mesurant chacun une configuration de phase différente à chaque instant (du fait des déphasages induits par le combinateur de faisceaux), on pourrait alors se dire que l'on peut faire des séquences de phase plus courtes en utilisant tous les bolomètres disponibles dans l'inversion. Il me semble que ce serait là une grave erreur en raison des effets systématiques induits par l'erreur d'intercalibration entre bolomètres. Typiquement, on veut mesurer un signal 100 fois plus faible que  $E$  qui est déjà 10 fois plus faible que  $\Delta T$ . Les paramètres de Stokes sont obtenus par la différence entre deux signaux polarisés différemment et cha-

<sup>5</sup>C'est à dire 4 visibilitées complexes des paramètres de Stokes par ligne de base différente plus les 3 termes d'autocorrélation. Au total on a donc  $8N_{\text{diff}} + 3$  inconnues.

cun de ces signaux est d'amplitude supérieure à  $\Delta T$ . On imagine alors combien l'effet d'une légère erreur d'intercalibration va affecter la mesure de la polarisation  $B$ . Le problème disparaît totalement si l'on se contente de reconstruire les visibilités bolomètre par bolomètre pour les moyenner ensuite. Il faut donc des séquences de phase dont le nombre d'échantillons est égal à  $N_t$ . Notons que nous faisons ainsi disparaître l'un des principaux effets systématiques qui peut affecter les imageurs et qui a amené pratiquement tous les projets concurrents à utiliser des lames demi-onde rotatives dont on rappelle que [Brown et al., 2008] ont montré que leur efficacité était très modeste.

Nous avons donc trouvé une technique permettant de reconstruire de manière "optimale" les visibilités polarisées. Cette technique consiste à inverser bolomètre par bolomètre un système linéaire exprimant le fait que le signal reçu est la combinaison linéaire des visibilités avec des coefficients qui dépendent de la configuration des déphasages des différentes voies. On fait des séquences de phase afin de moduler la polarisation et d'avoir suffisamment de contraintes pour inverser le système. On montre que l'on peut réduire la dimensionnalité du système et rendre la mesure nettement plus précise en choisissant des séquences de phases respectant la *sommation cohérente des lignes de base équivalentes*. La matrice de covariance des visibilités reconstruites est alors  $\propto 1/N_{\text{eq}}^2$ . Notons que c'est le premier comportement que l'on attend d'un interféromètre qui somme les signaux électromagnétiques de manière cohérente avec une réduction du bruit en  $1/N_{\text{eq}}^2$  par opposition avec une simple moyenne des puissances pour laquelle le bruit ne diminue qu'en  $\propto 1/N_{\text{eq}}$ . Deux facteurs 2 doivent être inclus dans l'expression de la matrice de covariance des visibilités polarisées, le premier provient de l'impossibilité de mesurer tous les paramètres de Stokes simultanément et le second du fait que la visibilité est une quantité complexe et nous n'avons ci dessus indiqué les erreurs que sur les parties réelles ou imaginaires. L'expression de la matrice de covariance sur les visibilités polarisées est donc :

$$\mathcal{N} = \frac{4\sigma_0^2 N_h}{N_t N_{\text{eq}}^2} \quad (6.33)$$

où  $\sigma_0$  est la NEP (noise equivalent power) de notre détecteur (voir Annexe). On peut alors exprimer cette matrice de covariance plutôt en terme de température de bruit (ce qui est plus commode), il faut alors simplement remplacer  $\sigma_0$  par  $\text{NET}\Omega$  où  $\Omega$  est l'angle solide couvert par un détecteur. La matrice de covariance des visibilités polarisées complexes devient alors :

$$\mathcal{N} = \frac{4\text{NET}^2 \Omega^2 N_h}{N_t N_{\text{eq}}^2} \quad (6.34)$$

On obtient alors une mesure des visibilités compétitive avec ce qu'obtiendrait un imageur avec le même nombre de cornets (voir section suivante pour une comparaison détaillée). Sans cette sommation cohérente, l'interféromètre bolométrique s'avère être un instrument de sensibilité médiocre. Le respect de cette sommation cohérente implique de fortes contraintes sur les déphaseurs (nombre d'angles, vitesse).

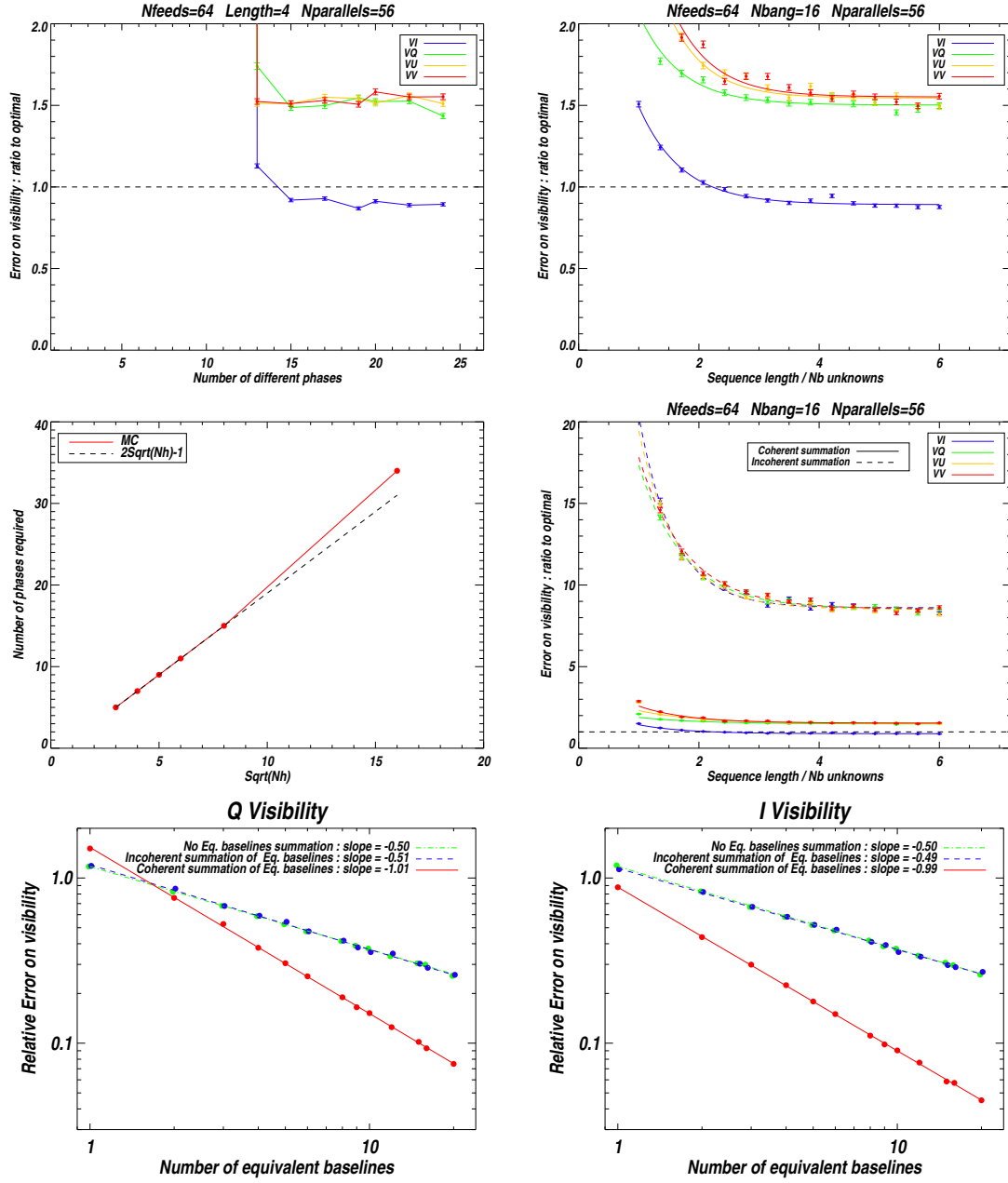


FIG. 6.14: De gauche à droite et de bas en haut : **a)** Rapport entre les erreurs reconstruites (variance sur un grand nombre de réalisations) sur les parties réelles (où imaginaires) des visibilités et l'erreur optimale en fonction du nombre de phases différentes accessibles aux déphaseurs (pour une matrice de 64 cornets). **b)** Le même rapport mais cette fois en fonction de la longueur de la séquence de phase divisée par le nombre total d'inconnues. On remarque sur **a)** et **b)** le facteur  $\sqrt{2}$  sur l'erreur sur les visibilités polarisées provenant de l'impossibilité de les mesurer simultanément. **c)** Evolution du nombre de phases nécessaires à la bonne inversion du problème linéaire en fonction du nombre de cornets. **d)** même graphe que **b)** mais en ajoutant le cas où l'on ne respecte pas la sommation cohérente des lignes de bases équivalentes (en haut). La dégradation est manifeste. **e)** et **f)** Erreur reconstruite (normalisation arbitraire) en fonction du nombre de lignes de bases équivalentes pour  $V_I$  et  $V_Q$ . On voit clairement le comportement en  $1/N_{eq}$  si l'on somme les lignes de base équivalentes de manière cohérente alors que le comportement est en  $1/\sqrt{N_{eq}}$  sinon, ou si l'on ne les somme pas du tout (résolvant le système linéaire gigantesque de l'équation 6.23). Le gain de la sommation cohérente est manifeste.

## An efficient phase-shifting scheme for bolometric additive interferometry

R. Charlassier, J.-Ch. Hamilton, É. Bréelle, A. Ghribi, Y. Giraud-Héraud, J. Kaplan, M. Piat, and D. Prêle

APC, Université Denis Diderot-Paris 7, CNRS/IN2P3, CEA, Observatoire de Paris ; 10 rue A. Domon & L. Duquet, Paris, France

Received ; accepted

### Abstract

**Context.** Most upcoming CMB polarization experiments will use direct imaging to search for the primordial gravitational waves through the B-modes. Bolometric interferometry is an appealing alternative to direct imaging that combines the advantages of interferometry in terms of systematic effects handling and those of bolometric detectors in terms of sensitivity.

**Aims.** We calculate the signal from a bolometric interferometer in order to investigate its sensitivity to the Stokes parameters paying particular attention to the choice of the phase-shifting scheme applied to the input channels in order to modulate the signal.

**Methods.** The signal is expressed as a linear combination of the Stokes parameter visibilities whose coefficients are functions of the phase-shifts.

**Results.** We show that the signal to noise ratio on the reconstructed visibilities can be maximized provided the fact that the phase-shifting scheme is chosen in a particular way called "coherent summation of equivalent baselines". As a result, a bolometric interferometer is competitive with an imager having the same number of horns, but only if the coherent summation of equivalent baselines is performed. We confirm our calculations using a Monte-Carlo simulation. We also discuss the impact of the uncertainties on the relative calibration between bolometers and propose a way to avoid this systematic effect.

**Key words.** Cosmology – Cosmic Microwave Background – Inflation - Bolometric Interferometry

### Introduction

Measuring precisely the polarization of the Cosmic Microwave Background (CMB) is one of the major challenges of contemporary observational cosmology. It has already led to spectacular results concerning the cosmological model [Kovac et al., 2002, Readhead et al., 2004, Dunkley et al., 2008, Nolte et al., 2008, Ade et al., 2008] describing our Universe. Even more challenging is the detection of the so-called B-modes in the CMB polarization, associated with pure tensor modes originating from primordial gravitational waves enhanced by inflation. Discovering these modes would give direct information on inflation as the amplitude of the B-modes is proportional to the tensor to scalar ratio for the amplitude of the primordial density perturbations which is a direct product of inflationary scenarios [Liddle and Lyth, 2000]. Furthermore, it seems that most of the inflationary models arising in the context of string theory (brane inflation, ...) predict an undetectably small scalar to tensor ratio [Kallosh and Linde, 2007]. The discovery of B-modes in the CMB may therefore appear as one of the few present ways to falsify numerous string theories. Cosmic strings and other topological defects are also sources of density perturbations of both scalar and tensor nature. They are however largely dominated by the adiabatic inflationary perturbations in TT, TE and EE power spectra and therefore hard to detect. It is only in the B-mode sector (BB power spectrum) that the tensor topological defects perturbation could be large [Bevis et al., 2007] and have a different shape [Urrestilla et al., 2008] from those originating from inflation and hence be detectable [Pogosian and Wyman, 2007].

Unfortunately, the inflationary tensor to scalar ratio seems to be rather small so that the B-modes are expected at a low

level as compared to the E-modes. The quest for the B-modes is a therefore tremendous experimental challenge: one requires exquisitely sensitive detectors with an unprecedented control of the instrumental systematics, observing at a number of different frequencies to be able to remove foreground contamination. Various teams have decided to join the quest, most of them with instrumental designs based on the imager concept (BICEP [Takahashi et al., 2008], EBEX [Oxley et al., 2008], QUIET [Samtleben et al., 2008], SPIDER [Crill et al., 2008], CLOVER [North et al., 2008]). Another possible instrumental concept is a pairwise heterodyne interferometer that has many advantages from the point of view of systematic effects (no optics for instance) and that directly measures the Fourier modes of the sky. Let us recall that the first detections of polarization of the CMB were performed with interferometers [Kovac et al., 2002, Readhead et al., 2004]. Pairwise heterodyne interferometers are however often considered as less sensitive than imagers mainly because of the additional noise induced by the amplifiers required whereas imagers use background limited bolometers. Another drawback of pairwise heterodyne interferometry is that it requires a number of correlators that scales as the square of the number of input channels limiting the number of channels actually achievable [CMB Task Force report, 2006].

A new concept of instrument called "Bolometric Interferometer" is currently under development (MBI [Timbie et al., 2003], BRAIN [Polenta et al., 2003, Charlassier et al., 2008]). In such an instrument, the interference fringes are "imaged" using bolometers. We believe that such an instrument could combine the advantages of interferometry in terms of systematic effects and data analysis and those of bolometers in terms of sensitivity. Sensitivity issues concerning imagers and interferometers (including

Send offprint requests to: rcharlas@apc.univ-paris7.fr

bolometric) have already been investigated by various authors including [Zmuidzinas, 2003, Withington et al., 2008, Saklatvala et al., 2008]. The goal of this article is to investigate ways to reconstruct the Fourier modes on the sky (the so-called *visibilities*) of the Stokes parameters with a bolometric interferometer. In particular, we focus our attention on the necessary phase-shifting schemes required to modulate the fringe patterns observed with the bolometer array. We show that one can construct phase-sequences that allow to achieve an excellent sensitivity on the visibilities: scaling as  $\sqrt{N_h}/N_{eq}$  (where  $N_h$  is the number of horns and  $N_{eq}$  is the number of couples of horns separated by identical vectors hereafter called *equivalent baselines*) whereas it would scale as  $\sqrt{N_h}/\sqrt{N_{eq}}$  for a non optimal phase-shifting sequence.

This article is organised as follows: in section 1 we describe the assumptions that we make on the hardware design and on the properties of the various parts of the detector. In section 2 we describe how the signal measured by such an instrument can be expressed in terms of the Stokes parameter visibilities. We show how to invert the problem in an optimal way in section 3 and show how the phase-shifting scheme can be chosen so that the reconstruction is indeed optimal in section 4. We have validated the method we propose using a Monte-Carlo simulation described in section 5. We end up by some considerations about systematic effects induced by cross-calibration errors and propose a way to avoid them in section 6.

### 1. Bolometric Interferometer design

In this section we will describe the basic design we assume for the bolometric interferometer and how the incoming radiation is transmitted through all of its elements. This will lead us to a model of the signal that is actually detected at the output of the interferometer. A schematic view of the bolometric interferometer is shown in Fig. 1

#### 1.1. Horns

We assume that we are dealing with an instrument which is observing the sky through  $N_h$  input horns placed on an array at positions  $\mathbf{d}_i$ . All horns are supposed to be coplanar and looking towards the same direction on the sky. They are characterized by their beam pattern on the sky noted  $B_{in}(\mathbf{n})$  where  $\mathbf{n}$  is the unit vector on the sphere. Two horns  $i$  and  $j$  form a baseline which we label by  $0 \leq b \leq N_h(N_h - 1)/2 - 1$ . The phase difference between the electric field  $E$  reaching the two horns from the same direction  $\mathbf{n}$  of the sky is such that:

$$E_j(\mathbf{n}) = E_i(\mathbf{n}) \exp(2i\pi \mathbf{u}_b \cdot \mathbf{n}), \text{ where } \mathbf{u}_b = (\mathbf{d}_j - \mathbf{d}_i)/\lambda, \quad (1)$$

where  $\lambda$  is the central observing wavelength.

#### 1.2. Equivalent baselines

It is clear that if two baselines  $b$  and  $b'$  are such that  $\mathbf{u}_b = \mathbf{u}_{b'}$ , then the phase shifts associated with the two baselines are equal, a fact that we shall extensively use in the following. All baselines  $b$  such that  $\mathbf{u}_b = \mathbf{u}_\beta$  form a class of equivalent baselines associated with mode  $\mathbf{u}_\beta$  in visibility space. For all baselines  $b$  belonging to the same class  $\beta$ , the phase difference between the two horns  $i$  and  $j$  is the same:

$$E_j(\mathbf{n}) = E_i(\mathbf{n}) \exp(2i\pi \mathbf{u}_\beta \cdot \mathbf{n}). \quad (2)$$

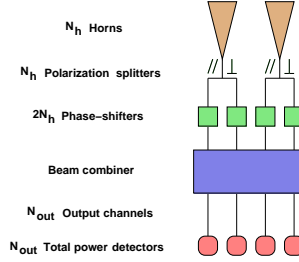


Figure 1. Schematic view of the bolometric interferometer design considered in this article.

The number  $N_\#$  of different classes of equivalent baselines depends on the array, and the number of different baselines in an equivalence class also depends on the particular class. For instance, if we consider a square array with  $N_h = N_{side}^2$  horns, there are  $N_\# = 2N_{side}(N_{side} - 1)$  classes, and the number of equivalent baselines in the class associated with<sup>1</sup>

$$\mathbf{u}_\beta = \begin{pmatrix} l \\ m \end{pmatrix} \text{ with } 1 \leq l \leq N_{side} - 1 \text{ for } m = 0 \\ \text{and } -|N_{side} - 1| \leq l \leq N_{side} - 1 \text{ for } 1 \leq m \leq N_{side} - 1, \\ \text{is } N_{eq}(\beta) = (N_{side} - |l|)(N_{side} - m).$$

#### 1.3. Polarization splitters

In order to be sensitive to the polarization of the incoming radiation, we also assume that at the output of each horn there is a device which separates the radiation into two orthogonal components noted  $\parallel$  and  $\perp$ . Such a separation can be achieved with an OrthoMode Transducer (OMT) in waveguide [Pisano et al., 2007], finline [Chattopadhyay et al. 1999] or planar [Engargiola et al. 1999, Grimes et al. 2007] technologies. Each horn therefore has two outputs measuring the electric field integrated through the beam in the two orthogonal directions. The electric field at the output of the polarization splitter corresponding to horn  $i$  coming from direction  $\mathbf{n}$  for polarization  $\eta$  ( $\parallel$  or  $\perp$ ) is defined by  $\epsilon_i^\eta(\mathbf{n})$  and writes:

$$\epsilon_i^\eta(\mathbf{n}) = B_{in}(\mathbf{n}) E_i^\eta(\mathbf{n}). \quad (3)$$

#### 1.4. Phase-shifters

Important components of the required setup are the *phase-shifters* placed on each of the outputs that allow the phase of the electric field to be shifted by a given angle that can be chosen and controlled externally. As will be shown later in this article, modulating the phases of the input channels is necessary to reconstruct the polarized visibilities (that can be related to cosmological information) from the signal on the detectors. For now we do not make any assumptions on the possible values of the angles but we will see that they have to be chosen carefully in order to optimize the signal to noise ratio. The signal after phase-shifting coming from direction  $\mathbf{n}$  with polarization  $\eta$  is:

$$\epsilon_i'^\eta(\mathbf{n}) = \exp(i\phi_i^\eta) \epsilon_i^\eta(\mathbf{n}). \quad (4)$$

For obvious hardware reasons, all phase-shifters in the setup have to be identical and deliver the same possible phase-shifts.

<sup>1</sup> in units of the smallest baseline in the array.

## 1.5. Beam combiner

In order to be able to perform interferometry, the beam of each horn has to be combined with all the others so that all possible baselines are formed. The realization of a beam combiner is an issue in itself that will not be assessed in the present article. As an example, this can be achieved using a Butler combiner [Butler, 1961, Dall'Omo, 2003] or with a quasi-optical Fizeau combiner such as the one used for the MBI instrument [Timbie et al., 2003]. All of these devices are such that the  $2N_h$  input channels result after passing through the beam combiner in  $N_{out}$  output channels that are linear combinations of the input ones. To be able to conserve the input power in an ideal lossless device, the number of output channels  $N_{out}$  has to be at least equal to the number of input channels  $2N_h$ . In the output channel  $k$ , the electric field coming from direction  $\mathbf{n}$  is  $z_k(\mathbf{n})$ :

$$z_k(\mathbf{n}) = \frac{1}{\sqrt{N_{out}}} \sum_{i=0}^{N_h-1} \sum_{\eta=0}^1 \gamma_{k,i}^\eta \epsilon_i^\eta(\mathbf{n}) \exp(i\phi_i^\eta), \quad (5)$$

where the  $\gamma_{k,i}^\eta$  coefficient model the beam combiner,  $\eta = 1$  or  $0$  respectively corresponds to  $\parallel$  and  $\perp$  polarizations. We choose to deal with configurations where the incoming power is equally distributed among all output channels: the coefficients  $\gamma_{k,i}^\eta / \sqrt{N_{out}}$  have unit modulus:  $|\gamma_{k,i}^\eta(k) / \sqrt{N_{out}}| = 1$ . Conservation of the total input power  $\sum_{i,\eta} \int |\epsilon_i^\eta(\mathbf{n})|^2 d\mathbf{n} = \sum_k \int |z_k(\mathbf{n})|^2 d\mathbf{n}$  (see equations 7-11) can be easily checked by requiring unitarity of the matrix whose elements are given by  $\gamma_{k,i}^\eta$  (one dimension is  $k$  and the other is  $i, \eta$ ).

In order to simplify the notation, we include the  $\gamma_{k,i}^\eta$  phases in the phase-shifting terms as  $\Phi_{k,i}^\eta = \phi_i^\eta + \text{Arg}(\gamma_{k,i}^\eta)$  so that:

$$z_k(\mathbf{n}) = \frac{1}{\sqrt{N_{out}}} \sum_{i=0}^{N_h-1} \sum_{\eta=0}^1 \epsilon_i^\eta(\mathbf{n}) \exp(i\Phi_{k,i}^\eta). \quad (6)$$

## 1.6. Total power detector

The signal from each of the outputs of the combiner is not detected in a coherent way as in a pairwise heterodyne interferometer but with a bolometer through its total power averaged on time scales given by the time constant of the detector (larger than the EM wave period). The power on a given bolometer is:

$$S_k = \left\langle \left| \int z_k(\mathbf{n}) d\mathbf{n} \right|^2 \right\rangle_{\text{time}} \quad (7)$$

$$= \int \langle z_k(\mathbf{n}) z_k^*(\mathbf{n}') \rangle_{\text{time}} d\mathbf{n} d\mathbf{n}'. \quad (8)$$

The signal coming from different directions in the sky are incoherent so that their time averaged correlation vanishes:

$$\langle z_k(\mathbf{n}) z_k^*(\mathbf{n}') \rangle_{\text{time}} = \langle |z_k(\mathbf{n})|^2 \rangle_{\text{time}} \delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}') \quad (9)$$

$$\equiv |z_k(\mathbf{n})|^2 \delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}'). \quad (10)$$

From now on,  $z$  is then implicitly replaced by its time-averaged value. The signal on the bolometers is finally:

$$S_k = \int |z_k(\mathbf{n})|^2 d\mathbf{n}. \quad (11)$$

## 2. Stokes parameter visibilities

Developping the signal on the bolometers in terms of the incoming electric fields easily shows autocorrelation terms for each channel as well as cross-correlation terms between all the possible pairs of channels:

$$S_k = \frac{1}{N_{out}} \int \left\{ \sum_{i=0}^{N_h-1} \left| \sum_{\eta=0}^1 \epsilon_i^\eta(\mathbf{n}) \exp(i\Phi_{k,i}^\eta) \right|^2 + 2\text{Re} \left[ \sum_{i < j} \sum_{\eta_1, \eta_2} \epsilon_i^{\eta_1}(\mathbf{n}) \epsilon_j^{\eta_2*}(\mathbf{n}) \exp(i(\Phi_{k,i}^{\eta_1} - \Phi_{k,j}^{\eta_2})) \right] \right\} d\mathbf{n}. \quad (12)$$

The electric fields from different horns are related through Eq. 2 and introduce the Stokes parameters that are generally used to describe a polarized radiation:

$$I = \langle |E_\parallel|^2 \rangle + \langle |E_\perp|^2 \rangle, \quad (13)$$

$$Q = \langle |E_\parallel|^2 \rangle - \langle |E_\perp|^2 \rangle, \quad (14)$$

$$U = \langle E_\parallel E_\perp^* \rangle + \langle E_\perp E_\parallel^* \rangle = 2\text{Re} \langle E_\parallel E_\perp^* \rangle, \quad (15)$$

$$V = i(\langle E_\parallel E_\perp^* \rangle - \langle E_\perp E_\parallel^* \rangle) = -2\text{Im} \langle E_\parallel E_\perp^* \rangle. \quad (16)$$

The Stokes parameter visibilities are defined as ( $S$  stands for  $I$ ,  $Q$ ,  $U$  or  $V$ ):

$$V_S(u_\beta) = \int S(\mathbf{n}) B_{in}^2(\mathbf{n}) \exp(2i\pi u_\beta \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{n}. \quad (17)$$

The phase-shift differences for a baseline  $b$  formed by horns  $i$  and  $j$  measured in the channel  $k$  are:

$$\Delta\Phi_{k,b}^\parallel = \Phi_{k,i}^\parallel - \Phi_{k,j}^\parallel, \quad (18)$$

$$\Delta\Phi_{k,b}^{\perp\perp} = \Phi_{k,i}^\perp - \Phi_{k,j}^\perp, \quad (19)$$

$$\Delta\Phi_{k,b}^{\parallel\perp} = \Phi_{k,i}^\parallel - \Phi_{k,j}^\perp, \quad (20)$$

$$\Delta\Phi_{k,b}^{\perp\parallel} = \Phi_{k,i}^\perp - \Phi_{k,j}^\parallel. \quad (21)$$

Putting all these definitions into Eq. 12 and after some calculations one finds that the signal on the bolometer  $k$  can be expressed purely in terms of the Stokes parameter visibilities and the phase-shifting values (the subscript  $b$  stands for all the  $N_h(N_h-1)/2$  available baselines and  $n_k$  is the noise):

$$S_k = \mathbf{\Lambda}_k \cdot \mathbf{S} + \sum_{b=0}^{N_h(N_h-1)/2-1} \mathbf{\Gamma}_{k,b} \cdot \mathbf{V}_b + n_k, \quad (22)$$

where the first term is the autocorrelations of all horns and the second one contains the cross-correlations, hence the interference patterns. We have used the following definitions:

$$\mathbf{\Lambda}_k = \frac{1}{N_{out}} \sum_{i=0}^{N_h-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cos(\Phi_{k,i}^\parallel - \Phi_{k,i}^\perp) \\ \sin(\Phi_{k,i}^\parallel - \Phi_{k,i}^\perp) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}^t = \begin{pmatrix} \int I(\mathbf{n}) B^2(\mathbf{n}) d\mathbf{n} \\ \int Q(\mathbf{n}) B^2(\mathbf{n}) d\mathbf{n} \\ \int U(\mathbf{n}) B^2(\mathbf{n}) d\mathbf{n} \\ \int V(\mathbf{n}) B^2(\mathbf{n}) d\mathbf{n} \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{k,b} = \frac{1}{N_{out}} \begin{pmatrix} \cos \Delta\Phi_{k,b}^\parallel + \cos \Delta\Phi_{k,b}^{\perp\perp} \\ -(\sin \Delta\Phi_{k,b}^\parallel + \sin \Delta\Phi_{k,b}^{\perp\perp}) \\ \cos \Delta\Phi_{k,b}^{\parallel\perp} - \cos \Delta\Phi_{k,b}^{\perp\parallel} \\ -(\sin \Delta\Phi_{k,b}^\parallel - \sin \Delta\Phi_{k,b}^{\perp\perp}) \\ \cos \Delta\Phi_{k,b}^{\perp\perp} + \cos \Delta\Phi_{k,b}^{\parallel\perp} \\ -(\sin \Delta\Phi_{k,b}^{\perp\perp} + \sin \Delta\Phi_{k,b}^{\parallel\perp}) \\ -(\sin \Delta\Phi_{k,b}^{\perp\parallel} - \sin \Delta\Phi_{k,b}^{\parallel\perp}) \\ -(\cos \Delta\Phi_{k,b}^{\perp\perp} - \cos \Delta\Phi_{k,b}^{\parallel\perp}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_b^t = \begin{pmatrix} \text{Re}[V_f(\mathbf{u}_b)] \\ \text{Im}[V_f(\mathbf{u}_b)] \\ \text{Re}[V_\theta(\mathbf{u}_b)] \\ \text{Im}[V_\theta(\mathbf{u}_b)] \\ \text{Re}[V_\psi(\mathbf{u}_b)] \\ \text{Im}[V_\psi(\mathbf{u}_b)] \\ \text{Re}[V_V(\mathbf{u}_b)] \\ \text{Im}[V_V(\mathbf{u}_b)] \end{pmatrix} \quad (24)$$



4

R. Charlassier et al.: An efficient phase-shifting scheme for bolometric additive interferometry

All of this can be regrouped as a simple linear expression involving a vector with all the sky informations (Stokes parameter autocorrelations  $\mathbf{S}$  and all visibilities  $\mathbf{V}_b$ ) labelled  $\mathbf{X}$  and another involving the phase-shifting informations ( $\mathbf{A}_k$  and  $\mathbf{\Gamma}_{k,b}$ ) labelled  $\mathbf{A}_k$ :

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{A}_k \cdot \mathbf{X} + n_k. \quad (25)$$

Finally, various measurements of the signal coming from the  $N_{out}$  different channels and/or from different  $N_t$  time samples with different phase-shifting configurations can be regrouped together (the index  $k$  now goes from 0 to  $N_d = N_t \times N_{out}$ ) by adding columns to  $\mathbf{A}$  which then becomes a matrix  $\mathbf{A}$  and transforming the individual measurement  $\mathbf{S}_k$  into a vector  $\mathbf{S}$ :

$$\mathbf{S} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{n}. \quad (26)$$

where  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{X}$  and  $\mathbf{S}$  are easily expressed as a function of the quantities defined above (the total number of baselines is  $N_b = N_h(N_h - 1)/2$ ):

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ \vdots \\ S_{N_d-1} \end{pmatrix} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 & \cdots & \mathbf{A}_{N_d-1} \\ \mathbf{\Gamma}_{0,0} & \mathbf{\Gamma}_{1,0} & \cdots & \mathbf{\Gamma}_{N_d-1,0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{\Gamma}_{0,N_b-1} & \mathbf{\Gamma}_{1,N_b-1} & \cdots & \mathbf{\Gamma}_{N_d-1,N_b-1} \end{pmatrix} \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} \mathbf{S}' \\ \mathbf{V}'_0 \\ \vdots \\ \mathbf{V}'_{N_b-1} \end{pmatrix} \quad (27)$$

### 3. Reconstruction of the visibilities

Once one has recorded enough data samples to invert the above linear problem (we will call such a period a *sequence* in the following), the solution is the usual one assuming that the measurements noise covariance matrix is  $\mathcal{N} = \langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^t \rangle$ :

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}^t \cdot \mathcal{N}^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \cdot \mathcal{N}^{-1} \cdot \mathbf{S}, \quad (28)$$

with covariance matrix:

$$\mathcal{N} = \langle (\hat{\mathbf{X}} - \langle \hat{\mathbf{X}} \rangle) \cdot (\hat{\mathbf{X}} - \langle \hat{\mathbf{X}} \rangle)^t \rangle = (\mathbf{A}^t \cdot \mathcal{N}^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1}. \quad (29)$$

#### 3.1. Regrouping equivalent baselines

One sees that the dimension  $N_u$  of the  $\mathbf{X}$  vector of unknowns is rather large:  $N_u = 3 + 8 \times N_b$  where  $N_b = N_h(N_h - 1)/2$  is the number of baselines formed by the input horn array. For a large horn array this number can become really large. A  $10 \times 10$  array has for instance  $N_b = 4950$  baselines and  $N_u = 39603$  unknowns. One needs at least as many data samples as unknowns (and in many cases more than that) so this would involve manipulations of very large matrices. In fact as we said before, depending on the relative positions of the input horns, there may be a lot of *equivalent* baselines: different couples of horns separated by the same vector  $\mathbf{u}_\beta$  hence measuring exactly the same visibilities. It is clearly advantageous to regroup these equivalent baselines together in order to reduce the dimension of the system. As we will see below there is a huge extra-advantage to do it this way in terms of signal-to-noise ratio if one chooses the phase-shifters angles wisely.

In the case where the input horn array is a square grid with size  $N_{side} = \sqrt{N_h}$ , the number of different classes of equivalent baselines is  $N_x = 2N_{side}(N_{side} - 1) = 2(N_h - \sqrt{N_h}) = 180$  for a  $10 \times 10$  horn array, hence reducing the number of unknowns to 1443 which is a huge improvement. It is obvious that all equivalent baselines measure the same visibilities and can therefore be regrouped together in the linear problem leading to the same

solution as considering the equivalent baselines separately. One just has to reorder the terms in Eq. 22 as first a sum over all different baselines  $\beta$  and then a sum over each of the baselines  $b_\beta$  equivalent to  $\beta$  coming on the output line  $k$ :

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{A}_k \cdot \mathbf{S} + \sum_{\beta=0}^{N_x-1} \mathbf{\Gamma}_{k,\beta} \cdot \mathbf{V}_\beta + n_k, \quad (30)$$

changing the  $\mathbf{\Gamma}$  vector to:

$$\mathbf{\Gamma}_{k,\beta} = \frac{1}{N_{out}} \sum_{b_\beta=0}^{N_{eq}(\beta)-1} \begin{pmatrix} \cos \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\parallel\parallel} + \cos \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\perp\perp} \\ -(\sin \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\parallel\parallel} + \sin \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\perp\perp}) \\ \cos \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\parallel\parallel} - \cos \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\perp\perp} \\ -(\sin \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\parallel\parallel} - \sin \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\perp\perp}) \\ \cos \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\perp\parallel} + \cos \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\parallel\perp} \\ -(\sin \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\perp\parallel} + \sin \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\parallel\perp}) \\ -(\sin \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\perp\parallel} - \sin \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\parallel\perp}) \\ -(\cos \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\perp\perp} - \cos \Delta\Phi_{k,b_\beta}^{\parallel\parallel}) \end{pmatrix}. \quad (31)$$

The global system to be solved is written in the same way as before  $\mathbf{S} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{n}$ , where the matrix  $\mathbf{A}$  and the vectors  $\mathbf{X}$  and  $\mathbf{S}$  are constructed as defined in Eq. 27. Let's recall that each column of the matrix  $\mathbf{A}$  corresponds to phase-shifters configurations encoded in  $\mathbf{\Gamma}_{k,\beta}$  (for all different baselines  $\beta$ ) and  $\mathbf{A}_k$ .

#### 3.2. Coherent summation of equivalent baselines

We shall now investigate the noise covariance matrix for the reconstructed visibilities and how one can possibly optimize it. The noise coming from one horn illuminating one bolometer with the power  $P_0$  during one time sample is [Bowden et al., 2004, Lamarre, 1986]:

$$\sigma_0^2 = a_s P_0 + a_b P_0^2, \quad (32)$$

where  $a_s P_0$  is called the "shot noise" term and  $a_b P_0^2$  the "photon bunching" term<sup>2</sup>. Now in the case considered here,  $N_h$  horns illuminate  $N_{out}$  bolometers, so the total power on one bolometer is  $P = N_h/N_{out} \times P_0$ . So the noise on one of our detectors writes:

$$\sigma^2 = a_s P + a_b P^2 = a_s P_0 \frac{N_h}{N_{out}} + a_b P_0^2 \times \left( \frac{N_h}{N_{out}} \right)^2 \quad (33)$$

$$\leq \frac{N_h}{N_{out}} \sigma_0^2, \quad (34)$$

because  $N_{out} \geq 2N_h$ . We shall therefore use this upper limit to express the noise covariance matrix of the measured data samples. We assume for simplicity that the noise is stationary and uncorrelated from one data sample to another and that the combiner is lossless (for a Butler combiner this is true if  $N_{out} = 2N_h$ ). The noise covariance matrix is then diagonal and writes:

$$\mathcal{N} = \frac{\sigma_0^2 N_h}{N_{out}} \times \mathbb{I}, \quad (35)$$

where  $\mathbb{I}$  is the  $N_d \times N_d$  identity matrix ( $N_d = N_{out} \times N_t$  is the number of data samples taken during  $N_t$  times samples with  $N_{out}$

<sup>2</sup> At 90 GHz with 30% bandwidth, the second term is not negligible if one observes from the ground. From space however, still at 90 GHz, the second term becomes negligible as the input power is significantly reduced.

output channel). The visibilities covariance matrix (see Eq. 29) writes:

$$\mathcal{N} = \frac{\sigma_0^2 N_h}{N_{\text{out}}} \times (A' \cdot A)^{-1}. \quad (36)$$

We have regrouped all equivalent baselines together in  $A$ , each of its elements is therefore the sum on  $N_{\text{eq}}$  sines and cosines of the phase-shifting angles (as expressed in Eq. 31). We will assume here that the angles are chosen randomly and uniformly from a set of possible values between 0 and  $2\pi$ . Now there are two possibilities depending on the choice for the phase-shifting angles for all baselines equivalent to a given one: they can all be different or they can all be equal. We refer to this choice as *incoherent* or *coherent* summation of equivalent baselines:

- *Incoherent summation of equivalent baselines*: each of the sum of the two sine/cosine functions of the uniformly distributed angles has zero average and a variance 1. Each element of  $\Gamma_{k,\beta}$  is the sum of  $N_{\text{eq}}$  of these and the *Central Limit Theorem* states that it will have zero average and a variance  $\left(\frac{1}{N_{\text{out}}}\right)^2 N_{\text{eq}}(\beta)$ .
- *Coherent summation of equivalent baselines*: then each elements of  $\Gamma_{k,\beta}$  is  $\frac{1}{N_{\text{out}}} N_{\text{eq}}(\beta)$  times the same angle contribution with variance 1. The matrix elements ends up having a variance  $\left(\frac{1}{N_{\text{out}}}\right)^2 N_{\text{eq}}^2(\beta)$ .

Coming back to  $A' \cdot A$ , the multiplication by the transpose will add together all the  $N_d$  different data samples. The off-diagonal elements will cancel out to zero because the angles are uncorrelated from one channel to another. The diagonal elements will however average to the variance of the elements in  $A$  multiplied by  $N_d$ . So finally, depending on the choice between incoherent or coherent summation of equivalent baselines, the visibility covariance matrix will scale in a different manner:

$$\mathcal{N} = \begin{cases} \frac{\sigma_0^2 N_h}{N_{\text{out}}} \frac{1}{N_d} \frac{N_{\text{out}}^2}{N_{\text{eq}}(\beta)} = \frac{\sigma_0^2 N_h}{N_t} \frac{1}{N_{\text{eq}}(\beta)} & \text{for incoherent summation,} \\ \frac{\sigma_0^2 N_h}{N_{\text{out}}} \frac{1}{N_d} \frac{N_{\text{out}}^2}{N_{\text{eq}}^2(\beta)} = \frac{\sigma_0^2 N_h}{N_t} \frac{1}{N_{\text{eq}}^2(\beta)} & \text{for coherent summation.} \end{cases} \quad (37)$$

Of course the evaluation above is only valid in a statistical sense, insofar as the phase shifts are really randomly chosen. If this the case, Eq. 37 are true up to random corrections of relative order  $1/\sqrt{N_d}$ . The latter scaling in Eq. 37 is clearly more advantageous and optimises the reconstruction of the visibilities. In fact this result is quite obvious: if the phase-shifting angles for equivalent baselines are all different, the coefficients of the linear problem that one wants to invert will always be smaller than if the summation of equivalent baselines is performed coherently. The signal to noise ratio on the visibilities will therefore be optimal if one maximises the coefficients, which is obtained by choosing the coherent summation.

### 3.3. Comparison with classical interferometers and imagers

The variance on the visibilities obtained above in the case of a coherent summation of equivalent baselines can be rewritten:

$$\sigma_{V(\beta)}^2 = \frac{N_h}{N_{\text{eq}}(\beta)} \frac{\sigma_0^2}{N_t N_{\text{eq}}(\beta)}, \quad (38)$$

that can be compared<sup>3</sup> to formula (28) in [Hobson and Magueijo, 1996] which is the equivalent for pairwise heterodyne interferometry  $\sigma_0^2/N_t N_{\text{eq}}(\beta)$ . We see that the only difference introduced by bolometric interferometry is the factor  $N_h/N_{\text{eq}}(\beta)$ . In average, the number of equivalent baselines is  $\langle N_{\text{eq}} \rangle = (N_h(N_h - 1)/2)/N_\# \simeq N_h/4$ , but is much larger for small baselines. The design of the instrument has to be such that the “interesting” baselines are very redundant leading to a  $N_h/N_{\text{eq}}$  closer to one. The resulting expression of the variance on visibilities for bolometric interferometry therefore only differs by this slightly larger than one factor with respect to pairwise heterodyne interferometry. The important point is that the value of  $\sigma_0$  for bolometric interferometry is typical of a bolometer (photon noise dominated) hence smaller than what can be achieved with HEMT amplifiers in a pairwise heterodyne interferometer.

This result can be summarized as follows: a bolometric interferometer using coherent summation of equivalent baselines can achieve the sensitivity that would be obtained with a pairwise heterodyne interferometer with the noise of a bolometric instrument (and without the complexity issues related to the large number of channels). Such an instrument would therefore also be competitive with an imager that would have the same number of bolometers as we have input channels in our bolometric interferometer. This is shown in [Hamilton et al., 2008] where a detailed study of the comparison between a bolometric interferometer, a pairwise heterodyne interferometer and an imager from the sensitivity point of view is done. On the opposite, if the equivalent baselines are summed incoherently, it is obvious that the sensitivity would be very poor due to the absence of the  $1/N_{\text{eq}}$  additional factor. However, bandwidth is usually an additional difficulty in interferometry, limiting the sensitivity at small scales as signals at different frequencies do not interfere coherently. The problem of bandwidth is now under detailed study.

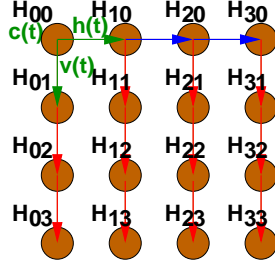
The next section shows how it is possible to choose the phase-shifting sequences in such a way that the prescription of *coherent summation of equivalent baselines* is enforced.

## 4. Choice of the optimal phase-sequences

One wants the phase-shifting scheme to be such that *equivalent baselines* have exactly the same sequence but that *different baselines* have different phase-shifts so that they can be disentangled by the linear inversion corresponding to Eq. 30. Now let's see how to comply with this constraint of having *equivalent* baselines correspond to identical phase differences. An important remark is that, as can be seen in Eq. 6, the phase-shift have two different origins: the phase-shifters themselves on the one hand whose angles can be chosen to follow a given sequence and are the same for all output channels and on the other hand, the phase-shifts coming from the beam combiner. Each input will be labelled by the horn number  $0 \leq i \leq N_h - 1$  and the polarization direction  $\eta$ . Each output is labelled by its number  $1 \leq k \leq N_{\text{out}}$ . The phase-shift differences are therefore

$$\Delta\Phi_{k,i\eta,j\eta'} = \underbrace{(\phi_{i\eta} - \phi_{j\eta'})}_{\text{phase-shifters}} + \underbrace{(\text{Arg}(\gamma_{k,i}^\eta) - \text{Arg}(\gamma_{k,j}^{\eta'}))}_{\text{beam combiner}}. \quad (39)$$

<sup>3</sup> The notations are different :  $t_{\text{vis}}$  in [Hobson and Magueijo, 1996] has to be replaced by our  $N_t$ , their  $n_{\text{vis}}$  is the number of equivalent baselines  $N_{\text{eq}}$ . In our article  $\sigma_0$  corresponds to  $s\Omega_s$  in their article as a noise equivalent power NEP has to be replaced by  $\text{NET} \times \Omega$  when talking about noises in temperature unit rather than in power unit.



**Figure 2.** Choosing all the phase sequences from that of one horn and two phase sequence differences (represented in green).

a) Phase-shifter phase differences (unpolarized case):

We assume that the horns are placed on a square array with size  $N_{\text{side}} = \sqrt{N_h}$  as in Fig. 2. In this case, the position of all horns can be parametrized, in units of the minimum horn separation, as a vector  $\mathbf{d}_i = \begin{pmatrix} l_i \\ m_i \end{pmatrix}$  where  $l_i$  and  $m_i$  are integers running from 0 to  $N_{\text{side}} - 1$  such that  $i = l_i + N_{\text{side}} m_i$ . In this case, we have seen that there are  $N_\beta = 2(N_h - \sqrt{N_h})$  different classes of equivalent baselines labelled  $\mathbf{u}_\beta$ . Forgetting about polarization, the phase sequences can be constructed from a vector of two independent random phase sequences  $h(t)$  and  $v(t)$  which separate the horizontal and vertical directions in the horn array:

$$\phi_i(t) = \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{s}(t) \text{ where } \mathbf{s}(t) = \begin{pmatrix} h(t) \\ v(t) \end{pmatrix}. \quad (40)$$

The phase shift difference associated with the baseline between horns  $i$  and  $j$  is

$$\phi_i - \phi_j = (\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_j) \cdot \mathbf{s}(t), \quad (41)$$

and it is clear that the phase shift difference sequences will be the same for all baselines such that  $\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_j = \mathbf{u}_\beta$ , where  $\beta$  is one of the classes of equivalent baselines. Because the two random sequences  $h(t)$  and  $v(t)$  have been chosen independent, the phase sequences associated with two different baselines classes  $\beta \neq \beta'$  will be different.

b) Separating polarizations:

Looking at formula (24), it is clear that one will not be able to separate  $V_I$  and  $V_Q$  visibilities, unless one uses two independent vectors of sequences  $\mathbf{s}_\parallel(t) \neq \mathbf{s}_\perp(t)$ . However, in this case  $V_U$  and  $V_V$  are not measured with maximum accuracy because the phase shift differences

$$\phi_{i\parallel} - \phi_{j\perp} = \mathbf{s}_\parallel(t) \cdot \mathbf{d}_i - \mathbf{s}_\perp(t) \cdot \mathbf{d}_j,$$

are not equal for two different but equivalent baselines, so that they do not add coherently. One is therefore led to use alternately two measuring modes:

1. One mode where  $\mathbf{s}_\parallel(t) \neq \mathbf{s}_\perp(t)$ , where phase shifts differences read:

$$\phi_{i\parallel} - \phi_{j\parallel} = \mathbf{s}_\parallel(t) \cdot (\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_j).$$

In this mode,  $V_I$  and  $V_Q$  are measured with maximum accuracy (noise reduction  $\propto N_{\text{eq}}^2$ ), but  $V_U$  and  $V_V$  are only measured with noise a reduction  $\propto N_{\text{eq}}$ .

2. One mode with  $\mathbf{s}_\parallel(t) = \mathbf{s}_\perp(t) = \mathbf{s}(t)$ . Then however, one cannot measure  $V_V$  because

$$\phi_{i\parallel} - \phi_{j\perp} = \mathbf{s}(t) \cdot (\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_j) = \phi_{i\perp} - \phi_{j\parallel},$$

therefore one must introduce two more sequences  $c_\parallel(t) \neq c_\perp(t)$  (one of them may be zero) independent from one another and from  $\mathbf{s}(t)$ , such that  $\phi_{i\parallel} = \mathbf{s}(t) \cdot \mathbf{d}_i + c_\parallel(t)$ . Then:

$$\phi_{i\parallel} - \phi_{j\perp} = \mathbf{s}(t) \cdot (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) + c_\parallel(t) - c_\perp(t)$$

whereas

$$\phi_{i\perp} - \phi_{j\parallel} = \mathbf{s}(t) \cdot (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) + c_\perp(t) - c_\parallel(t)$$

but

$$\phi_{i\parallel} - \phi_{j\parallel} = \phi_{i\perp} - \phi_{j\perp} = \mathbf{s}(t) \cdot (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j),$$

which means that  $V_I$ ,  $V_U$  and  $V_V$  are measured with maximum accuracy (noise reduction  $\propto N_{\text{eq}}^2$ ), but  $V_Q$  is not measured at all.

We mentioned before that we need all phase-shifters to be identical: they all have to be able to produce the same  $n_\phi$  phase-shifts (let us call this ensemble  $\Psi$ ) but in different order. If  $h_\eta(t)$ ,  $v_\eta(t)$  and  $c_\eta(t)$  are sequences of elements belonging to  $\Psi$ , then the phase for any horn also has to belong to  $\Psi$ , meaning that  $\phi_{i\parallel}(t) = l_i h_\eta(t) + m_i v_\eta(t) + c_\eta(t)$  has to belong to  $\Psi$ . As shown in Appendix A, this requires to choose the  $n_\phi$  values of the phase-shifts regularly spaced between 0 and  $2\pi$  as:

$$\phi_n = n \frac{2\pi}{n_\phi} \quad (n = 0, \dots, n_\phi - 1). \quad (42)$$

The elementary sequences  $h_\eta(t)$ ,  $v_\eta(t)$  and  $c_\eta(t)$  are uniform random sample of  $N_s$  values taken among the  $n_\phi$  elements of  $\Psi$ . They must be chosen independent from one another to make sure that unequivalent baselines do not share the same sequence of phase differences.

c) Beam combiner phase difference:

As was said before there are two main designs for the beam combiner: Butler combiner [Dall'Omo, 2003] or quasi optical combiner [Timbie et al., 2003]. Without going into details, let us say that identical phase shifts for equivalent baselines are naturally obtained for the quasi optical combiner, and are achieved through an adequate wiring for the Butler combiner.

d) Summary and expected accuracy:

Finally, in order to recover the visibilities keeping to the “coherent summation of equivalent baselines” criterion, one only has to build phase sequences that successively follow modes 1 and 2 on an equal footing, build the corresponding  $A$  matrix and solve the system. There is a price to pay: during the first half sequence,  $V_I$  and  $V_Q$  are measured with optimal accuracy but  $V_U$  and  $V_V$  are not, during the second half sequence,  $V_I$ ,  $V_U$ , and  $V_V$  are measured with optimal accuracy but  $V_Q$  is not measured at all. We therefore expect the sensitivity on  $V_Q$ ,  $V_U$  and  $V_V$  to be down by roughly a factor of  $\sqrt{2}$  with respect to the sensitivity on  $V_I$ , although the sensitivity on  $V_U$  and  $V_V$  will be slightly better constrained than on  $V_Q$ .

## 5. Monte-Carlo simulations

We have investigated what was discussed above using Monte-Carlo simulations. There are three approaches that have to be compared for the reconstruction of the Stokes parameter visibilities.

- Considering all baselines independantly without regrouping the equivalent ones. We expect this method to have error bars scaling as  $1/\sqrt{N_{eq}}$ . The system to solve is large in that case.
- Regrouping the equivalent baselines together but without any choice for the phase-shifts so that they don't add in a coherent way. We expect this method to be exactly equivalent to the previous one but with a reduced size of the matrices.
- Following the strategy to regroup equivalent baselines and choose the phases so that they are coherently added. We expect the error bars to scale as  $1/N_{eq}$  and therefore be the most efficient.

In each case, we have simulated random visibilities with  $V_Q, V_U$  and  $V_V$  a hundred times lower than  $V_I$  as expected from the CMB and calculated the signal expected on the bolometers using the phase-shift values for the three above strategies. We then added Gaussian noise with a variance  $\sigma_{MC}^2 = \sigma_0^2 N_h/N_t$  to the bolometer signal. In each case we have performed a large number of noise and phase-shift sequence realisations. For each realisation, we have stored the reconstructed and input visibilities and analysed the residuals distributions. We have investigated the three above strategies and also the behaviour of the third one (coherent summation of equivalent baselines) with respect to the two free parameters: the length of the phase-shift sequence before inverting the linear problem and the number of different phase-shift angles (regularly spaced between 0 and  $2\pi$  as shown in Appendix A).

### 5.1. Scaling with the number of equivalent baselines

We show in Fig. 3 the scaling of the RMS residuals on the visibilities as a function of the number of equivalent baselines. We have divided the RMS by  $\sigma_0 \sqrt{N_h/N_t}$  in order to isolate the effects that are specific to bolometric interferometry and depend on the way equivalent baselines are summed (see Eq. 37). We see that as expected the scaling is  $\propto 1/N_{eq}$  if one solves the problem by maximizing the signal to noise ratio using our coherent summation of equivalent baselines. The poor  $1/\sqrt{N_{eq}}$  scaling is also observed when all baselines are considered separately or when the phase-shift angles are not choosen optimally.

### 5.2. Scaling with the number of samples and number of different phases

Let's now concentrate on the optimized strategy described above: coherent summation of equivalent baselines. We show in Fig. 4 the scaling of the RMS residuals on the visibilities with respect to the length of the sequence and the number of different phases achieved by the phase-shifters (as shown in Appendix A, these have to be regularly spaced between 0 and  $2\pi$ ). The RMS values have been divided by  $\frac{\sigma_0}{N_{eq}} \sqrt{\frac{N_h}{N_t}}$ .

One observes (Fig. 4 left) that the linear problem is singular when the number of different phases is not sufficient. Varying the number of horns in the array led us to derive the general scaling  $\approx 2\sqrt{N_h}$  for the minimum number of phases. Increasing the number of possible angles does not improve the residuals. Concerning the length of the sequence (Fig. 4 right), one observes that when it is slightly larger than the number of unknowns ( $N_u = 3 + 8 \times N_\#$  where  $N_\#$  is the number of different baselines,  $N_\# = 2(N_h - \sqrt{N_h})$  for a square array) then the reconstruction of the visibilities is not optimal due to the lack of constraints. Optimality is progressively reached when integrating a larger number of samples before inverting the problem. A reasonably optimal result is obtained when  $N_d \approx 4 \times N_u$ . The expected  $\approx \sqrt{2}$

difference between the accuracy on  $V_I$  and that on  $V_Q, V_U$  and  $V_V$  (due to the fact that we have to perform two successive phase-shifting schemes in order to measure all three polarized visibilities) is also confirmed by the simulation.

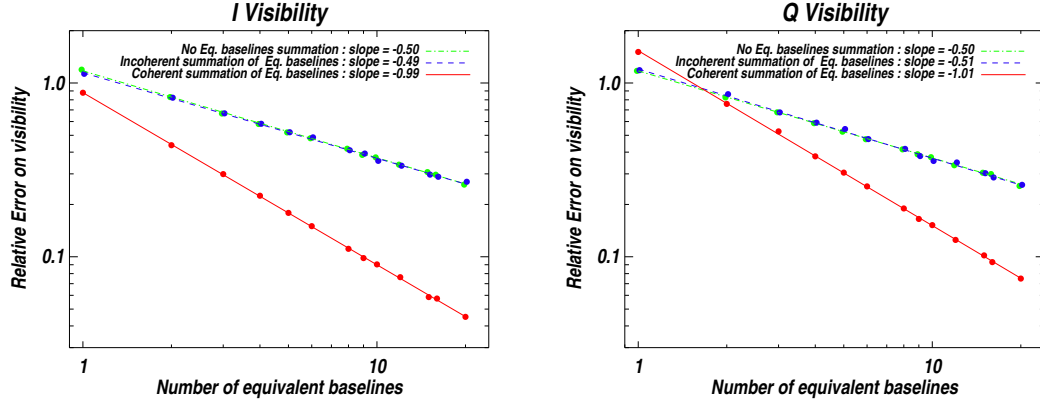
## 6. How to proceed with a realistic instrument ?

When dealing with a realistic instrument one has to account for systematic errors and uncertainty to choose the precise data analysis strategy. We do not want to address the wide topic of systematic effects with bolometric interferometry in this article (we refer the interested reader to [Bunn, 2007] where systematic issues for interferometry are treated in a general way) but just want to stress one point that is specific to the method we propose here, related to intercalibration of the bolometers in the detector array.

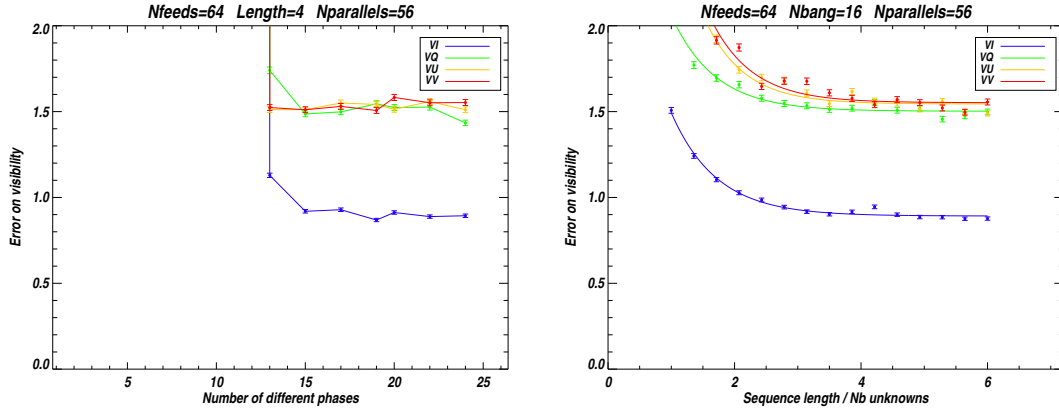
Inverting the linear problem in Eq. 30 is nothing but expressing the Stokes parameter visibilities as linear combinations of the  $N_d$  signal measurements performed with different phase-shifting configurations. These measurements can be those of the  $N_{out}$  bolometers each in  $N_t$  time samples. This is where intercalibration issues have to be considered. Linear combinations of signals measured by different bolometers are extremely sensitive to errors in intercalibration and will induce leakage of intensity into the polarized Stokes parameters if it is not controlled up to an exquisite accuracy. So we claim that combining different bolometers in the reconstruction of the visibilities in a bolometric interferometer such as the one we describe here is not a wise choice unless the bolometers array is very well intercalibrated (through precise flat-fielding). The solution we propose is to treat all the bolometers independantly, inverting the linear problem separately for each of them. This requires a lot of time samples for the phase-shift sequences but is safer from the point of view of systematics. As a realistic example, for a  $10 \times 10$  elements square input array, the number of different baselines is 180 and the number of unknowns is 1443. An optimal reconstruction of the visibilities can therefore be achieved with  $\sim 6000$  time samples. The duration of the time samples is driven by both the time constant of the bolometers (very short with TES) and the speed achieved by the phase-shifter to switch from one phase to the other. A reasonable duration for the time samples is about 10 msec which would correspond to sequences lasting about one minute. It is likely that the cryogenic system of such a bolometric interferometer would ensure a stable bath on the minute time scale so that the knee frequency of the bolometric signal would be smaller than  $1 \text{ min}^{-1}$ . In such a case, the noise can be considered as white (diagonal covariance matrix) during each sequence and the inversion gets easily tractable even with 6000 samples vectors. We are currently performing fully realistic simulations including systematic effects, the results will be presented in a future publication.

## Conclusions

We have investigated the way to reconstruct the Stokes parameter visibilities from a bolometric interferometer. It turns out that all three complex Stokes parameter visibilities can be reconstructed with an accuracy that scales as the inverse of the number of equivalent baselines if one follows a simple prescription: all equivalent baselines have to be factorized together in a coherent way, meaning that the phase-shift differences have to be equal for equivalent baselines. We have proposed a simple way to construct such phase-shift sequences and tested it on a Monte-Carlo simulation. The simulation confirms that the scaling of the errors



**Figure 3.** Relative RMS on visibility residuals for  $V_I$  (left) and  $V_Q$  (right). The behaviour for  $V_U$  and  $V_V$  would be exactly the same as for  $V_Q$ . The RMS on the residuals has been divided by the expected  $\sigma_0 \times \sqrt{\frac{N_h}{N_t}}$  scaling for each strategy to exhibit only the dependence with the number of equivalent baselines. The data points were fitted with linear slopes in Log-Log to measure the power of the scaling. One sees that the strategy where equivalent baselines are summed in a coherent way leads to a much better scaling  $\propto \frac{1}{N_{eq}}$  than the other strategies that both scale as  $\propto \frac{1}{\sqrt{N_{eq}}}$ .



**Figure 4.** Scaling of the RMS residuals (divided by  $\frac{\sigma_0}{N_{eq}} \sqrt{\frac{N_h}{N_t}}$ ) on the Stokes parameter visibilities with respect to the number of different phases achieved by the phase-shifters and the number of different phase configurations used for the analysis (length of the sequence). One sees on the left that for a number of horns of 64 one needs at least 12 or 13 different angles to be able to solve the linear problem. It is clear from the plot on the right that the longer the sequence, the better the residuals, but a plateau is rapidly reached when the number of samples is around 4 times the number of unknowns in the linear problem. One can also see the factor  $\approx \sqrt{2}$  between the accuracy on the intensity and the polarized Stokes parameters due to the two-steps phase-shifting scheme that we have to perform to be able to reconstruct them all.

on the visibilities is  $\propto \sqrt{N_h}/N_{eq}$  if one follows our prescription but  $\sqrt{N_h}/N_{eq}$  otherwise.

The main conclusion of this article is therefore that a bolometric interferometer can achieve a good sensitivity only with an appropriate choice of the phase-shift sequences (coherent summation of equivalent baselines). A detailed study of the sensitivity of a bolometric interferometer shows [Hamilton et al., 2008] that they are competitive with imagers and pairwise heterodyne interferometers.

We also discussed the data analysis strategy and proposed a solution to the possible cross-calibration issues between the different bolometers. Even though one has simultaneously  $N_{out}$  measurements of the signal with different phase configuration,

it might be preferable not to combine these measurements but to reconstruct the visibilities on each bolometer separately and combine the visibilities afterwards. Such a strategy would increase the length of the phase-shifting sequences, but in a reasonable (and tractable) way thanks to the intrinsic shortness of our proposed phase-shifting scheme.

*Acknowledgements.* The authors are grateful to the whole BRAIN collaboration for fruitful discussions.

## References

- Kovac, J. et al. (2002), Nature, v420 pp772-787.  
Readhead, A.C.S. et al. (2004), Science, v306, pp 836-844.

- Dunkley, J. et al. (2008), *astro-ph/0803.0586*.  
 Nolte, M. R. et al. (2008), *astro-ph/0803.0593*.  
 Ade, P. et al. (2008), *ApJ*, v674, p22.  
 Liddle, A.R. and Lyth, D.H., *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure* (2000), Cambridge University Press.  
 Kallosh, R. and Linde, A. (2007), *JCAP*, v04, p017.  
 Bevis, N. et al. (2007), *Phys. Rev. D*, v76, p1722.  
 Urrestilla, J. et al. (2008), *astro-ph/0803.2059*.  
 Pogorian, L. and Wyman, M. (2007), *astro-ph/0711.0747*.  
 Takahashi, Y.D. et al. (2008), *Proc. SPIE*, Vol. 7020, 70201D (2008), *arXiv:0808.1763*.  
 Oxley, P. et al. (2005), *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.* 5543 (2004) 320-331, *arXiv:astro-ph/0501111*.  
 Samtleben, D. et al. (2008), *Proc. Renc. Moriond* (2008), *arXiv:0806.4334*.  
 Crill, B. et al. (2008), *Proc. SPIE*, Vol. 7010 (2008), *arXiv:0807.1548*.  
 North, C.E. et al. (2008), *Proc. Renc. Moriond* (2008), *arXiv:0805.3690*.  
 J. Bock *et al.*, CMB Task Force report (2006), *arXiv:astro-ph/0604101*.  
 Polenta, G. et al. (2007), *New Ast. Rev.*, v51, p256.  
 Charlassier, R. et al. (2008), *arXiv:0805.4527v1*.  
 Timbie, P.T. et al. (2003), *New Ast. Rev.*, v50, p999.  
 Zmuidzinas, J. (2003), *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 20 No. 2.  
 Withington, S. et al. (2008), *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 21, Issue 10, pp. 1988-1995.  
 Saklatavala, G. et al. (2008), *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 25, Issue 4, pp. 958-967.  
 Pisano, G. et al. (2007), *Microwave and wireless comp. Let.*, IEEE, v17, p286.  
 Chattopadhyay, G. et al. (1999), *Microw. & guided w. Let.*, IEEE, v17, p339.  
 Engargiola, G. et al. (2003), *Rev. Sci. Inst.*, v74, p1380.  
 Grimes, P.K. et al. (2007), *Electronics Letters*, v43, p1146.  
 Butler, J. and Lowe, R. (1961), *Electron. Des.*, Vol. 9, pp 170-173.  
 Dall'Omo, Ch. (2003), PhD thesis, Université de Limoges, France.  
 Bowden, M. et al. (2004), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 349 p321, *arXiv:astro-ph/0309610*.  
 Lamarre, J.-M., *Applied Opt.*, 25, 870.  
 Bunn, E.F. (2007), *Phys. Rev. D*, v75, p3084.  
 M. P. Hobson and J. Magueijo (1996), *MNRAS*, v283, issue 4, p1133, *arXiv:astro-ph/9603064*.  
 Hamilton, J.-Ch. et al. (2008), *A&A* in press, *arXiv:0807.0438*

#### Appendix A: Proof of the necessity of having regularly spaced phase-shift values

When we use the phase-shift configurations of Eq. 40, the antenna with coordinates  $(i, j)$  will be phase-shifted by:

$$\phi_{i,j}(t) = ih(t) + jv(t) + c(t). \quad (\text{A.1})$$

In practice we are only able to construct a limited number of different phase-shifters, and the phase-shift sequences  $h(t)$ ,  $v(t)$  and  $c(t)$  will be independent random sequences of phase-shifts taken from the same set  $\Phi$  of  $n$  phase-shifts  $\phi_p$ . For all phase-shifts in Eq. A.1 to belong to  $\Phi$ , it is necessary that  $l \times \phi_p$  (modulo  $2\pi$ ) also belongs to  $\Phi$ . Let us write the smallest non-zero element of  $\Phi$  as:

$$\phi_{\min} = \frac{2\pi}{n + \epsilon}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad 0 \leq \epsilon < 1. \quad (\text{A.2})$$

$(n + 1)\phi_{\min}$  (modulo  $2\pi$ ) should also belong to  $\Phi$ , but

$$(n + 1)\phi_{\min} = 2\pi + \frac{2\pi(1 - \epsilon)}{n + \epsilon} = \frac{2\pi(1 - \epsilon)}{n + \epsilon} \pmod{2\pi}. \quad (\text{A.3})$$

Therefore  $(n + 1)\phi_{\min} < \phi_{\min}$  (modulo  $2\pi$ ), and cannot belong to  $\Phi$  unless  $\epsilon = 0$ . One concludes that the set  $\Phi_n$  of  $n$  phase-shifts has to be of the form:

$$\Phi_n = \left\{ \phi_{n,p} = \frac{2\pi p}{n} \mid n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}, 0 \leq p < n \right\}, \quad (\text{A.4})$$

which finally is a quite obvious choice.

## 6.6 Sensibilité au spectre de puissance

Nous avons vu dans la section précédente qu'à condition de trouver des séquences de phases permettant la sommation cohérente des lignes de base équivalentes, on peut atteindre une bonne sensibilité avec un interféromètre bolométrique :

$$\mathcal{N} = \frac{4\text{NET}^2 \Omega^2 N_h}{N_t N_{\text{eq}}^2} \quad (6.35)$$

Le facteur 4 provient, comme on l'a vu ci-dessus, d'une part de l'impossibilité de mesurer simultanément tous les paramètres de Stokes et d'autre part du fait que nous donnons ici l'erreur sur la visibilité complexe (incluant partie réelle et imaginaire). Il convient alors de comparer la sensibilité de notre interféromètre bolométrique avec les deux instruments classiquement utilisés pour observer le fond diffus cosmologique : les imageurs et les interféromètres hétérodynes<sup>6</sup>.

Le calcul de la sensibilité d'un instrument au spectre de puissance angulaire des fluctuations du fond diffus cosmologique a été investigué en détails il y a une dizaine d'années par [Knox, 1997] pour le cas d'un imageur observant les fluctuations de température du fond diffus sur la totalité de la sphère. La prise en compte de la polarisation et d'une portion incomplète du ciel est triviale et l'on obtient l'erreur attendu sur le spectre de puissance :

$$\Delta C_\ell^{\text{Im}} = \sqrt{\frac{2}{(2\ell + 1)f_{\text{sky}}\Delta\ell}} \left( C_\ell + \frac{4\text{NET}_{\text{Im}}^2 \Omega}{N_h B_\ell^2 N_t} \right) \quad (6.36)$$

où  $C_\ell$  est le spectre "vrai" et où le premier terme est celui lié à la variance cosmique (où plutôt la variance d'échantillon puisqu'ici il est lié au fait que l'on n'a qu'une seule réalisation de ciel) et le second est lié au bruit.  $f_{\text{sky}}$  est la fraction de ciel couverte et  $\Omega$  est l'angle solide couvert. On a bien sur  $\Omega = 4\pi f_{\text{sky}}$  pour un imageur<sup>7</sup>. Pour un interféromètre en revanche, et à fortiori pour un interféromètre hétérodyne, ce calcul n'est pas explicitement réalisé dans la littérature. On trouve des éléments de réponse, mais rien de très rigoureux permettant une comparaison détaillée. Nous avons donc fait ces calculs en détails qui sont publiés dans l'article [Hamilton et al., 2008]. Cet article est joint à ce document à la fin de cette section. L'équivalent de la formule de Knox pour l'interférométrie (qu'elle soit hétérodyne ou bolométrique) s'exprime alors en fonction de l'erreur sur les visibilités complexes :

$$\Delta C_\ell^{\text{BI}} = \sqrt{\frac{2}{2\ell f_{\text{sky}}\Delta\ell}} \left( C_\ell + \frac{2\sigma_V^2}{\Omega} \right) \quad (6.37)$$

Comme on pouvait le prévoir, seul le terme de bruit change par rapport à l'imageur (le facteur  $2\ell$  au lieu de  $2\ell + 1$  est une différence négligeable certainement imputable aux approximations différentes faites dans les deux dérivations).

Nous avons donc aussi besoin dans cette comparaison d'une expression similaire à l'équation 6.35 pour l'interférométrie hétérodyne, on peut trouver diverses estimations de l'erreur sur les visibilités dans la littérature [Hobson and Magueijo, 1996, White et al., 1999], mais aucune qui se place dans une configuration réaliste et tienne explicitement compte de tous les facteurs numériques 2 et  $\sqrt{2}$ . J'ai fait ce calcul de manière très détaillée dans la note jointe à ce document dans la section 6.2 et j'ai ainsi pu obtenir l'expression suivante (*HI* signifie *heterodyne interferometry*) :

$$\sigma_V^{\text{HI}} = \frac{2\sqrt{2} \text{NET}_{\text{HI}} \Omega}{\sqrt{N_{\text{eq}}} \sqrt{N_t}}. \quad (6.38)$$

<sup>6</sup>Dans la suite nous utiliserons l'expression "interféromètre hétérodyne" pour caractériser un interféromètre multiplicatif, c'est à dire basé sur un corrélateur mesurant les visibilités, paire de cornets par paire de cornets. Ceci est donc à opposer avec notre interféromètre additif dans lequel la somme de tous les signaux est réalisée et la mesure de toutes les visibilités est simultanée. Le qualificatif hétérodyne signifie en principe que l'on utilise un oscillateur local à une fréquence plus basse que celle du signal pour rabaisser la fréquence du signal utile vers une gamme où l'on a des amplificateurs qui peuvent fonctionner et où le signal peut être échantillonné. C'est toujours la technique utilisée par les interféromètres multiplicatifs observant le CMB. L'utilisation de l'appellation "interféromètre hétérodyne" pour les interféromètres multiplicatifs habituels est donc impropre en toute rigueur mais sans ambiguïté en pratique. Nous l'utiliserons dans la suite.

<sup>7</sup>Pour un interféromètre,  $\Omega$  est aussi le lobe primaire, mais ceci est spécifique à l'interférométrie.

que l'on peut alors comparer avec l'erreur sur les visibilitées calculées ci-dessus pour l'interférométrie bolométrique (BI) :

$$\sigma_V^{\text{BI}} = \sqrt{\frac{N_h}{N_{\text{eq}}}} \times \frac{2 \text{NET}_{\text{BI}} \Omega}{\sqrt{N_{\text{eq}}} \sqrt{N_t}}. \quad (6.39)$$

On peut alors utiliser ces expressions pour calculer les rapports entre les erreurs dues au bruit dans ces différents types d'instruments. Pour l'interféromètre bolométrique comparé à l'imageur :

$$\left. \frac{\Delta C_\ell^{\text{Im}}}{\Delta C_\ell^{\text{BI}}} \right|_{\text{noise}} = \frac{1}{2} \times \left( \frac{N_{\text{eq}}}{N_h} \right)^2 \times \frac{1}{B_\ell^2} \times \left( \frac{\text{NET}_{\text{Im}}}{\text{NET}_{\text{BI}}} \right)^2 \quad (6.40)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left( \frac{N_{\text{eq}}}{N_h} \right)^2 \times \frac{1}{B_\ell^2} \quad (6.41)$$

$$\simeq \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2N_h}} - \frac{\ell}{\ell_0} \right)^2 \times \frac{1}{2 B_\ell^2} \quad (6.42)$$

où l'on utilise le fait que dans les deux cas on utilise des bolomètres de NET identiques. On a aussi utilisé l'approximation de l'équation 6.30 pour le nombre de lignes de base équivalentes en fonction du multipôle  $\ell$ .

D'autre part la comparaison entre interféromètre hétérodyne et imageur donne :

$$\left. \frac{\Delta C_\ell^{\text{Im}}}{\Delta C_\ell^{\text{HI}}} \right|_{\text{noise}} = \frac{1}{4} \times \left( \frac{N_{\text{eq}}}{N_h} \right) \times \frac{1}{B_\ell^2} \times \left( \frac{\text{NET}_{\text{Im}}}{\text{NET}_{\text{HI}}} \right)^2 \quad (6.43)$$

$$\simeq \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2N_h}} - \frac{\ell}{\ell_0} \right) \times \frac{1}{4 B_\ell^2} \times \left( \frac{\text{NET}_{\text{Im}}}{\text{NET}_{\text{HI}}} \right)^2. \quad (6.44)$$

Les comparaisons des interféromètres avec des imageurs ayant le même nombre de cornets sont représentées sur la figure 2 de l'article [Hamilton et al., 2008] joint dans les pages suivantes. On y montre aussi les rapports en tenant compte de la variance d'échantillon qui domine à bas  $\ell$  et est commune à toutes ces techniques.

Mis à part des facteurs numériques, les sensibilités entre ces trois instruments ne diffèrent que par la manière dont ils filtrent le ciel : un imageur est ainsi limité par son lobe  $B_\ell$  alors que les interféromètres sont limités par le rapport entre le nombre de lignes de base équivalentes et le nombre de cornets à chaque multipôle (quadratiquement pour un interféromètre bolométrique et linéairement pour un interféromètre hétérodyne). Ce rapport est toujours plus petit que 1 de sorte que l'évolution en fonction du multipôle d'un interféromètre hétérodyne est plus favorable.

En revanche les facteurs numériques indépendant de  $\ell$  rendent l'interférométrie bolométrique deux fois plus sensible que l'interférométrie hétérodyne à bas  $\ell$  si l'on supposait leurs NET identiques. Or, il est clair que la sensibilité de la technologie hétérodyne n'atteindra jamais celle des bolomètres en raison du bruit quantique inévitablement ajouté par les amplificateurs. Par conséquent, pour les multipôles inférieurs à  $\ell \sim 300$  l'interférométrie bolométrique permet un gain très significatif en sensibilité par rapport à l'interférométrie hétérodyne. C'est précisément ce pour quoi elle avait été imaginée, nos résultats confirment donc qu'il s'agit d'une bonne option. Le facteur 2 en faveur de l'interférométrie bolométrique par rapport à l'interférométrie hétérodyne sur la sensibilité au spectre de puissance provient d'un facteur 2 dans l'erreur sur les visibilitées (équations 6.38 et 6.39) pour le premier alors qu'il y a un  $2\sqrt{2}$  dans le second cas. Ceci étant dit, l'origine de ce facteur n'est pas clairement attribuable à une seule caractéristique :

- Dans le premier cas, ce facteur est dû à  $\sqrt{2}$  car on ne peut mesurer tous les paramètres de Stokes en même temps et  $\sqrt{2}$  car les visibilitées sont complexes.
- Dans le second cas, les visibilitées sont toujours complexes bien sur, et on a aussi besoin de deux voies pour calculer les paramètres de Stokes (chacune amplifiée, donc deux fois plus de bruit) mais on gagne un autre facteur  $\sqrt{2}$  car on a deux jeux de corrélateurs indépendants. On perd par ailleurs un facteur 2 du fait de la moyenne en temps du produit de deux sinusoïdes qui a pour moyenne  $1/2$ .



Il est donc clair que pour ce qui est de la recherche des modes  $B$  primordiaux dont le signal principal est aux grandes échelles, l'interférométrie bolométrique est la bonne alternative à l'interférométrie hétérodyne, moins sensible et surtout très complexe à mettre en oeuvre avec beaucoup de voies. Le débat entre imageurs et interféromètres bolométriques est alors essentiellement une question d'effets systématiques. Comme je l'ai exprimé au début de ce chapitre, je pense que la sensibilité extrême des imageurs doit absolument s'accompagner d'une réduction des effets systématiques, ce qui ne me semble pas évident dans les *designs* actuellement proposés. Il me semble donc que l'interférométrie bolométrique est réellement une option sérieuse (même si elle n'est pas "sur l'étagère" comme l'imagerie et nécessite un instrument plus complexe).

Il faut hélas reconnaître que tant aux États-Unis qu'en Europe, cette opinion est fort peu entendue.

A&A 491, 923–927 (2008)  
 DOI: 10.1051/0004-6361:200810504  
 © ESO 2008

**Astronomy  
&  
Astrophysics**

## Sensitivity of a bolometric interferometer to the cosmic microwave background power spectrum

J.-Ch. Hamilton<sup>1</sup>, R. Charlassier<sup>1</sup>, C. Cressiot<sup>1</sup>, J. Kaplan<sup>1</sup>, M. Piat<sup>1</sup>, and C. Rosset<sup>2</sup>

<sup>1</sup> APC, Université Denis Diderot-Paris 7, CNRS/IN2P3, CEA, Observatoire de Paris; 10 rue A. Domon & L. Duquet, Paris, France  
 e-mail: hamilton@apc.univ-paris7.fr

<sup>2</sup> LAL, Laboratoire de l'accélérateur Linéaire, Université Paris-Sud 11, CNRS/IN2P3; Bâtiment 200, 91898 Orsay Cedex, France

Received 2 July 2008 / Accepted 27 August 2008

### ABSTRACT

**Context.** The search for B-mode polarization fluctuations in the Cosmic Microwave Background is one of the main challenges of modern cosmology. The expected level of the B-mode signal is very low and therefore requires the development of highly sensitive instruments with low systematic errors. An appealing possibility is bolometric interferometry.

**Aims.** We compare in this article the sensitivity on the CMB angular power spectrum achieved with direct imaging, heterodyne and bolometric interferometry.

**Methods.** Using a simple power spectrum estimator, we calculate its variance leading to the counterpart for bolometric interferometry of the well known Knox formula for direct imaging.

**Results.** We find that bolometric interferometry is less sensitive than direct imaging. However, as expected, it is finally more sensitive than heterodyne interferometry due to the low noise of the bolometers. It therefore appears as an alternative to direct imagers with different and possibly lower systematic errors, mainly due to the absence of an optical setup in front of the horns.

**Key words.** cosmology: cosmic microwave background – cosmology: early Universe – methods: data analysis

### Introduction

The detection of primordial gravity waves through B-mode polarization anisotropies in the Cosmic Microwave Background is one of the most exciting challenges of modern cosmology. It could provide direct information on the energy scale of inflation, possibly associated with GUT (Liddle & Lyth 2000). It would also allow one to investigate the standard cosmological model in detail through consistency tests involving the spectral indices of scalar and tensor perturbations and their amplitude ratio (Langlois 2004).

Despite the weakness of the expected signal, many teams have decided to join the quest for the B-modes and to construct dedicated instruments that must combine exquisite sensitivity and precise control of systematic effects. Most of the projects proposed up to now use direct imagers, a concept that has proven to be very sensitive. However they might be affected by significant systematic effects such as ground-pickup and beam differences that would less affect an interferometer having no optics before the entry horns. Thus, we investigate the possibility of developing a high sensitivity interferometer dedicated to B-mode searches. A bolometric interferometer would combine the high sensitivity of bolometers with the clean optics of an interferometer and could complement the ongoing imaging projects.

In this article we investigate the sensitivity achieved by such an instrument and compare it with direct imagers and heterodyne interferometers. In Sect. 1 we review useful quantities regarding interferometry in general and the reconstruction of visibilities with a bolometric interferometer. We define in Sect. 2 a simple power spectrum estimator under the assumption that *E* and *B* visibilities can be extracted from *Q* and *U* Stokes parameter visibilities (this is in itself an important issue and is beyond the

scope of this article). From this estimator we derive a formula for the  $C_\ell$  uncertainty with a bolometric interferometer equivalent to the famous one derived in Knox (1997) for imagers. We compare the sensitivities achieved with imagers and bolometric and heterodyne interferometers in Sect. 3. We discuss our results in Sect. 4.

### 1. Definitions and assumptions

#### 1.1. Useful interferometric quantities

Here, we discuss basic definitions regarding interferometry in general and bolometric interferometry in particular. An interferometer observes the *visibilities* of an incoming radiation field  $S(\mathbf{n})$  that are defined as:

$$v_S(\mathbf{u}) = \int S(\mathbf{n}) A(\mathbf{n}) \exp(2i\pi \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{n} \quad (1)$$

where  $\mathbf{u}$  is the baseline defined as the vector separation between the horns  $\mathbf{D}$  in units of the electromagnetic wavelength of the radiation  $\mathbf{u} = \mathbf{D}/\lambda$ . The way visibilities are actually reconstructed in a bolometric interferometer is described in Sect. 1.2. The beam of the input horns  $A(\mathbf{n})$  is normalized to one at maximum. In the flat-sky approximation, one can write the visibility as a convolution of the Fourier modes of the incoming radiation with the Fourier transform of the input beam:

$$v_S(\mathbf{u}) = \int \tilde{S}(\mathbf{u}) \tilde{A}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\mathbf{v} = \tilde{S}(\mathbf{u}) \otimes \tilde{A}(\mathbf{u}) \quad (2)$$

where the  $\sim$  denotes the Fourier transform. Note that outside the flat-sky approximation, a similar formula is to be expected, although more complicated (Bunn & White 2007). This convolution expression states that the sky cut in real space performed by

the input beam is expressed as a convolution in Fourier space. The correspondance with multipoles is  $\ell = 2\pi u$ . Each horn covers a solid angle  $\Omega$  defined as:

$$\Omega = \int A(n)dn. \quad (3)$$

If we approximate the beam by a Gaussian defined by its rms  $\sigma$ , its FWHM is  $\sigma \times 2\sqrt{2\ln 2} \approx 2.35\sigma$  and in that case the solid angle subtended by the horn is  $\Omega = 2\pi\sigma^2$  which can be related to the fraction of the sky observed with the horn  $f_{\text{sky}} = \Omega/4\pi$ . We assume that the horns are placed on a square grid so that the baselines are also located on a square grid. The minimum spacing between two horns is obtained by packing at a distance equal to their diameter. As they are diffraction limited, their section, solid angle and wavelength are such that<sup>1</sup>  $S\Omega \approx \lambda^2$  so that their distance is  $D_h = 2\lambda/\sqrt{\pi\Omega}$ . The spacing between visibilities in Fourier space is therefore:

$$u_{\min} = \frac{2}{\sqrt{\pi\Omega}} = \frac{1}{\pi\sqrt{f_{\text{sky}}}}. \quad (4)$$

In our Gaussian approximation, the Fourier transform of the primary beam is:

$$\tilde{A}(\mathbf{u}) = \Omega \exp(-\pi\Omega u^2) \quad (5)$$

so that in terms of a Gaussian in Fourier space, the resolution is:

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Omega}}. \quad (6)$$

The baselines are separated by  $u_{\min}$  and each point in baseline space has a resolution  $\sigma_u$ , therefore:

$$\frac{u_{\min}}{\sigma_u} = 2\sqrt{2} \approx 3. \quad (7)$$

We can conclude that the different baselines are almost independent. In reality, the distribution of the electric field vanishes outside the horn aperture so that the primary beam is not an exact Gaussian and the beam in Fourier space is also truncated at a radius of  $u_{\min}$  (White et al. 1999). This does not change the fact that different baselines are almost independent.

### 1.2. Visibility reconstruction in bolometric interferometry

In a heterodyne interferometer, the visibilities are directly obtained using a correlator that gives as an output the correlated signal  $E_1 E_2^*$  coming from two antennae in a coherent way. Bolometers are incoherent detectors that measure the time averaged incoming power. Bolometric interferometers are therefore additive interferometers where the visibilities are obtained from squaring the sum of the signal coming from two horns:  $P = \langle |E_1 + E_2|^2 \rangle = \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle + 2\langle E_1 E_2^* \rangle$ . When a large number of horns are used, the signal detected by the bolometers is a linear combination of all available visibilities. The use of phase shifters on each of the input channels allows one to reconstruct the complex visibilities of the four Stokes parameters  $V_I$ ,  $V_Q$ ,  $V_U$  and  $V_V$ . We have shown (Charlassier et al. 2008) that this reconstruction is done optimally when the phase-shifting scheme

<sup>1</sup> Actually, for a Gaussian beam, the illumination function on the entry of the horn is not flat (but is Gaussian) and the size of the horn has to be larger than what is quoted here by a factor of about 2.

is such that equivalent baselines<sup>2</sup> are summed coherently – they correspond to the same phase difference. In this case, the noise covariance matrix on the complex reconstructed visibilities is diagonal and has the form:

$$N_{ij} = \delta_{ij} \frac{4 \text{NET}^2 \Omega^2 N_h}{N_t} \frac{1}{N_{\text{eq}}^2(i)}. \quad (8)$$

The first factor 2 comes from the fact that when measuring polarized visibilities, one cannot have access to both  $Q$  and  $U$  Stokes parameters at the same time (Charlassier et al. 2008). The second is due to the fact that here we are dealing with the covariance matrix of the complex visibilities instead of their real or imaginary parts as in Charlassier et al. (2008).  $N_h$  is the number of entry horns,  $N_t$  is the number of time samples,  $N_{\text{eq}}(i)$  is the number of equivalent baselines corresponding to baseline  $i$  and NET is the noise equivalent temperature expressed in  $\mu\text{K}/\sqrt{\text{Hz}}$ . An extensive analytical and Monte-Carlo based study of the reconstruction of the visibilities in bolometric interferometry can be found in Charlassier et al. (2008).

## 2. Power spectrum estimator

### 2.1. E and B fields from the Stokes parameters

In the flat-sky approximation, the  $E$  and  $B$  polarization fields are related to the Stokes parameters by a simple rotation of angle  $\phi$ , the angle between  $\mathbf{u}$  and the  $u_x$  axis (Zaldarriaga 2001). In terms of visibilities, this can be written:

$$\begin{cases} V_Q(\mathbf{u}) = \int [\cos 2\phi \tilde{E}(\mathbf{v}) - \sin 2\phi \tilde{B}(\mathbf{v})] \tilde{A}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\mathbf{v} \\ V_U(\mathbf{u}) = \int [\sin 2\phi \tilde{E}(\mathbf{v}) + \cos 2\phi \tilde{B}(\mathbf{v})] \tilde{A}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\mathbf{v} \end{cases} \quad (9)$$

For the simplicity, we do not discuss the  $E/B$  separation here and assume that one can obtain a set of pure  $E$  and  $B$  visibilities from the Stokes parameter visibilities defined as<sup>3</sup>:

$$\begin{cases} V_E(\mathbf{u}) = \int \tilde{E}(\mathbf{v}) \tilde{A}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\mathbf{v} \\ V_B(\mathbf{u}) = \int \tilde{B}(\mathbf{v}) \tilde{A}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) d\mathbf{v} \end{cases} \quad (10)$$

and the covariance matrix of the  $B$  visibilities contains the  $BB$  angular power spectrum:

$$\langle V_B(\mathbf{u}) V_B^*(\mathbf{u}') \rangle = \int \langle \tilde{B}(\mathbf{v}) \tilde{B}^*(\mathbf{v}') \rangle \tilde{A}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}' - \mathbf{v}') d\mathbf{v} d\mathbf{v}' \quad (11)$$

$$= \int C_\ell^{BB}(\mathbf{v}) \tilde{A}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}' - \mathbf{v}) d\mathbf{v} \quad (12)$$

$$= \delta(\mathbf{u} - \mathbf{u}') \times \int C_\ell^{BB}(\mathbf{v}) |\tilde{A}(\mathbf{u} - \mathbf{v})|^2 d\mathbf{v} \quad (13)$$

the last equation comes from the fact that the different baselines we measure are independent from the beam point of view.

In the presence of noise and assuming the power to be flat enough to be taken out of the integral (recall that  $\ell = 2\pi u$ ):

$$\langle V_B(\mathbf{u}) V_B^*(\mathbf{u}') \rangle = \delta(\mathbf{u} - \mathbf{u}') \times C_\ell^{BB} \underbrace{\int |\tilde{A}(\mathbf{v})|^2 d\mathbf{v}}_{\approx \Omega/2} + N(\mathbf{u}, \mathbf{u}'). \quad (14)$$

<sup>2</sup> Equivalent baselines are sometimes called *redundant baselines* in the literature. They correspond to different pairs of horns separated by the same vector and therefore corresponding to the same point in  $(u, v)$  space.

<sup>3</sup> Obtaining such pure  $E$  and  $B$  modes is a complex issue in itself and deserves a full study.

As said before, the noise covariance matrix of the Stokes parameter visibilities is diagonal and we assume that it is still the case for that of  $V_E$  and  $V_B$ . Labeling  $\mathbf{u}$  and  $\mathbf{u}'$  with indices  $i$  and  $j$  and  $V_B(\mathbf{u})$  and  $V_B(\mathbf{u}')$  by  $V_i$  and  $V_j$ , one gets:

$$\langle V_i V_j^* \rangle = C_\ell \frac{\Omega}{2} \delta_{ij} + N_{ij} \delta_{ij}. \quad (15)$$

### 2.2. A simple pseudo-power spectrum estimator and its variance

From the above equation, it is obvious that the simplest unbiased estimator of the power spectrum is:

$$C_\ell = \frac{2}{\Omega} \times \frac{1}{N_\#(\ell)} \sum_{i=0}^{N_\#(\ell)-1} (V_i V_i^* - N_{ii}) \quad (16)$$

where  $N_\#(\ell)$  is the number of different baselines corresponding to multipole  $\ell$ . The variance of this estimator is ( $C_\ell$  is the true power spectrum):

$$\text{Var}(C_\ell) = \langle C_\ell^2 \rangle - C_\ell^2 \quad (17)$$

$$= \left( \frac{2}{\Omega N_\#(\ell)} \right)^2 \left\langle \left[ \sum_i (V_i V_i^* - N_{ii}) \right]^2 \right\rangle - C_\ell^2 \quad (18)$$

$$= \frac{1}{N_\#^2(\ell)} \sum_i \left( C_\ell + \frac{2}{\Omega} N_{ii} \right)^2 \quad (19)$$

where we used Wick's theorem to calculate the fourth order moments and the fact that each of the  $N_\#(\ell)$  different baselines contributing to  $C_\ell$  is measured independently so that their variances add linearly. If one makes the additional assumption that all of these different baselines have the same noise variance  $N_{ij} = \sigma_V^2 \delta_{ij}$ , the error on the power spectrum reads:

$$\Delta C_\ell = \sqrt{\frac{1}{N_\#(\ell)}} \left( C_\ell + \frac{2\sigma_V^2}{\Omega} \right) \quad (20)$$

which is the equivalent for interferometry of the well known imaging-oriented Knox formula (Knox 1997). The expression for  $N_\#(\ell)$  is the number of different modes one can have access to at a given  $\ell$ . We assume that we are considering a bin in visibility space  $\Delta u = \Delta \ell / 2\pi$  centered at  $u$ ; the number of modes is the ratio between the available surface of the bin  $\pi u \Delta u$  (we only consider the top part of the Fourier plane as the modes in the bottom part are the same) to the effective surface of the beam in Fourier space  $2\pi\sigma_u^2$ :

$$N_\#(\ell) = \frac{\pi u \Delta u}{2\pi\sigma_u^2} = \ell \Delta \ell f_{\text{sky}} \quad (21)$$

we therefore find the same formula as for an imager, except for the noise part of course:

$$\Delta C_\ell^{\text{BI}} = \sqrt{\frac{2}{2\ell f_{\text{sky}} \Delta \ell}} \left( C_\ell + \frac{2\sigma_V^2}{\Omega} \right) \quad (22)$$

where the noise on the visibilities is taken from Charlassier et al. (2008).

$$\sigma_V^{\text{BI}} = \sqrt{\frac{N_h}{N_{\text{eq}}}} \times \frac{2 \text{NET}_{\text{BI}} \Omega}{\sqrt{N_{\text{eq}}} \sqrt{N_t}}. \quad (23)$$

## 3. Comparison with an imager and a heterodyne interferometer

### 3.1. Analytical formulae

The above expression is the same for both heterodyne interferometry and direct imaging, only the expression of  $\sigma_V$  changes. For heterodyne interferometry, if the noise equivalent temperature of one of the two input channels of the correlator is  $\text{NET}_{\text{HI}}$ , the noise on the reconstructed Stokes parameter visibility calculated with  $N_t$  time samples and averaged over  $N_{\text{eq}}$  equivalent baselines is given by:

$$\sigma_V^{\text{HI}} = \frac{2\sqrt{2} \text{NET}_{\text{HI}} \Omega}{\sqrt{N_{\text{eq}}} \sqrt{N_t}}. \quad (24)$$

The first factor 2 comes from the multiplication of the two sine waves, a factor  $\sqrt{2}$  from the fact that two correlators are involved when calculating Stokes parameters visibilities, another factor  $\sqrt{2}$  appears because we are talking about the noise on the complex visibility instead of its real or imaginary part. Finally a factor  $1/\sqrt{2}$  is regained because two sets of independent measurements of the Stokes parameters visibilities can be simultaneously obtained if one forms all the possible complex correlations. The expression we find is in agreement with Hobson & Magueijo (1996) and White et al. (1999). In the direct imaging case, the error on the power spectrum is taken from Knox (1997) and adapted to partial sky polarized measurements:

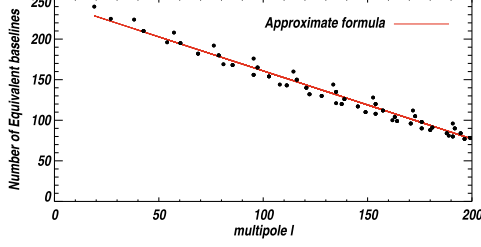
$$\Delta C_\ell^{\text{Im}} = \sqrt{\frac{2}{(2\ell+1)f_{\text{sky}}\Delta\ell}} \left( C_\ell + \frac{4\text{NET}_{\text{Im}}^2 \Omega}{N_h B_\ell^2 N_t} \right) \quad (25)$$

where  $B_\ell = \exp(-\ell^2 \sigma_{\text{beam}}^2 / 2)$  is the imager's beam transfer function. In the imaging case  $\Omega$  is of course defined as the solid angle covered on the sky  $\Omega = 4\pi f_{\text{sky}}$  (the fact that the integral of the primary beam is the total solid angle covered on the sky is specific to interferometry). Note that the factor of 4 is obtained by a factor of 2 on the polarized NET for polarization sensitive bolometers and another factor of 2 due, as before, to the fact that  $Q$  and  $U$  cannot be obtained at the same time.

As the sample variance term is exactly the same whatever technique is used (as expected), we are only interested in comparing the noise terms. We assume in the following that we are comparing three instruments observing the same fraction of the sky  $f_{\text{sky}}$  from the ground for the same duration:

- a direct imager with  $N_h$  horns, an angular resolution given by  $\sigma_{\text{beam}}$  and a  $\text{NET}_{\text{Im}} \simeq 150 \mu\text{K}/\sqrt{\text{Hz}}$ , as stated for Clover in North et al. (2007) at 97 GHz in Chile;
- a heterodyne interferometer with a primary beam covering  $f_{\text{sky}}$ , using a square array of  $N_h$  input channels each with  $\text{NET}_{\text{HI}} \simeq 250 \mu\text{K}/\sqrt{\text{Hz}}$ , as stated for QUIET in Samtleben et al. (2007) at 90 GHz in Chile;
- a bolometric interferometer with the same characteristics as the heterodyne one but with a NET identical to that of a bolometric imager  $\text{NET}_{\text{BI}} \simeq 150 \mu\text{K}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

The choice of 90 GHz is motivated by the fact that a packed array of 20 degrees FWHM primary horns interferometer operating at these frequencies would cover the multipole range relevant for primordial B-mode signals ( $25 < \ell < 200$ ). It is also at these frequencies that coherent and bolometric detectors can operate simultaneously. We will use the direct imager as a reference and calculate the ratio of the direct imager's noise error to that of the



**Fig. 1.** Approximate formula (red line) from Eq. (30) and actual values (black dots) for the number of equivalent baselines as a function of  $\ell = 2\pi u$  for 256 entry horns on a square compact grid.

interferometers. This ratio therefore should be less than one if the direct imager is more sensitive from the strict noise point of view.

For the bolometric interferometer, one gets:

$$\frac{\Delta C_{\ell}^{\text{Im}}}{\Delta C_{\ell}^{\text{BI}}}\bigg|_{\text{noise}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{N_{\text{eq}}}{N_h}\right)^2 \times \frac{1}{B_{\ell}^2} \times \left(\frac{\text{NET}_{\text{Im}}}{\text{NET}_{\text{BI}}}\right)^2 \quad (26)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{N_{\text{eq}}}{N_h}\right)^2 \times \frac{1}{B_{\ell}^2} \quad (27)$$

as the NET are the same for the bolometers used for imaging or for bolometric interferometry.

For heterodyne interferometry, one gets:

$$\frac{\Delta C_{\ell}^{\text{Im}}}{\Delta C_{\ell}^{\text{HI}}}\bigg|_{\text{noise}} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{N_{\text{eq}}}{N_h}\right) \times \frac{1}{B_{\ell}^2} \times \left(\frac{\text{NET}_{\text{Im}}}{\text{NET}_{\text{HI}}}\right)^2. \quad (28)$$

We can see that the ratio  $N_{\text{eq}}/N_h$  is always less than one, which gives a clear advantage to direct imaging from the strict point of view of the noise. This ratio appears squared in the ratio of imaging to bolometric interferometry and without power in the ratio of imaging to heterodyne interferometry but in the latter case, the NET ratio is also less than one, penalising heterodyne interferometry.

### 3.2. Approximate expressions and simulations

The number of equivalent baselines for a square horn array is:

$$N_{\text{eq}} = \left(\sqrt{N_h} - \left|\frac{u_x}{u_{\min}}\right|\right) \left(\sqrt{N_h} - \left|\frac{u_y}{u_{\min}}\right|\right). \quad (29)$$

If one averages over directions in the baseline plane at a given  $|\mathbf{u}|$ , a good approximation of  $N_{\text{eq}}$  as a function of  $\ell$  is given by (see Fig. 1):

$$\frac{N_{\text{eq}}}{N_h} \simeq 1 - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{N_h}} - \frac{\ell}{\ell_0} \quad \text{where} \quad \ell_0 = \frac{2\sqrt{N_h}}{\sqrt{f_{\text{sky}}}}. \quad (30)$$

One finally finds that a good approximation of the sensitivity ratio is:

$$\frac{\Delta C_{\ell}^{\text{Im}}}{\Delta C_{\ell}^{\text{BI}}}\bigg|_{\text{noise}} \simeq \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{N_h}} - \frac{\ell}{\ell_0}\right)^2 \times \frac{1}{2B_{\ell}^2} \quad (31)$$

and:

$$\frac{\Delta C_{\ell}^{\text{Im}}}{\Delta C_{\ell}^{\text{HI}}}\bigg|_{\text{noise}} \simeq \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{N_h}} - \frac{\ell}{\ell_0}\right) \times \frac{1}{4B_{\ell}^2} \times \left(\frac{\text{NET}_{\text{Im}}}{\text{NET}_{\text{HI}}}\right)^2. \quad (32)$$

These approximate formulae have been compared with actual calculations of the number of equivalent baselines for square arrays. We have chosen 256 horns for the comparison and we compare bolometric and heterodyne interferometers with imagers having a low angular resolution of one degree, BICEP-like (Yoon et al. 2006) and a high one of 10 arcmin, Clover-like (North et al. 2008). The results are shown in Fig. 2. We have chosen to only consider the multipole region between 0 and 200 as for higher multipoles, interferometers are less sensitive due the loss of coherence between largely separated horns. Note that the effect of coherence loss for the long baselines and the bandwidth smearing have not been taken into account here and might have a significant effect.

## 4. Discussion

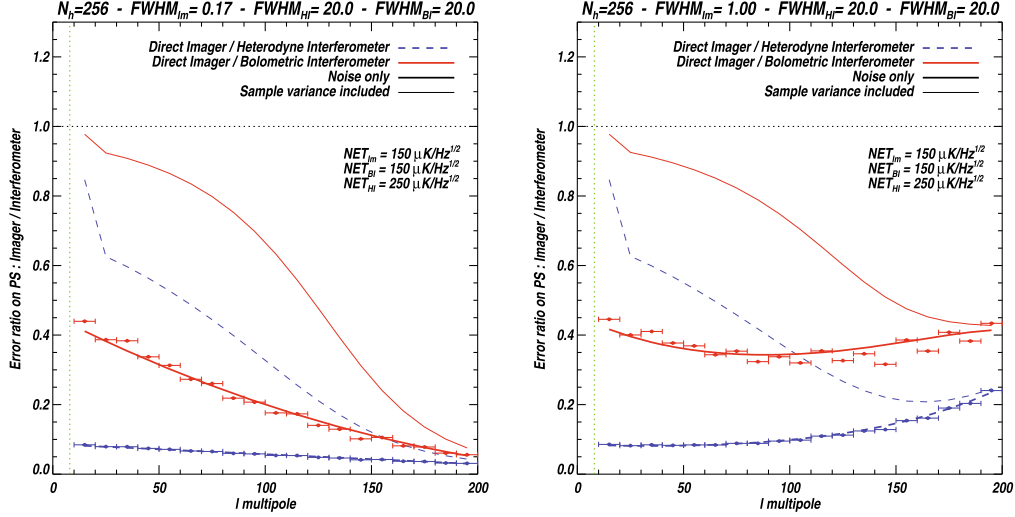
The sensitivities of the three different techniques only differ in the way the instrument filters the multipoles observed in the sky. An imager is affected by its resolution on the sky while an interferometer is affected by the ratio between the number of equivalent baselines and the number of horns as a function of multipoles. All of these filtering factors are less than one. However, imagers are usually operated in such a way that they are not limited by their angular resolution in the multipole region of interest, in that case  $B_{\ell} \simeq 1$ , and the imager is always more sensitive than an interferometer (bolometric or heterodyne). From the strict point of view of sensitivity, interferometers can therefore only compete with low angular resolution imagers.

There is a large difference in sensitivity between bolometric and heterodyne interferometers compared to an imager: the ratio  $N_{\text{eq}}/N_h$  acts quadratically on the variance for a bolometric interferometer while it acts linearly for a heterodyne instrument. This is due to the fact that with a heterodyne interferometer, equivalent baselines are averaged after their measurement, resulting in a  $1/N_{\text{eq}}$  factor on the variances. In a bolometric interferometer, the signals from all  $N_h$  horns are added together multiplying the noise variance by  $N_h$  while the coherent summation of equivalent baselines performs an efficient  $1/N_{\text{eq}}^2$  reduction of the noise. This finally results in a factor  $N_h/2N_{\text{eq}}$  for the variance of a bolometric interferometer relative to a heterodyne one. This is largely compensated by the difference in NET between bolometric instruments and coherent ones. When comparing them, the ratio of their NET also appears quadratically and favours bolometric instruments that are dominated by the photon noise rather than by that of the amplifiers. This situation may change in the future with the improvements of the HEMT technologies but at frequencies around and above 100 GHz we are unlikely to face photon noise limited HEMTs in the near future. The difference between the NET would be even greater in space where the bolometers NET would drop as the background temperature while that of the coherent instruments would remain roughly constant.

With the present technologies of bolometers and coherent amplifiers, the hierarchy in terms of sensitivity between the three techniques (and layout) studied here is very clear for the multipole range  $25 < \ell < 200$  where the primordial B-mode signal is expected to be maximal. Imagers are the most sensitive, bolometric interferometers have a lower sensitivity, the ratio dropping quadratically with the multipole considered. Heterodyne interferometers have an even lower sensitivity but the ratio with an imager drops less rapidly. They remain however less sensitive than bolometric interferometers in the range of multipoles considered here, where the largest primordial B-mode signal is expected and where the lensing of the E-modes into B-modes

J.-Ch. Hamilton et al.: Sensitivity of a bolometric interferometer to the cosmic microwave background power spectrum

927



**Fig. 2.** Power spectrum error bar ratio between an imager and a bolometric interferometer (red solid) and between an imager and a heterodyne interferometer (blue dashed). The thick lines only include the noise contribution while the thin lines also include sample variance (with a tensor to scalar ratio of 0.1). In each case we have assumed 256 horns, a sky fraction defined by the 20 degrees FWHM primary beam of the interferometers. The left panel corresponds to a 10 arcmin resolution imager and the right one to a one degree imager. The points are obtained with a precise measurement of the number of equivalent baselines and the lines are from the approximate expression given above. The green dotted line shows the region where the relative sample variance  $\Delta C_\ell / C_\ell = \sqrt{2/(2\ell f_{\text{sky}} \Delta \ell)}$  is greater than one. The ratio of the heterodyne interferometer to the imager depends on the square of the NET ratio; we have assumed 250 and 150 mK/ $\sqrt{\text{Hz}}$  taken from (Samtleben et al. 2007) and Clover (North et al. 2007) at  $\sim 90$  GHz for Chile. It is straightforward to scale the curves for different values of the NET.

is still low. At higher multipoles however, the bandwidth smearing effect and loss of coherence would be a real issue for bolometric interferometers while in a heterodyne interferometer, the separation into small bands would prevent the sensitivity from dropping.

The main remaining question is whether the gain in terms of systematic effects is worth the price of this sensitivity reduction if one builds an interferometer instead of an imager. In terms of optics for instance, an interferometer directly observes the sky. The primary beam is therefore only set by that of the horns, while in an imager, the telescope (mirror or lenses) produces sidelobes inducing poorly predictable ground pickup that often prevent one from reaching the nominal sensitivity. An interferometer is also completely insensitive to spatially uniform polarized signals that vary with time such as polarized atmospheric contamination. These could also prevent an imager from reaching its nominal sensitivity by adding some spread in the noise. These examples mitigate the statistical sensitivity loss of an interferometer with respect to an imager. The differences in terms of systematic effects between imagers and bolometric and heterodyne interferometers are not obvious and deserve a detailed quantitative study in continuation of the work done by Bunn (2007).

**Acknowledgements.** The authors thank Ken Ganga for fruitful discussions and all the participants of the “Bolometric Interferometry for the B-mode search” workshop held in Paris in June 2008 for the many stimulating discussions that took place. We also thank Sarah Church, Keith Grainge and Mike Jones for their explanations concerning heterodyne interferometry.

## References

- Bunn, E. F. 2007, *Phys. Rev. D*, 75, 83517
- Bunn, E. F., & White, M. 2007, *ApJ*, 665, 21
- Charlassier, R., et al. 2008, *A&A*, submitted [arXiv:0806.0380]
- Hobson, M. P., & Magueijo, J. 1996, *MNRAS*, 283, 1133
- Knox, L. 1997, *ApJ*, 480, 72
- Liddle, A. R., & Lyth, D. H. 2000, *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure* (Cambridge University Press)
- Langlois, D. 2004, [hep-th/0405053v1]
- North, C. E., et al. 2007, *Proceedings of the 18th International Symposium on Space Terahertz Technology*, Caltech
- North, C. E., Johnson, B. R., Ade, P. A. R., et al. 2008, *Proceedings of the XXXIIIrd Rencontres de Moriond “Cosmology”* [arXiv:0805.3690]
- Samtleben, D., et al. 2007, *Proceedings of A Century of Cosmology*, San Servolo, Venezia, Italy [arXiv:0802.2657]
- Yoon, K. W., Ade, P. A. R., Barkats, D., et al. 2006, *Proc. SPIE*, 6275 [arXiv:astro-ph/0606278]
- Zaldarriaga, M. 2001, *PRD*, 64, 3001
- White, M., Carlstrom, J. E., Dragovan, M., & Holzappel, W. L. 1999, *ApJ*, 514, 12

## 6.7 Effets de la largeur de bande

La largeur de bande est l'un des arguments les plus souvent utilisés contre l'interférométrie bolométrique. En effet nous sommes ici confrontés à une contradiction profonde : les bolomètres sont des détecteurs à large bande et l'on a donc intérêt à observer en très large bande pour récolter le plus de photons. Typiquement les imageurs utilisent une largeur de bande de  $\Delta\nu/\nu = 0.3$ . À l'inverse, l'interférométrie ne va strictement fonctionner que pour un rayonnement monochromatique. Les franges d'interférence n'ont pas la même fréquence spatiale à différentes fréquences électromagnétiques et vont donc se superposer destructivement si la bande est large. On s'attend donc à une réduction du rapport signal sur bruit consécutif au lissage par la bande (on appelle cet effet *bandwidth smearing*). Les interféromètres comme DASI ou CBI ont été forcées de séparer leur bande d'environ  $\Delta\nu/\nu = 0.1$  en dix sous-bandes et de ne faire des corrélations que sous-bande par sous-bande (ce qui les a donc obligé à répliquer 10 fois leur système de corrélateurs).

Je ne rentrerai pas dans les détails de cette étude qui va être prochainement soumise à publication, mais on peut dire que l'effet est en fait nettement moins important que ce qui est communément admis. La raison pour laquelle DASI et CBI ont dû séparer leur bande totale en dix sous-bandes tient en fait aux corrélateurs qui ne fonctionnent qu'en bande étroite. L'effet de *bandwidth smearing* lui-même est relativement modéré et ne fait perdre qu'environ un facteur 2 aux plus grand multipôles pour ces expériences (et dans le cadre de QUBIC). L'effet de la largeur de bande va être de convoluer les visibilitées auxquelles on a accès dans l'espace  $(u, v)$ . En effet un couple de cornet va correspondre à un point de l'espace  $(u_0, v_0)$  à la fréquence centrale  $\nu_0$  et celui-ci va devenir  $(u, v) = \frac{\nu}{\nu_0}(u_0, v_0)$  à la fréquence  $\nu$ . On a donc une convolution radiale du signal dans l'espace des visibilitées qui va être d'autant plus importante que la ligne de base est grande. Cet effet vient donc s'ajouter à l'effet de convolution dans l'espace des visibilitées lié au fait que la portion de ciel observée n'est pas complète (on multiplie par un masque dans l'espace direct, ce qui se traduit par une convolution dans l'espace réciproque). L'effet de la largeur de bande va donc être négligeable tant que le noyau de convolution dans l'espace des visibilitées reste petit devant celui dû au lobe primaire.

Nous avons pu calculer analytiquement le noyau de convolution dans l'espace des visibilitées consécutif à la largeur de bande dans le cas d'un filtre Gaussien de largeur  $\sigma_\nu$  centré en  $\nu_0$  et avons montré qu'il était équivalent à remplacer le lobe de l'instrument dans l'espace des visibilitées (soit la transformée de Fourier du lobe primaire) par un lobe effectif élargi dans la direction radiale. L'angle solide sous-tendu par ce nouveau lobe dans l'espace direct est alors réduit à :

$$\Omega_{\text{bw}}(\vec{u}_0) = \frac{\Omega}{k_1} \quad (6.45)$$

avec

$$k_1 = \sqrt{1 + 2\pi\Omega \left( \frac{\sigma_\nu}{\nu_0} \right)^2 \|\vec{u}_0\|^2} \quad (6.46)$$

où  $\Omega$  est l'angle solide sous-tendu par le lobe primaire,  $\vec{u}_0$  la ligne de base considérée à la fréquence médiane. Si l'interféromètre couvre une petite portion de ciel, l'effet de largeur de bande va donc être faible car la résolution dans l'espace des visibilitées est dominé par le lobe primaire. Pour une couverture du ciel donnée, l'effet de largeur de bande ne va être important que pour des visibilitées suffisamment grandes pour que l'élargissement du lobe soit significatif.

On peut montrer que l'impact sur le spectre de puissance est une simple réduction du signal par rapport au bruit d'un facteur  $k_1$  puisque la matrice de covariance des visibilitées est proportionnelle au spectre de puissance angulaire multiplié par  $\Omega/2$  (voir l'équation 14 de l'article *Sensitivity of a bolometric interferometer to the cosmic microwave background power spectrum* [Hamilton et al., 2008], reproduit à la fin de la section précédente).

Nous avons testé cette expression avec une simulation numérique dans laquelle on calcule les visibilitées d'une part en les convoluant explicitement dans l'espace  $(u, v)$  par le noyau que nous avons calculé analytiquement tenant compte de la largeur de bande et d'autre part en moyennant les visibilitées calculées pour le même ciel à différentes fréquences électromagnétiques (en pondérant la moyenne par la valeur du



filtre à chaque fréquence). Nous obtenons alors rigoureusement les mêmes cartes de visibilité avec les deux méthodes d'intégration, ce qui nous confirme que notre calcul analytique est correct (voir figure 6.15)

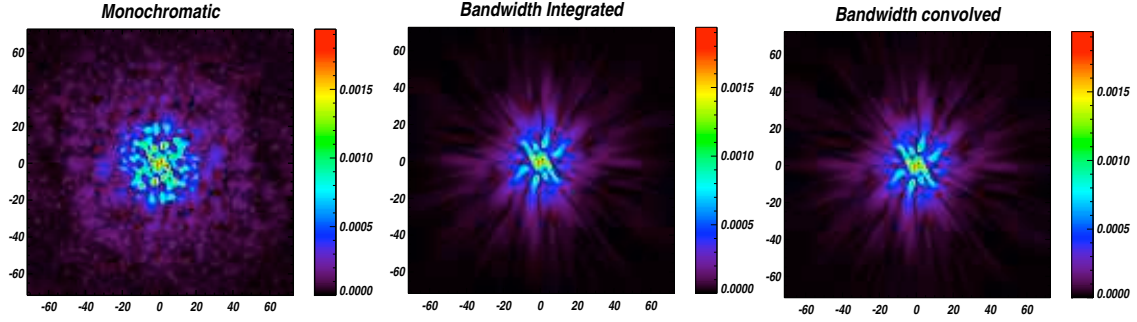


FIG. 6.15: *Effet de la largeur de bande (30%) sur les visibilités (module au carré de l'intensité) représentées dans le plan  $(u, v)$ . La carte de gauche est celle que l'on obtiendrait avec un interféromètre monochromatique. La carte du centre a été obtenue par intégration numérique sur la bande. La carte de droite a été obtenue avec le noyau de convolution que nous avons calculé analytiquement et qui nous a servi à obtenir la relation donnée par l'équation 6.45. L'accord est excellent.*

On calcule alors le spectre de puissance à partir des visibilités avec (points bleu ciel et bleu foncés) et sans (points rouges) largeur de bande et on peut constater la perte de rapport signal sur bruit sur la figure 6.16. On teste aussi l'expression 6.45 pour corriger le spectre de puissance (points verts et oranges) et l'on constate qu'elle permet de corriger le spectre.

Un calcul détaillé des incertitudes sur le spectre de puissance (qui fait l'objet d'un article en préparation) en tenant compte de l'effet de largeur de bande montre que :

$$\Delta C_\ell = \sqrt{\frac{k_1}{\ell \Delta \ell f_{\text{sky}}}} \left( C_\ell + \frac{2N_h \text{NET}^2 \Omega}{N_{\text{eq}}^2 N_t} k_2^2 k_1 \right) \quad (6.47)$$

avec

$$k_2 = \exp \left( \pi \left( \frac{\sigma_\nu}{\nu_0} \right)^2 \frac{1}{k_1^2} \right) \quad (6.48)$$

La NET (voire Appendice A) dépend aussi de la largeur de bande, mais en sens inverse, elle est inversement proportionnelle à la racine carrée de la largeur de bande (en tous cas si l'on néglige le terme de *bunching*, ce qui est dans notre cas une bonne approximation comme on le verra à la fin de ce chapitre). On voit que le choix de la largeur de bande optimale de notre interféromètre va être le résultat d'une optimisation entre la réduction du rapport signal sur bruit consécutive à l'effet décrit ici (à travers les termes  $k_1$  et  $k_2$ ) et l'impact de la largeur de bande sur la NET. Cependant, les choses ne sont pas aussi simples que cela car la largeur de bande influe aussi sur la proportion relative des barres d'erreur de bruit et de variance d'échantillon, de même que le choix du lobe. La forme du spectre va donc jouer un rôle, de même que son amplitude. On va donc devoir optimiser ces quantités en les faisant varier simultanément.

Notons pour finir que nous travaillons actuellement sur une technique qui nous permettra, si l'on arrive à la faire fonctionner, de battre l'effet de dilution dans la bande. En effet, l'origine de cet effet est assez simple : à deux fréquences différentes, le même couple de cornet, ou la même ligne de base, va correspondre à des points différents dans l'espace  $(u, v)$ . C'est la moyenne sur tous ces points due à la largeur de bande qui dilue le signal et fait perdre de la résolution, en particulier loin de l'origine. L'idée que nous poursuivons (qui a été soulevée pour la première dans la thèse de S. Malu à l'Université du Wisconsin [Malu, 2007]), est de reconstruire à l'intérieur de la bande un certain nombre de visibilités dans le plan  $(u, v)$  en profitant du fait que les déphasages appliqués par nos déphaseurs et par le combinateur quasi-optique sont dépendants



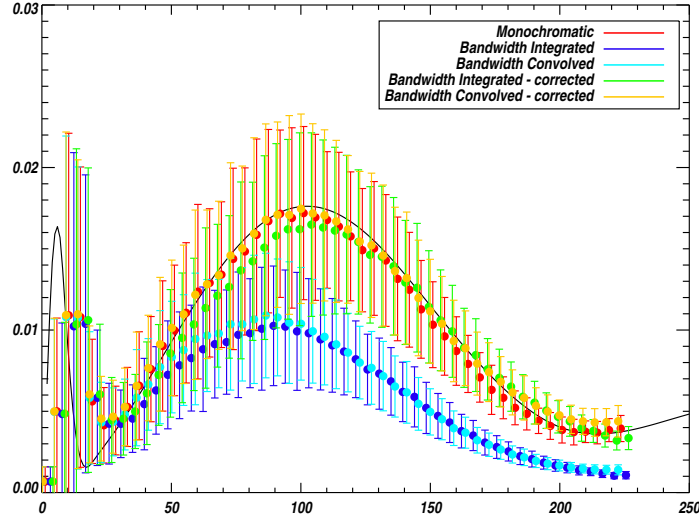


FIG. 6.16: On a calculé le spectre de puissance angulaire sur 100 réalisations de cartes de visibilité sans bruit (comme sur la figure 6.15). Dans le cas monochromatique on trouve les points rouges (les barres d'erreur sont uniquement la variance d'échantillon). Ils ne sont pas exactement superposés sur le spectre initial en raison du lissage par le lobe primaire dans l'espace  $(u, v)$  qui n'est pas corrigé ici. Les points bleu ciel et bleu foncés sont obtenu avec une largeur de bande de 30% en utilisant les deux méthodes indiquées dans le texte. On les corrige alors avec la fonction donnée par l'équation 6.45 et l'on voit que l'on retrouve le spectre initial de manière satisfaisante. Les légères différences entre les deux méthodes de simulation de l'effet de largeur de bande ne sont pas encore parfaitement comprises.

de la fréquence. On peut donc considérer les visibilités de la même ligne de base à différentes fréquences comme autant de variables indépendantes. Ceci est bien entendu limité par la taille du lobe dans l'espace des visibilités, mais on peut donc "battre" la dilution due à la bande passante. Formellement, nous avons pu en démontrer la faisabilité, il nous reste maintenant à mettre cette idée en oeuvre et à la tester sur des simulations afin d'estimer jusqu'à quel point on peut améliorer les choses. Nous y travaillons en ce moment même.

## 6.8 QUBIC QOI Simulator : BQS

Romain Charlassier et moi avons développé un outil de simulation de l'interférométrie bolométrique au moment où nous développons notre technique de reconstruction des visibilités polarisées. Cet outil permet d'abord de générer les visibilités des paramètres de Stokes correspondantes à des cartes observées à travers le lobe de l'instrument (hors de l'approximation plane, voir ci-dessous). Ces visibilités sont ensuite mélangées suivant le schéma de déphasage appliqué sur chaque voie et suivant la configuration optique du combinateur de faisceaux. Les signaux déphasés propagés jusqu'au plan focal sont alors intégrés sur la surface des bolomètres de manière à simuler le signal qu'ils détecteraient (voir figure 6.17). Nous ajoutons alors du bruit à ces mesures. Nous utilisons ensuite les algorithmes décrits dans la section 6.5 pour reconstruire les visibilités à partir des mesures des bolomètres.

Cet outil permet de tester diverses configurations concernant les cornets, le combinateur quasi-optique et la reconstruction des visibilités. Il permet en outre de tester l'impact d'effets systématiques importants tels que l'intercalibration des bolomètres (voir figure 6.18), les effets de largeur de bande, les fuites de pola-

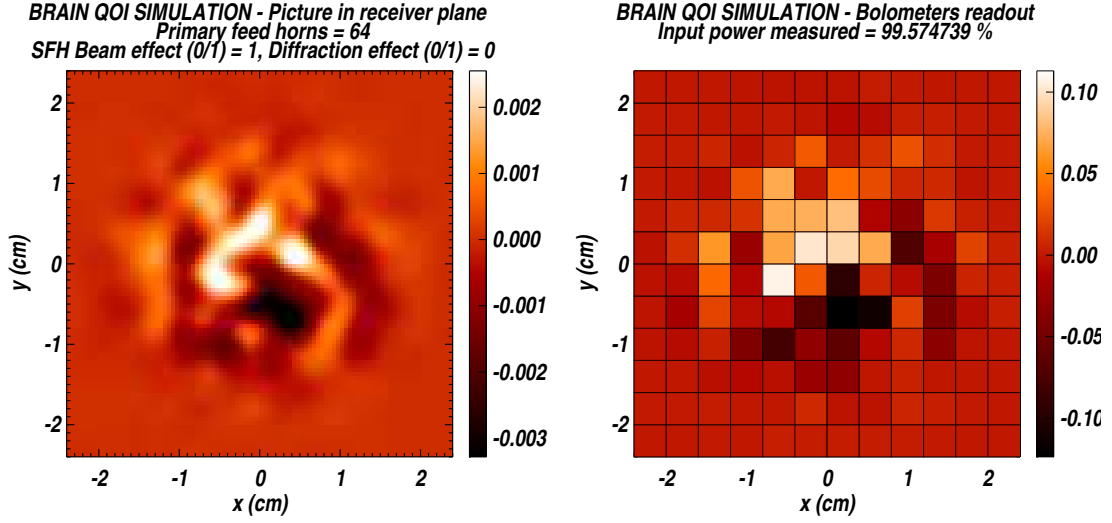


FIG. 6.17: Image dans le plan focal simulée avec notre programme BQS. L'image de gauche montre le signal dans le plan focal non pixellisé. L'image de droite montre le signal intégré sur la surface des 144 bolomètres utilisés dans cette simulation avec 64 cornets d'entrée. À chaque nouvelle configuration de phase, l'image change en raison des combinaisons différentes de déphasage.

risation des OMT... Notre programme est continuellement en développement mais est utilisé par plusieurs membres de la collaboration, en particulier aux États-Unis et en Inde.

### 6.8.1 Calcul des visibilité hors de l'approximation plane

Nous avons défini les visibilité comme :

$$V_I(\vec{u}) = \int I(\vec{n}) B^2(\vec{n}) \exp(2i\pi \vec{u} \cdot \vec{n}) d\vec{n} \quad (6.49)$$

et avons identifié cette expression à une transformée de Fourier. Ceci n'est en fait qu'une approximation valable lorsque le champ couvert par le lobe de l'instrument est suffisamment petit pour que l'on soit dans l'approximation plane. Or, il se trouve que nous prévoyons des lobes de l'ordre d'une quinzaine de degrés pour QUBIC. Dans ce cas l'approximation plane n'est plus valable et on ne peut pas négliger les effets liés à la courbure du ciel. Il n'est donc plus possible d'utiliser une transformée de Fourier du signal pour calculer les visibilité. On peut en revanche développer l'exponentielle sur la base des harmoniques sphériques [Messiah, 1966] :

$$\exp(2i\pi \vec{u} \cdot \vec{n}) = 4\pi \sum_{\ell, m} i^\ell j_\ell(2\pi \times \|\vec{u}\| \times \|\vec{n}\|) Y_{\ell m} \left( \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right) Y_{\ell m}^* \left( \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|} \right) \quad (6.50)$$

qui fait intervenir les fonctions de  $j_\ell$  de Bessel. On trouve alors :

$$V_I(\vec{u}) = 4\pi \sum_{\ell m} i^\ell j_\ell(2\pi \|\vec{u}\|) Y_{\ell m} \left( \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right) \int I(\vec{n}) B^2(\vec{n}) Y_{\ell m}^* \left( \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|} \right) d\vec{n} \quad (6.51)$$

$$= 4\pi \sum_{\ell m} i^\ell j_\ell(2\pi \|\vec{u}\|) Y_{\ell m} \left( \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} \right) \tilde{a}_{\ell m} \quad (6.52)$$

où les  $\tilde{a}_{\ell m}$  sont les pseudo- $a_{\ell m}$ , c'est à dire ceux du ciel pondéré par le masque du lobe primaire (voir section 2.2.3 du premier chapitre). Les effets de la courbure du ciel sont très importants dans notre cas et

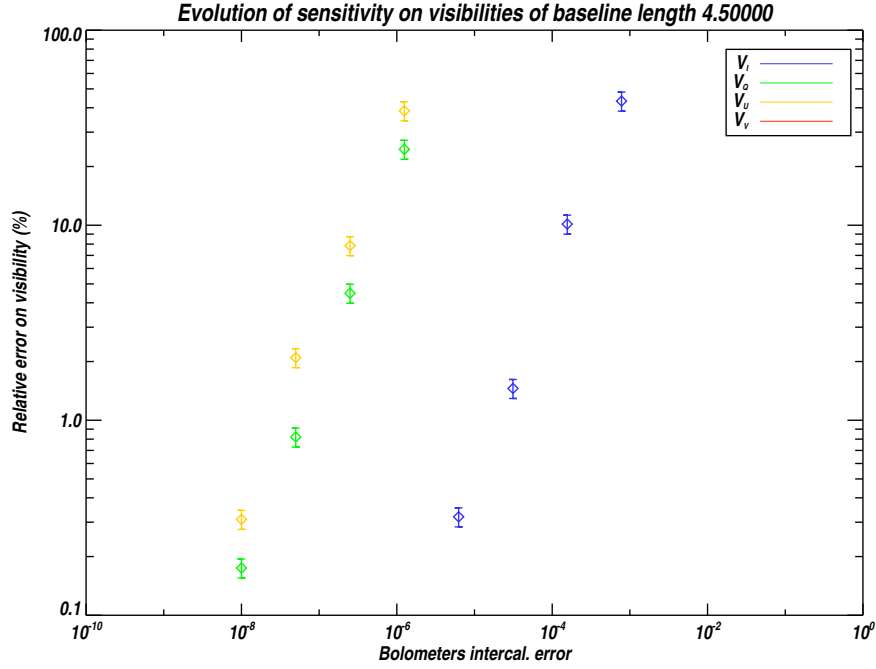


FIG. 6.18: Evolution de l'erreur systématique relative sur les visibilités des paramètres de Stokes reconstruits dans le cadre du design de QUBIC en fonction de l'erreur d'intercalibration entre les bolomètres. On suppose ici que l'on utilise simultanément tous les bolomètres. L'énorme impact d'une petite erreur d'intercalibration confirme ce que l'on avait déjà supposé à la section 6.5. Il vaut mieux utiliser des séquences de phases assez longues pour pouvoir résoudre le problème bolomètre par bolomètre car on est alors exempt de cet effet systématique considérable. Notons que c'est pour tenter d'éviter cet effet systématique que les imageurs incluent une lame demi-onde rotative dans leur chemin optique.

il faut donc utiliser cette dernière expression plutôt qu'une transformée de Fourier rapide de la projection plane de la carte observée.

## 6.9 Optimisation des caractéristiques de QUBIC

Les formules analytiques que nous avons obtenues sur la sensibilité de l'instrument (Eq. 6.37 et 6.47 avec prise en compte de la largeur de bande) constituent un outil puissant pour optimiser la caractéristiques de l'instrument. Je décris dans cette section l'état de nos réflexions concernant les détails du design de l'instrument.

On peut aisément calculer le rapport tenseur sur scalaire minimal auquel on est sensible en calculant les barres d'erreurs attendues sur la mesure avec  $n_{bins}$  d'un spectre théorique  $C_\ell$  correspondant à une valeur de  $r$  données (dans le cadre du modèle standard  $\Lambda$ CDM pour les autres paramètres cosmologiques). Le niveau de signification de la détection de  $r$  est alors mesuré par :

$$n_\sigma(r) = \sqrt{\sum_{i=0}^{n_{bins}-1} \left( \frac{C_\ell}{\Delta C_\ell} \right)^2} \quad (6.53)$$

On choisit alors de définir le  $r$  minimum auquel nous sommes sensibles comme correspondant à  $n_\sigma = 2$ , soit 95% de niveau de confiance (C.L.). En faisant varier divers paramètres de l'instrument on peut

obtenir une optimisation des caractéristiques de notre interféromètre bolométrique. On se limitera dans notre analyse aux multipôles inférieurs à 200 pour diverses raisons : d'une part la cohérence du signal diminue au delà de cette limite, d'autre part échantillonner des lignes de base aussi élevées demanderait beaucoup trop de bolomètres (voir section 6.9.2) et enfin, au delà de cette valeur, les modes B du lensing dominant clairement le signal primordial.

### 6.9.1 Nombre de cornets

Plaçons nous dans la configuration où les cornets sont disposés de manière compacte sur un réseau carré. On a donc, pour  $N_h$  cornets au total, une matrice de  $\sqrt{N_h} \times \sqrt{N_h}$  cornets. Il est clair que plus notre interféromètre contiendra de cornets, plus il sera sensible. Nous ne pouvons cependant pas avoir un nombre trop grand de cornets en raison de la fenêtre ouverte dans le cryostat qui laisse passer le rayonnement vers les cornets. L'extérieur de la fenêtre est à la pression atmosphérique alors que l'intérieur est sous vide. On imagine donc bien que la fenêtre ne peut atteindre une surface trop grande pour de simples raisons mécaniques. Par exemple, la fenêtre de BICEP, une des plus grandes existant à ce jour, a un diamètre de 30 cm pour une épaisseur de 10 cm d'un polymère appelé "zotefoam" qui est transparent aux ondes millimétriques. Multiplier par deux le diamètre de la fenêtre impliquerait une épaisseur quatre fois importante, ce qui dépasse clairement les limites raisonnable.

Les cornets ne peuvent pas être exactement collés à la fenêtre puisque les filtres doivent être placés entre les deux. Nos collègues de Manchester estiment à  $H = 6$  cm minimum la distance entre les cornets et la fenêtre. Il faut donc tenir compte de cette distance pour calculer le nombre minimal de cornets de manière à ce que, compte tenu de leur lobe, les cornets du bord ne subissent pas de *vignetting*. En prenant comme marge 3 FWHM, on trouve que le diamètre maximal de la matrice de cornets est :

$$D_{\text{array}} = D_{\text{window}} - 2H \tan(3\text{FWHM}/2) \quad (6.54)$$

On peut alors calculer le nombre maximal de cornets que l'on peut disposer en carré dans cet interféromètre<sup>8</sup>. Nous tenons aussi compte d'une marge de 1 mm additionnelle pour chaque cornet correspondant à l'épaisseur du métal (différence entre le diamètre intérieur qui régit le lobe, et le diamètre extérieur qui donne la taille du cornet). Le résultat est indiqué sur la figure 6.19 en fonction de la valeur du lobe des cornets à 90 GHz pour  $\kappa = 1.344$  et  $\kappa = 1$  (voir Eq. 6.20).

Le nombre de cornets maximal pour un interféromètre est donc assez sévèrement limité. Notre objectif est donc de construire plusieurs modules (typiquement une dizaine) d'interféromètres, partageant éventuellement le même cryostat et le même réfrigérateur, mais avec des fenêtres différentes. Nous envisageons ainsi une dizaine de modules répartis sur trois ou quatre cryostats avec chacun leur propre monture afin de suivre le ciel.

La figure 6.20 représente le rapport tenseur sur calaire minimal détectable en fonction du nombre de cornets pour une résolution de 16 degrés pour les lobes primaires (toujours à 90 GHz) pour un seul ou dix modules d'interféromètres avec ou sans prise en compte de l'effet de la largeur de bande ( $\Delta\nu/\nu = 0.3$ ). Comme on l'a dit plus haut, nous avons bon espoir de faire fonctionner notre algorithme permettant de "battre" au moins partiellement l'effet de largeur de bande. La sensibilité finale se situera donc entre ces deux courbes. On comprend en voyant ces courbes combien le signal que nous recherchons est faible et on voit bien pourquoi nous aurons besoin de plus d'un module. La meilleure valeur semble 6 modules de 144 cornets dans le cas pessimiste et 3 dans le cas optimiste (nous avons ici pris des multiples de trois puisque nous pensons avoir des modules à 3 fréquences différentes pour avoir un bon contrôle sur la contamination par des avant-plans).

Comme on l'a dit plus haut, il est clair que le nombre de cornets n'est pas vraiment un paramètre que l'on choisit dans notre instrument, il est plutôt défini par la taille maximale de la fenêtre et celle du lobe

<sup>8</sup>On peut aussi les disposer en cercle mais toujours sur une grille carrée. Cela ne fera qu'améliorer légèrement les performances calculées dans la suite.

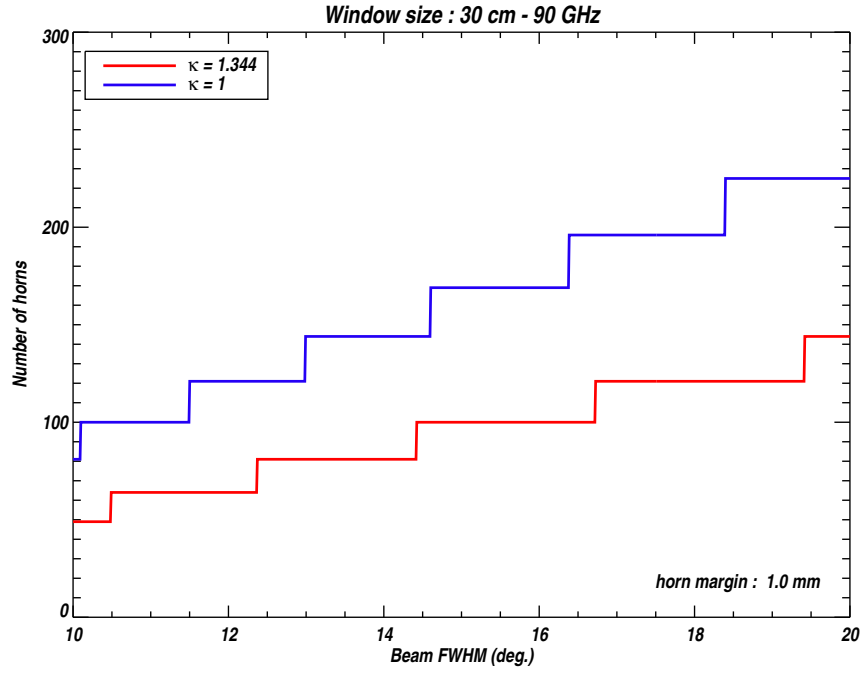


FIG. 6.19: Nombre maximal de cornets disponibles en carré compact derrière une fenêtre de 30 cm en fonction de leur lobe pour  $\kappa = 1.344$  (valeur des cornets développés par nos collègues de Manchester pour CLOVER et  $\kappa = 1$  (limite théorique). Il est peu probable de faire beaucoup mieux que la courbe rouge, la courbe bleue est vraiment une limite purement théorique.

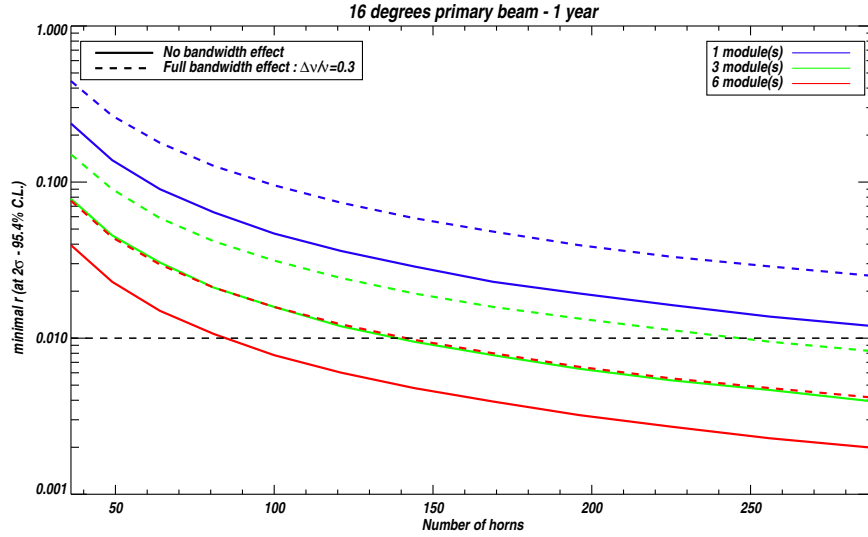


FIG. 6.20: Rapport tenseur sur scalaire minimal détectable en fonction du nombre de cornets (lobe de 16 degrés FWHM, pour 1, 3 et 6 modules) en négligeant l'effet de largeur de bande (trait plein) et avec un effet maximal pour  $\Delta\nu/\nu = 0.3$ . On perd environ un facteur 2 sur le rapport  $r = T/S$ . Rappelons que nous travaillons actuellement à une méthode permettant de corriger cet effet.

primaire. La figure 6.21 montre l'évolution de la valeur du rapport tenseur sur scalaire minimale détectable

en fonction de la taille du lobe en imaginant que l'on remplit au maximum notre fenêtre de 30 cm.

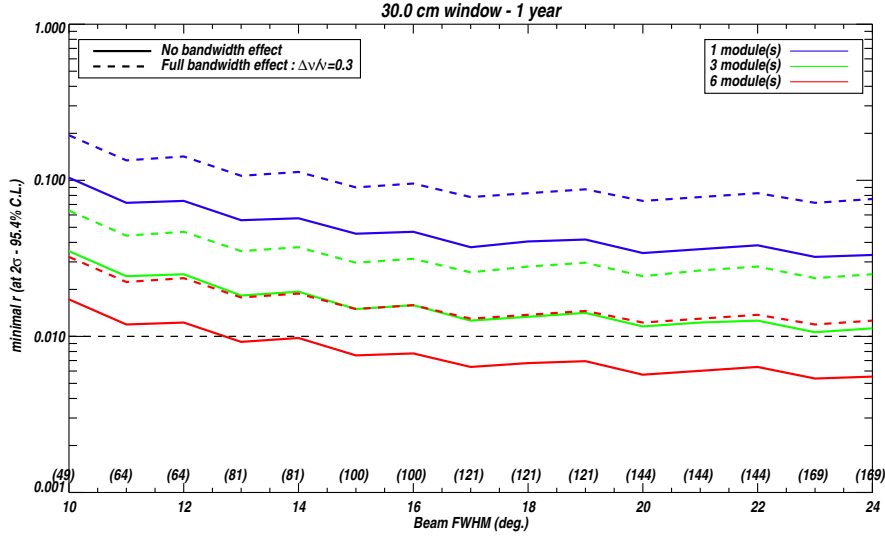


FIG. 6.21: Rapport tenseur sur scalaire minimal détectable en fonction de la taille du lobe en supposant que l'on dispose d'autant de cornets que possible compte tenu de la taille de la fenêtre (pour 1, 3 et 6 modules) en négligeant l'effet de largeur de bande (trait plein) et avec un effet maximal pour  $\Delta\nu/\nu = 0.3$ . Le nombre de cornets correspondant est indiqué en bas entre parenthèses.

En réalité, la sensibilité de l'instrument va aussi dépendre de la largeur de bande et comme on l'a dit précédemment, on s'attend à observer une largeur de bande optimale. En effet les grandes largeurs de bande sont avantageuses du point de vue de la NET mais désavantageuses du point de vue du lissage des visibilités, et inversement pour les faibles largeurs de bande. Nous avons donc procédé à une optimisation en faisant varier simultanément la largeur de bande et le lobe principal pour une fenêtre du cryostat de 30 cm de diamètre. Pour chaque couple de ces paramètres, nous avons calculé le nombre de cornets correspondant et le rapport tenseur sur scalaire minimal détectable à  $2\sigma$  (95% de C.L.). Les résultats sont représentés sur la figure 6.22. Plus le lobe des cornets est grand, plus leur diamètre est petit et donc plus on peut en placer derrière la fenêtre de 30 cm. Le nombre de cornets est indiqué entre parenthèse en bas. On voit qu'il est alors très difficile d'atteindre notre objectif de  $r = 0.01$  en un an avec 6 modules et une fenêtre de 30 cm sans avoir une très grande largeur de bande. Il semble difficile d'avoir une largeur de bande plus grande que  $\sim 25\%$  depuis le sol compte tenu des nombreuses raies d'émission de l'atmosphère qui augmenteraient considérablement la charge thermique sur les bolomètres. Nous n'avons donc ici d'autre choix que d'élargir la fenêtre. Les résultats avec une fenêtre de 40 cm sont représentés à droite de la figure 6.22 et montrent que l'objectif est atteint avec 144 cornets de 14 degrés (exactement ceux déjà développés pour CLOVER) et une largeur de bande 25%. C'est cette configuration que nous retiendrons dans la suite. L'élargissement de la largeur de la fenêtre a, on le voit, un effet très important puisqu'il permet une réduction significative du lobe des cornets primaires, améliorant le rapport signal sur bruit sur les modes  $B$  puisque nous sommes dominés par le bruit et non par la variance d'échantillon. Notons que si nous parvenons à réduire l'impact du lissage dû à la largeur de bande, nous pourrions nous contenter de 3 modules au lieu de 6 comme on le voit sur la figure 6.23.

## 6.9.2 Dimensions, nombre de bolomètres

Rappelons que notre interféromètre bolométrique est en fait un instrument qui réalise une image des franges d'interférence. Le nombre de bolomètres nécessaires au bon fonctionnement de notre instrument est donc déterminé par la manière dont on veut échantillonner ces franges d'interférence.

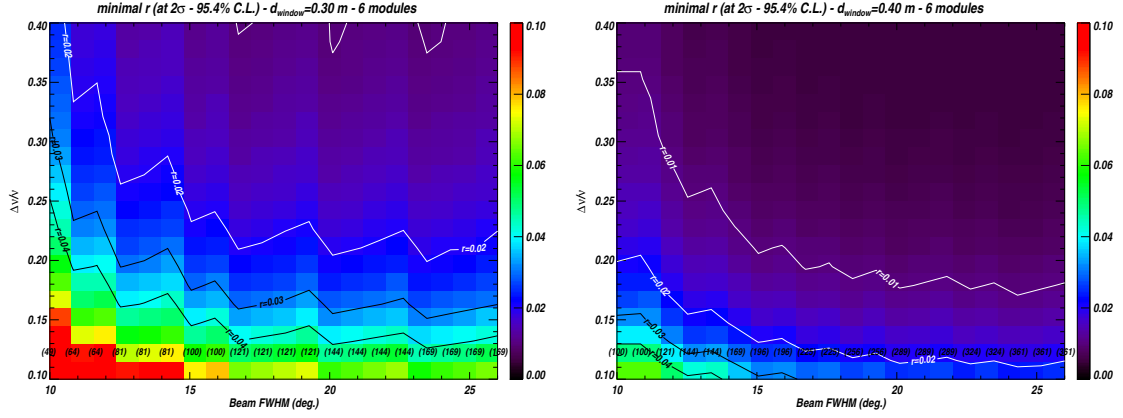


FIG. 6.22: Rapport tenseur sur scalaire minimal détectable à  $2\sigma$  pour une fenêtre de 30 cm (à gauche) et 40 cm (à droite) en fonction de la FWHM du lobe primaire et de la largeur de bande. Les contours sont à  $r = 0.01, 0.02, 0.03$  et  $0.04$  (le nombre de cornets est indiqué en bas entre parenthèse).

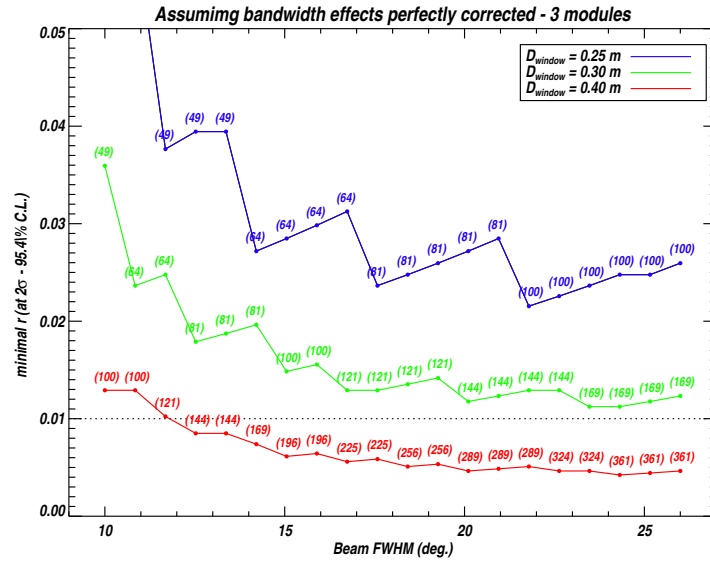


FIG. 6.23: Rapport tenseur sur scalaire minimal détectable à  $2\sigma$  pour une fenêtre de 25, 30 et 40 cm en fonction de la FWHM du lobe primaire dans l'hypothèse où l'effet de largeur de bande serait totalement corrigé par notre algorithme (ce qui reste à démontrer). On voit que trois modules de 14 cornets de 14 degrés correspondant à une fenêtre de 40 cm permettent d'atteindre nos objectifs.

Le déphasage d'un rayon lumineux issu de la position  $\vec{d}$  du plan de cornets réémetteurs arrivant à la position  $\vec{x}$  sur le plan focal (de distance focale  $D_f$ ) est donné par la relation :

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\vec{d}}{\lambda} \cdot \frac{\vec{x}}{D_f} \quad (6.55)$$

### Distance focale

La ligne de base la plus longue que l'on souhaite échantillonner est celle dont les franges sont les plus fines dans le plan focal. Elle ne sera correctement échantillonnée que si 2 ou 3 bolomètres, typiquement, couvrent une période de frange. Supposons que la taille des bolomètres soit  $D_{\text{bol}}$  et que l'on désire échantillonner la ligne de base maximale  $u_{\text{max}}$  avec  $n_s$  échantillons. Une période de frange correspond à un déphasage de  $2\pi$  dans l'équation ci-dessus et on a par conséquent une contrainte sur le rapport entre la distance focale et la taille des bolomètres :

$$\frac{D_f}{D_{\text{bol}}} = n_s \times u_{\text{max}} \quad (6.56)$$

qui nous permet de déterminer la distance focale pour une taille de bolomètre donnée. Par exemple si on veut échantillonner  $\ell_{\text{max}} = 200 = 2\pi \times u_{\text{max}}$  avec  $n_s = 3$  échantillons spatiaux pour une taille de bolomètres de 5 mm, on trouve que la distance focale est  $\sim 48$  cm.

### Taille de la matrice de bolomètres

Une fois la distance focale connue, on peut déterminer le nombre de bolomètres dont on doit disposer pour échantillonner correctement la plus courte ligne de base et intégrer une fraction significative de la puissance rayonnée par les cornets secondaires.

On veut d'une part que la plus courte ligne de base (dont la période sur le plan focal est la plus longue) soit échantillonnée sur un nombre  $n_p$  de périodes complètes (au minimum)  $n_p = 1$ . La contrainte est alors :

$$\sqrt{N_{\text{bol}}} = \frac{n_p D_f}{D_{\text{bol}} u_{\text{min}}} \quad (6.57)$$

$$= n_p n_s \frac{u_{\text{max}}}{u_{\text{min}}} = n_p n_s \frac{\ell_{\text{max}}}{\ell_{\text{min}}} \quad (6.58)$$

ce qui correspond à  $17 \times 17 = 289$  bolomètres pour  $n_s = 3$ ,  $n_p = 1$ ,  $\ell_{\text{max}} = 200$  et  $\ell_{\text{min}} = 36$  (donné par la distance entre deux cornets  $u_{\text{min}} = \frac{\sqrt{2}\kappa}{\pi\sigma_{\text{prim}}} + \frac{2e}{\lambda}$  où  $e$  est l'épaisseur des cornets). Notons que ce nombre est indépendant de la taille des bolomètres, il ne dépend que du rapport entre la taille des bolomètres et la distance focale qui est fixée par l'échantillonnage de la plus longue ligne de base (voir ci-dessus).

La valeur de  $n_p$  n'est pas libre puisqu'elle a un impact direct sur la fraction de la puissance totale émise effectivement intégrée par la matrice de bolomètres. Si le lobe des cornets secondaires est une Gaussienne de largeur  $\sigma_{\text{sec}}$ , alors l'enveloppe des franges d'interférence sur le plan focal est une gaussienne de largeur  $\sigma_{\text{fp}} = D_f \tan \sigma_{\text{sec}} \simeq D_f \sigma_{\text{sec}}$ . En supposant un facteur de remplissage idéal de 100%, la fraction de puissance intégrée dans la matrice carrée de coté  $\Delta x = \sqrt{N_{\text{bol}}} D_{\text{bol}} = n_p n_s D_{\text{bol}} \frac{u_{\text{max}}}{u_{\text{min}}}$  est donnée par :

$$f(n_p) = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \frac{1}{2\pi\sigma_{\text{fp}}^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_{\text{fp}}^2}\right) dx dy \quad (6.59)$$

$$= \left[ \text{Erf}\left(\frac{\Delta x}{2\sqrt{2}\sigma_{\text{fp}}}\right) \right]^2 \quad (6.60)$$

$$= \left[ \text{Erf}\left(\frac{n_p}{2\sqrt{2}u_{\text{min}}\sigma_{\text{sec}}}\right) \right]^2 \quad (6.61)$$

et

$$u_{\text{min}}\sigma_{\text{sec}} = \frac{\sqrt{2}\kappa}{\pi} \frac{\sigma_{\text{sec}}}{\sigma_{\text{prim}}} + \frac{2e\sigma_{\text{sec}}}{\lambda} \quad (6.62)$$

Plus le cornet secondaire aura un grand diamètre, plus la puissance sera concentrée sur une petite surface, correspondant à une petite matrice de bolomètres. Or on a évidemment une relation entre  $\sigma_{\text{prim}}$  et  $\sigma_{\text{sec}}$  puisque les cornets primaires sont collés les uns aux autres et que chacun d'entre eux correspond à deux



cornets secondaires. Les cornets secondaires sont donc forcément plus petits que les cornets primaires. Le rapport des diamètres des cornets primaires et secondaires va dépendre de l'angle entre l'axe reliant les deux cornets secondaires et le carré de cornets primaires. La taille des cornets primaires va clairement être maximisée pour un angle de 45 degrés, ils vont alors tous se toucher et former eux aussi une matrice compacte (voir figure 6.24). On peut montrer facilement que le rapport entre les diamètres extérieurs des

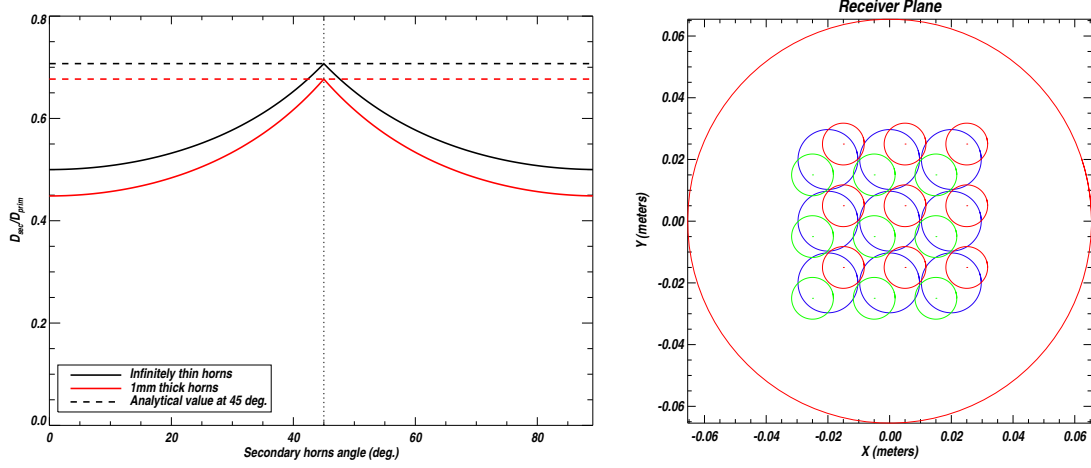


FIG. 6.24: **Gauche :** Rapport entre les diamètres des cornets primaire et secondaire en tenant compte de leur épaisseur. La calcul numérique confirme la formule de l'équation 6.64 pour la taille maximale des cornets secondaires à 45 degrés. **Droite :** Illustration de la position des cornets primaires (bleus) et secondaires (rouges et verts) pour un angle de 45 degrés.

cornets primaires et secondaires vaut alors :

$$\frac{D_{\text{sec}}^{\text{ext}}}{D_{\text{prim}}^{\text{ext}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6.63)$$

ce qui correspond pour les diamètres intérieurs (avec une épaisseur  $e$  pour les cornets, soit  $D^{\text{ext}} = D + 2e$ ) :

$$D_{\text{sec}} = \frac{D_{\text{prim}} + 2(1 - \sqrt{2})e}{\sqrt{2}} \quad (6.64)$$

Ce résultat est confirmé par un calcul numérique illustré par la figure 6.24. Finalement, en négligeant l'épaisseur des cornets (limite optimiste où  $e$  tend vers 0), on a :

$$\frac{\sigma_{\text{sec}}}{\sigma_{\text{prim}}} \simeq \sqrt{2} \quad (6.65)$$

et donc

$$u_{\text{min}} \sigma_{\text{sec}} \simeq \frac{2\kappa}{\pi} \quad (6.66)$$

de sorte que

$$f(n_p) \simeq \left[ \text{Erf} \left( \frac{\pi n_p}{4\sqrt{2}\kappa} \right) \right]^2 \simeq 0.19 \quad (6.67)$$

pour  $n_p = 1$  et  $\kappa = 1.344$ . La fonction  $f(n_p)$  est représentée sur la figure 6.25. On n'intègre donc qu'environ 20% de la puissance totale (15% en tenant compte de l'épaisseur des cornets de 1 mm) si l'on choisit de définir la taille de la matrice de bolomètres en n'échantillonnant qu'une seule période de la ligne de base la plus petite. Il faut donc une matrice plus grande que ce qui est strictement nécessaire à la bonne détermination de nos lignes de base, simplement pour intégrer une grande fraction de la puissance totale.

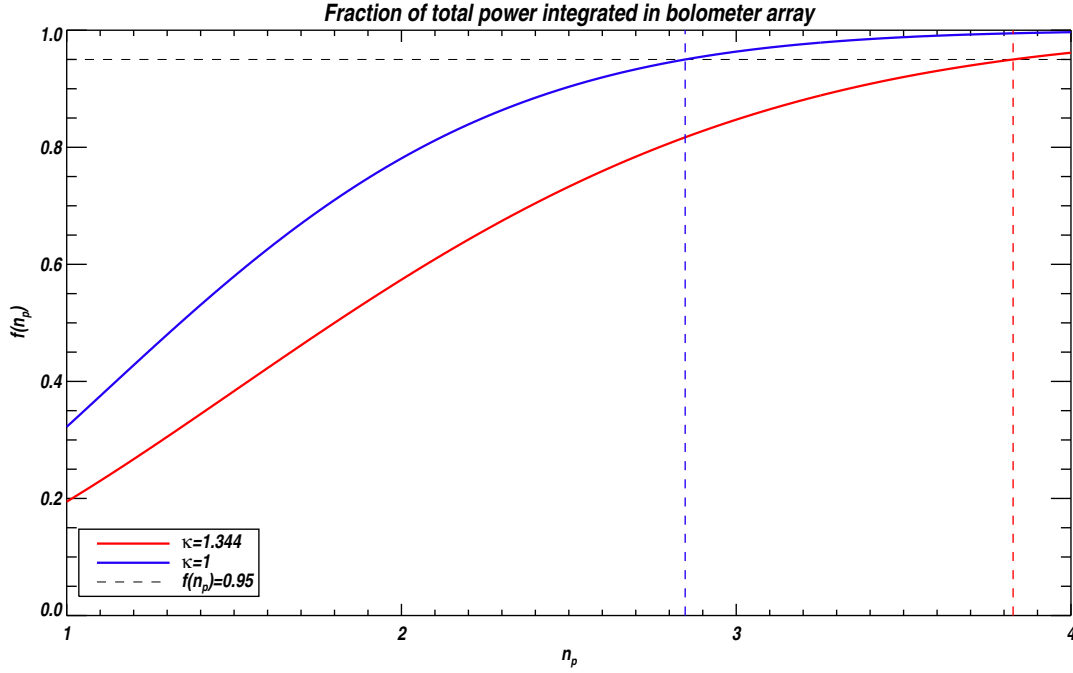


FIG. 6.25: Fraction  $f(n_p)$  de la puissance totale émise par les cornets secondaires intégrée dans la matrice de bolomètres en fonction du nombre de périodes sur lequel on échantillonne la plus petite ligne de base (on a ici négligé l'épaisseur des cornets).

Notons que si on parvenait (avec des lentilles par exemple) à réduire le paramètre  $\kappa$  (lié à la limite de diffraction  $S\Omega = \kappa^2\lambda^2$  qui vaut ici 1.344) des cornets secondaires, on améliorerait la situation en intégrant 35% de la puissance totale. Ce ne serait cependant pas suffisant, nous n'avons d'autre choix que d'augmenter le nombre de bolomètres. Pour qu'une fraction suffisante (95%) de la puissance soit intégrée, il faut pratiquement atteindre  $n_p = 4$ .

Si l'on veut intégrer une fraction  $f$ , le nombre de bolomètres dans notre matrice s'écrit finalement :

$$\sqrt{N_{\text{bol}}} = n_p(f) n_s \frac{\ell_{\text{max}}}{\ell_{\text{min}}} \quad (6.68)$$

où  $n_p(f)$  est la fonction réciproque de celle représentée sur la figure 6.25. On trouve ainsi  $67 \times 67 = 4489$  bolomètres pour  $f = 0.95$ ,  $n_s = 3$ ,  $\ell_{\text{min}} = 32$ ,  $\ell_{\text{max}} = 200$  avec  $\kappa = 1.344$  et  $50 \times 50 = 2500$  pour  $\kappa = 1$ . Rappelons que nous avons ici négligé l'épaisseur des cornets qui empire légèrement la situation (on passerait à  $69 \times 69 = 4761$  et  $51 \times 51 = 2601$  avec 1 mm d'épaisseur). Ces chiffres sont clairement trop élevés et l'on se trouve donc face à un dilemme entre la taille de la matrice de bolomètres et la puissance intégrée (directement liée à la sensibilité). On voit que les calculs de sensibilité de la section précédente qui ne semblaient pas dépendre du nombre de bolomètres (on considérait que toute la puissance est intégrée) en dépendent en fait de manière très nette.

Nous pouvons alors jouer sur plusieurs paramètres :

- Réduire l'échantillonnage de la plus longue ligne de base, nous avons jusqu'ici pris  $n_s = 3$ . Le théorème de Shannon-Nyquist nous indique que l'on peut sans risque descendre jusqu'à  $n_s = 2$
- Réduire  $\ell_{\text{max}}$ , la figure 6.26 montre que l'on ne perd pas significativement en termes de sensibilité en ne reconstruisant que les lignes de base plus petites que  $\ell = 150$ , voire même  $\ell = 125$ .
- Réduire  $\kappa$  pour les cornets secondaires en ajoutant des lentilles. Cependant, la limite  $\kappa = 1$  est illusoire puisqu'elle correspond à un cornet parfaitement diffractif.

La table 6.1 montre le nombre de bolomètres correspondant à ces variations pour 95% de la puissance intégrée en tenant compte d'une épaisseur de 1 mm pour les cornets.

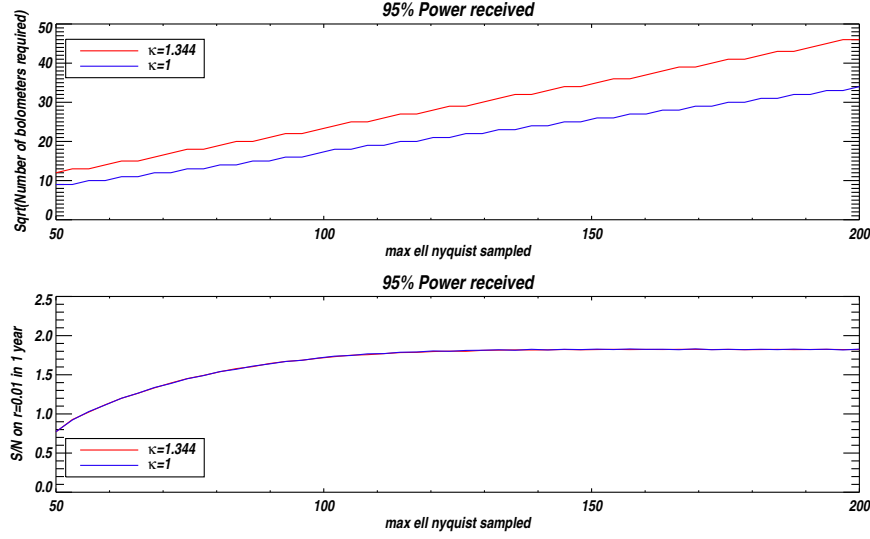


FIG. 6.26: Nombre de cornets requis et rapport signal sur bruit atteint en fonction de la valeur choisie pour le multipole maximum reconstruit (c'est à dire échantillonné avec  $n_s = 2$  échantillons. On voit que l'on peut sans trop de perte se limiter à  $\ell_{\max} = 150$  voir 125, ce qui permet de réduire significativement le nombre de bolomètres.

$n_s$	$\ell_{\max}$	$\kappa_{\text{sec}}$	$\sqrt{N_{\text{bol}}}$	$N_{\text{bol}}$
3	200	1.344	67	4489
3	200	1.000	50	2500
2	200	1.344	45	2025
2	200	1.000	33	1089
3	150	1.344	50	2500
3	150	1.000	37	1369
2	150	1.344	34	1156
2	150	1.000	25	625
3	125	1.344	42	1764
3	125	1.000	31	961
2	125	1.344	28	784
2	125	1.000	21	441

TAB. 6.1: Nombre de bolomètres correspondant à des variations du nombre d'échantillons pour la ligne de base la plus grande  $n_s$ , du multipole correspondant à cette ligne de base et de la valeur de  $\kappa$ . On a supposé que l'on intègre 95% de la puissance avec la matrice de bolomètres et une épaisseur de 1mm pour les cornets.

### 6.9.3 Résumé des caractéristiques de QUBIC

Toutes les considérations détaillées ci-dessus nous permettent de définir assez précisément quelles doivent être les caractéristiques de l'instrument QUBIC (illustrées sur la figure 6.27) :

- 6 modules d'interféromètres avec chacun leur fenêtre de 41 cm. On peut imaginer un cryostat qui contienne plusieurs modules avec un pulse-tube au centre comme indiqué sur la figure 6.28.
- Chaque module comprend 144 cornets de 14 degrés FWHM à 90 GHz (avec une largeur de bande de 25%) placés sur une grille carrée. L'épaisseur des cornets est de 1 mm et leur diamètre intérieur de 19.3 mm. Chaque cornet est suivi d'un OMT et de deux cornets secondaires orientés à 45 degrés. La FWHM des cornets secondaires est de 20.7 degrés et leur diamètre est 13.1 mm.

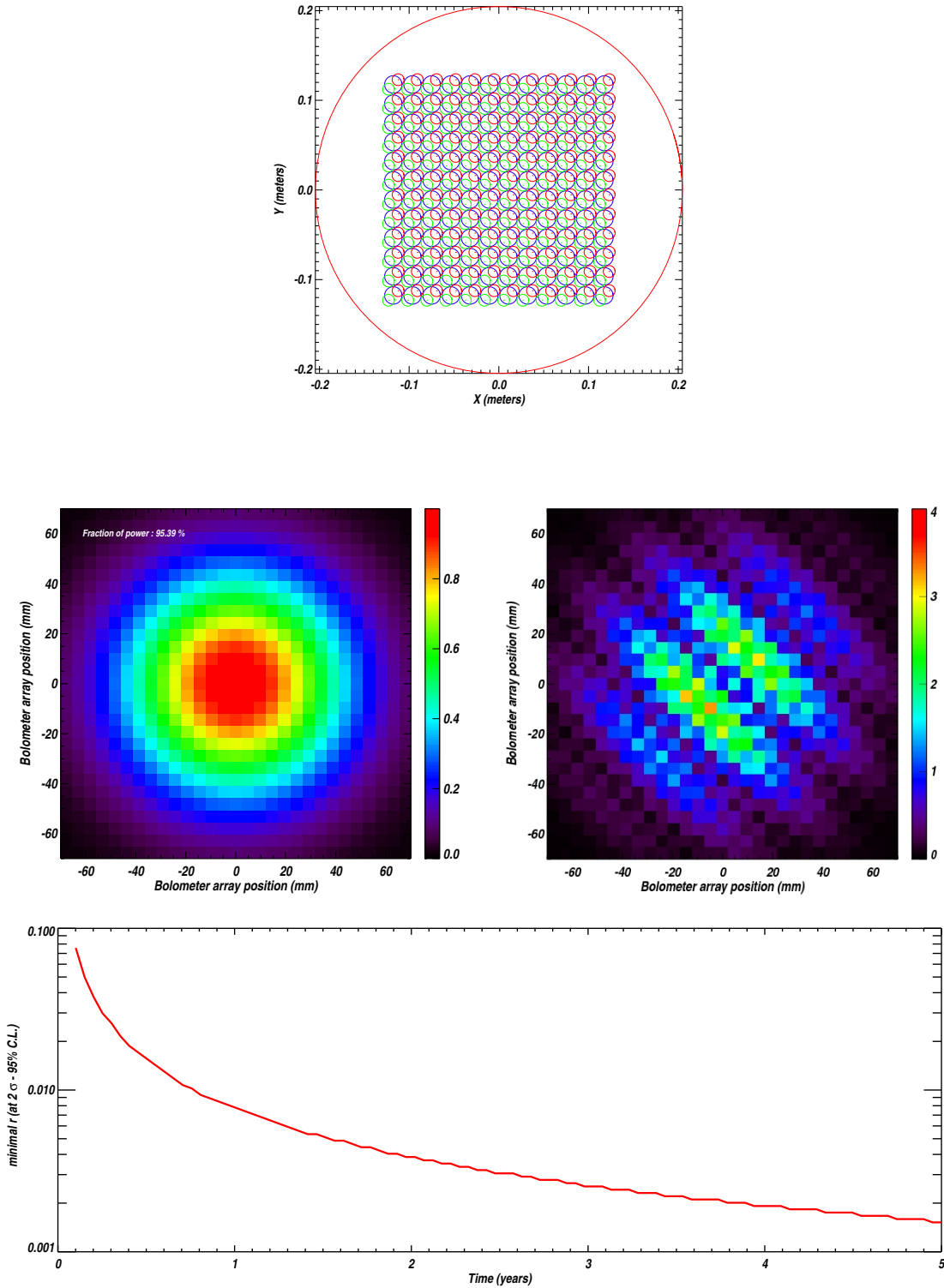


FIG. 6.27: Design de QUBIC obtenu à partir des compromis décrits dans cette section. La première image représente le plan de cornets primaires en bleu et les cornets secondaires à 45 degrés en rouge et vert (pour les deux polarisations). L'image suivante représente le lobe des cornets secondaires sur la matrice de  $28 \times 28 = 784$  bolomètres. On a ensuite représenté les franges d'interférence correspondant à la plus petite ligne de base (selon la première bissectrice) et à la plus longue (selon la seconde bissectrice) qui est échantillonnée avec deux bolomètres par période. Le graphe du bas représente le rapport tenseur sur scalaire minimal obtenu en fonction du temps avec cet instrument.

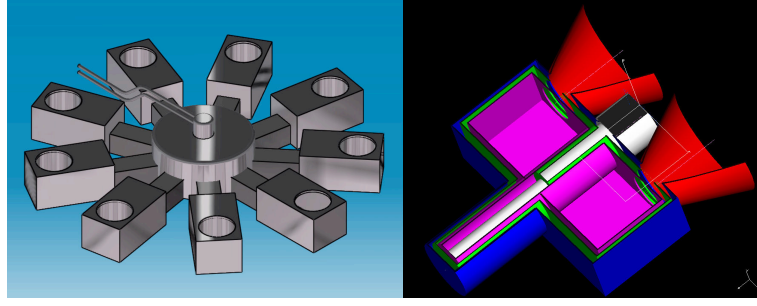


FIG. 6.28: Vues schématiques de propositions pour le cryostat de QUBIC. Une seule enceinte avec un pulse-tube central contiendrait plusieurs modules. La proposition de droite provient de nos collègues de Rome, celle de gauche de l'APC.

- Le combineur optique a une distance focale de 19.9 mm (elle a été significativement réduite par rapport aux premières estimations en diminuant  $\ell_{\max}$  à 125 et  $n_s$  à 2).
- Le plan focal a une largeur de 14 cm et est équipé d'une matrice carrée de  $28 \times 28 = 784$  bolomètres. En supposant un facteur de remplissage de 100% on intègre alors 95% de la puissance émise par les cornets secondaires.

La sensibilité obtenue avec un tel instrument est bien celle que l'on visait : nous pourrions exclure une valeur du rapport tenseur sur scalaire de 0.01 à 95% de niveau de confiance avec un an complet de données.

#### 6.9.4 L'option sans déphaseurs

Depuis quelques mois, suite à une idée de Lucio Piccirillo (Manchester), nous investiguons dans QUBIC l'idée de réaliser notre interféromètre bolométrique sans déphaseurs. L'idée est d'utiliser le fait que le combineur de faisceaux induit lui-même des déphasages qui pourrait nous servir à moduler le signal. J'ai pris la responsabilité de la réflexion autour de cette idée et de son étude de faisabilité. Nous pensions initialement que faire tourner l'interféromètre sur lui-même en visant toujours la même direction allait permettre d'obtenir cette modulation (une telle rotation est de toutes manières nécessaire pour suivre le champ lors de la rotation de la terre). Le déphasage induit en un point  $\vec{x}$  du plan focal par le combineur quasi-optique sur la ligne de base correspondant aux voies  $i$  et  $j$  de polarisation  $\alpha$  et  $\beta$  est donné par :

$$\Delta\phi_{ij}^{\alpha\beta}(\vec{x}) = -\frac{2\pi}{\lambda D_f} \Delta\vec{d}_{ij}^{\alpha\beta} \cdot \vec{x} \quad (6.69)$$

où  $D_f$  est la distance focale du combineur et  $\Delta\vec{d}_{ij}^{\alpha\beta}$  le vecteur séparant les cornets de réémission des voies  $(i, \alpha)$  et  $(j, \beta)$ . On voit clairement ici que faire tourner le ciel par rapport à l'instrument ne va pas changer le déphasage en un point. Seules les visibilité échantillonnées par l'instrument vont changer puisque une ligne de base donnée va se déplacer suivant un cercle dans l'espace  $(u, v)$ . On va donc en fait avoir davantage d'inconnues que sans rotation dans notre problème linéaire sans pour autant avoir plus de contraintes (les déphasages ne changent pas). Cette première idée n'a donc pas été retenue.

Afin de résoudre notre problème il faut donc en fait déplacer le plan focal (les  $\vec{x}$ ) par rapport au plan de cornets émetteurs qui, lui, doit rester fixe par rapport au ciel. Dans ce cas le bolomètre situé à la position  $\vec{x}$  mesurera un signal qui sera la combinaison linéaire de toutes les visibilité, mais avec des coefficients qui varieront du fait du changement de déphasage. Plusieurs solutions sont alors envisageables :

- faire tourner le plan focal lui-même semble difficile du fait de sa cryogénie lourde.
- On peut faire tourner le bloc de cornets tout en faisant tourner globalement le cryostat de manière à ce que les cornets soient fixes par rapport au ciel. Chacun des bolomètres parcourra alors un cercle sur l'image 6.17 ayant donc accès à de nombreuses configurations de phases différentes. Le même effet serait obtenu avec une pièce optique rotative permettant de faire tourner l'image sur le plan focal

placée juste avant le plan focal (ce genre de pièce appelée prisme de Dove existe aussi sous forme d'un ensemble de miroirs). En fait, nous avons simulé cette configuration et il s'avère que le nombre de configurations de phases accessible n'est pas suffisant pour que l'inversion du problème linéaire permettant de passer des mesures de bolomètres à celle des visibilités se fasse correctement. Le problème demeure singulier.

- Nous avons montré en revanche que si l'image des cornets balaie lentement le plan focal horizontalement et verticalement, alors chaque bolomètre verra chaque point de l'image et le système sera inversible. Il faut donc trouver un système optique permettant d'arriver à ce résultat. Le plus simple est d'avoir un miroir sur le chemin optique qui va se déplacer dans deux directions pour déplacer l'image des cornets sur le plan focal. Le problème d'une telle configuration est alors lié à la défocalisation induite par le balayage (le plan de la matrice bolomètres est forcément plat puisqu'ils sont tous sur le même *wafer* alors que le plan focal vrai se déplacera sur une sphère). Nos collègues Milanais sont actuellement en train d'étudier en détails les effets de la défocalisation et des aberrations optiques dans plusieurs configuration de télescope afin de voir si une telle option est viable.

Notons que l'abandon des déphaseurs, s'il simplifierait considérablement l'instrument, nous ferait perdre une spécificité intéressante de notre interféromètre bolométrique. En effet les déphaseurs contrôlables offrent la possibilité de faire des phases de prise de données spécifiquement dédiés à la mesure des effets systématiques. On peut imaginer ne moduler que l'un des déphaseurs en éclairant l'instrument avec une source de polarisation connue afin de mesurer la polarisation croisée de la voie qui subit la modulation. En faisant de même successivement avec toutes les voies, on dispose ainsi d'un outil unique de calibration interne de notre instrument. Une telle procédure n'est évidemment pas envisageable avec des déphasages uniquement optiques pour lesquels toutes les voies seront toujours "allumées" simultanément.

Nous ne sommes pas encore en mesure de conclure quant à la faisabilité et à l'intérêt de l'option sans déphaseurs, mais c'est indubitablement une piste intéressante qu'il convient de poursuivre.

### 6.9.5 Presque un imageur ?

Une solution extrêmement simple dans la suite de l'option sans déphaseurs consisterait à sortir l'optique (cornets, miroirs, y compris un éventuel miroir mobile) du cryostat, notre interféromètre ressemblerait alors beaucoup à un imageur classique : un système optique à chaud focaliserait l'image du ciel vers une matrice de bolomètre qui serait la seule à être refroidie. Deux différences fondamentales avec un imageur demeureraient cependant : le champ de vue serait tronqué par les cornets, servant à sélectionner les modes de Fourier au sein du champ de vue et une partie de l'optique serait mobile servant à moduler les phases afin de permettre la reconstruction de ces modes de Fourier. Avec un imageur classique, il est impossible de reconstruire des modes de Fourier au sein du champ de vue, c'est pourquoi les imageurs ont en général un petit champ de vue et scannent le ciel. Notre interféromètre bolométrique fonctionnerait bel et bien différemment puisque il ne scannerait pas le ciel mais observerait les modes de Fourier au sein de son large lobe primaire.

Un tel design est certainement avantageux de plusieurs points de vue : le cryostat serait considérablement réduit puisqu'il ne contiendrait plus d'optique, la fenêtre pourrait être elle aussi de petite taille. Le système optique mobile permettant la modulation des déphasages serait lui aussi bien plus simple à réaliser puisque fonctionnant à température ambiante. En revanche, la charge thermique sur les bolomètres serait considérablement accrue en particulier du fait de la température des cornets dont l'émissivité n'est pas négligeable (entre 10 et 20%). Il convient donc de calculer précisément le bruit de photons subi par les bolomètres dans le cas de ce design et de le comparer avec le design "canonique".

Le calcul du bruit instantané dans chacune des configurations est assez simple et revient à compter les photons arrivant sur le bolomètre en provenance des diverses sources possibles : CMB, atmosphère, miroirs, cornets, filtres, fenêtre.

On supposera dans la suite une efficacité optique globale de  $\epsilon = 30\%$ . Nous donnerons les chiffres pour 144 cornets à 90 GHz. Les résultats numériques sont résumés dans la table 6.2 pour la configuration avec

optique froide et la configuration avec optique chaude. Pour pouvoir avoir un élément de comparaison, je donne aussi les mêmes quantités dans le cas d'un imageur classique avec deux bolomètres par cornet et une optique chaude.

– Fond Diffus Cosmologique :

Les cornets primaires ont une *étendue* donnée par le produit de leur surface par l'angle solide qu'ils couvrent. Notons que ce n'est pas la surface physique à l'entrée du cornet qui compte ici, mais sa surface effective  $S_{\text{eff}} = S/\kappa^2$  (en effet l'éclairement n'est pas uniforme dans le plan d'entrée des cornets). L'étendue est donc  $S_{\text{eff}}\Omega = \lambda^2$ . La puissance provenant du fond diffus cosmologique entrant dans  $N_h$  cornets est donc donnée par :

$$P_{\text{CMB}} = N_h \times B_\nu(\nu, T_{\text{CMB}}) \times S_{\text{eff}}\Omega \times \Delta\nu \times \epsilon \quad (6.70)$$

$$= N_h \times B_\nu(\nu, T_{\text{CMB}}) \times \lambda^2 \times \Delta\nu \times \epsilon \quad (6.71)$$

– Atmosphère :

L'atmosphère est aussi une source étendue à une température d'environ 240 K, elle remplit donc elle aussi complètement le lobe de l'instrument mais à une émissivité  $\epsilon_{\text{atm}} \sim 5\%$  en Antarctique de sorte que la puissance entrant dans le détecteur est :

$$P_{\text{atm}} = N_h \times B_\nu(\nu, T_{\text{atm}}) \times \lambda^2 \times \Delta\nu \times \epsilon \times \epsilon_{\text{atm}} \quad (6.72)$$

– Fenêtre :

Par définition, la fenêtre ouverte dans le cryostat est plus étendue que le lobe des cornets primaires, autrement elle tronquerait le lobe induisant des effets indésirables. Elle constitue donc elle aussi une source étendue du point de vue des cornets primaires. Sa température est la même que l'atmosphère et son émissivité est faible, de l'ordre de  $\epsilon_{\text{window}} \sim 2\%$ . La puissance émise par la fenêtre vers les détecteur est donc :

$$P_{\text{window}} = N_h \times B_\nu(\nu, T_{\text{window}}) \times \lambda^2 \times \Delta\nu \times \epsilon \times \epsilon_{\text{window}} \quad (6.73)$$

– Filtres :

Les filtres sont situés juste après la fenêtre et couvrent donc eux aussi toute l'étendue des cornets primaires. Leur émissivité est faible  $\epsilon_{\text{filter}} \sim 1\%$  et ils sont dans le cryostat, donc refroidis. Nous supposons qu'ils sont à la température du bain d'azote,  $T_{\text{filter}} = 77$  K.

$$P_{\text{filters}} = N_h \times B_\nu(\nu, T_{\text{filters}}) \times \lambda^2 \times \Delta\nu \times \epsilon \times \epsilon_{\text{filters}} \quad (6.74)$$

– Cornets :

Les cornets émettent eux même du rayonnement thermique avec une émissivité assez importante, de l'ordre de  $\epsilon_{\text{horns}} \sim 20\%$ . Selon la configuration ils peuvent être à la température ambiante  $T_{\text{horns}} = 240$  K ou refroidis à la température de l'hélium liquide  $T_{\text{horns}} = 4$  K (si des déphaseurs sont nécessaires ils sont placés entre les cornets primaires et secondaires et doivent être à une température en dessous du seuil de supraconductivité des déphaseurs, typiquement quelques K). Si les bolomètres sont bien isolés optiquement, les cornets secondaires sous-illuminent les miroirs et le lobe des bolomètres aussi, de sorte que c'est le même  $S_{\text{eff}}\Omega = \lambda^2$  qui joue. Le nombre de cornets secondaires est  $2N_h$  :

$$P_{\text{horns}} = 2N_h \times B_\nu(\nu, T_{\text{horns}}) \times \lambda^2 \times \Delta\nu \times \epsilon \times \epsilon_{\text{horns}} \quad (6.75)$$

– Miroirs :

Les miroirs remplissent aussi le lobe de chacun des bolomètres et leur température est soit  $T_{\text{mirrors}} = 4$  K soit  $T_{\text{mirrors}} = 240$  K. Leur émissivité est  $\epsilon_{\text{mirrors}} \sim 1\%$ . La puissance totale est cette fois proportionnelle au nombre de bolomètres (ici  $28 \times 28$ ) et non pas au nombre de cornets.

$$P_{\text{mirrors}} = N_{\text{bol}} \times B_\nu(\nu, T_{\text{mirrors}}) \times \lambda^2 \times \Delta\nu \times \epsilon \times \epsilon_{\text{mirrors}} \quad (6.76)$$

On voit que pour chacun des composants de l'instrument, le calcul de la puissance reçue par les détecteurs se fait à partir de l'*étendue* qui est conservée entre le ciel et les détecteurs. En sommant toutes les contributions, on obtient la puissance totale sur la matrice de bolomètres. On suppose ici que cette puissance est

également répartie entre tous les bolomètres et on calcule la fluctuation de Poisson sur la puissance reçue dans chaque bolomètres via  $NEP^2 = 2h\nu P + 2P^2/\Delta\nu$  qui inclue les termes de *shot noise* et de *bunching* (voir Annexe A et surtout [Lamarre, 1986, Bowden et al., 2004]). On ajoute quadratiquement à ce bruit de photon la contribution du bruit thermique des bolomètres qui vaut environ  $1.5 \times 10^{-17} \text{ W/Hz}^{1/2}$  pour des bolomètres à 300 mK et chute à  $1.5 \times 10^{-18} \text{ W/Hz}^{1/2}$  pour des bolomètres à 100 mK [Piat, 2008b]. La NEP finale est alors convertie en NET (Noise Equivalent Temperature) comme décrit dans l'appendice A.

Cette NET correspond en fait à l'un de nos  $N_{\text{bol}}$  bolomètres qui reçoit la puissance collectée par  $N_h$  cornets. Afin de pouvoir comparer cette NET avec celle d'un imageur, on se ramène à la NET correspondant au même nombre de bolomètres par cornet en multipliant le résultat précédent par  $\sqrt{N_{\text{bol}}/N_h}$ . Tous ces résultats sont résumés dans la table 6.2.

		B.I. Opt. Froide	B.I. Opt. Chaude	Imageur
$P_{\text{CMB}}$	W	$3.6 \times 10^{-11}$	$3.0 \times 10^{-11}$	$3.0 \times 10^{-11}$
$P_{\text{atm}}$	W	$3.2 \times 10^{-10}$	$3.2 \times 10^{-10}$	$3.2 \times 10^{-10}$
$P_{\text{window}}$	W	$1.3 \times 10^{-10}$	$1.3 \times 10^{-10}$	$1.3 \times 10^{-10}$
$P_{\text{filter}}$	W	$2.0 \times 10^{-11}$	$2.0 \times 10^{-11}$	$2.0 \times 10^{-11}$
$P_{\text{horns}}$	W	$2.4 \times 10^{-11}$	$2.6 \times 10^{-9}$	$1.2 \times 10^{-11}$
$P_{\text{mirrors}}$	W	$3.3 \times 10^{-12}$	$3.5 \times 10^{-10}$	$6.4 \times 10^{-11}$
$P_{\text{total matrice bol.}}$	W	$5.2 \times 10^{-10}$	$3.4 \times 10^{-9}$	$5.7 \times 10^{-10}$
$P_{\text{total par bolomètre}}$	W	$6.7 \times 10^{-13}$	$4.3 \times 10^{-12}$	$2.0 \times 10^{-12}$
$NEP_{\text{shot-noise}}$	$\text{W.Hz}^{-1/2}$	$8.9 \times 10^{-18}$	$2.3 \times 10^{-17}$	$1.5 \times 10^{-17}$
$NEP_{\text{bunching}}$	$\text{W.Hz}^{-1/2}$	$6.3 \times 10^{-18}$	$4.1 \times 10^{-17}$	$1.9 \times 10^{-17}$
$NEP_{\text{photons}}$	$\text{W.Hz}^{-1/2}$	$1.1 \times 10^{-17}$	$4.7 \times 10^{-17}$	$2.4 \times 10^{-17}$
$NEP_{\text{bolo}} (300 \text{ mK})$	$\text{W.Hz}^{-1/2}$	$1.5 \times 10^{-17}$	$1.5 \times 10^{-17}$	$1.5 \times 10^{-17}$
$NEP_{\text{totale}} (300 \text{ mK})$	$\text{W.Hz}^{-1/2}$	$1.9 \times 10^{-17}$	$4.9 \times 10^{-17}$	$2.9 \times 10^{-17}$
$NET_{\text{totale}} (300 \text{ mK})$	$\mu\text{K.s}^{1/2}$	87	230	133
$NET_{\text{totale}} \sqrt{\frac{N_{\text{bol}}}{N_h}} (300 \text{ mK})$	$\mu\text{K.s}^{1/2}$	<b>202</b>	<b>536</b>	<b>188</b>
$NEP_{\text{bolo}} (100 \text{ mK})$	$\text{W.Hz}^{-1/2}$	$1.5 \times 10^{-18}$	$1.5 \times 10^{-18}$	$1.5 \times 10^{-18}$
$NEP_{\text{totale}} (100 \text{ mK})$	$\text{W.Hz}^{-1/2}$	$1.1 \times 10^{-17}$	$4.7 \times 10^{-17}$	$2.4 \times 10^{-17}$
$NET_{\text{totale}} (100 \text{ mK})$	$\mu\text{K.s}^{1/2}$	52	219	114
$NET_{\text{totale}} \sqrt{\frac{N_{\text{bol}}}{N_h}} (100 \text{ mK})$	$\mu\text{K.s}^{1/2}$	<b>120</b>	<b>510</b>	<b>161</b>

TAB. 6.2: Résultats de l'étude sur la puissance entrant dans le détecteur et sur le bruit des bolomètres dans trois configurations différentes : (a) interféromètre bolométrique avec optique froide (4K), (b) avec optique hors du cryostat (240K) et (c) imageur classique avec miroirs à chaud mais sans cornets de réémission. La partie supérieure de la table indique les contributions à la puissance totale des différents composants, on calcule alors la NEP provenant de la fluctuations du nombre de photons en incluant le terme de *shot-noise* et celui de *bunching*. On ajoute ensuite quadratiquement ces contributions à celle du bruit thermique des bolomètres (on a supposé

La première conclusion qui s'impose à la vue de ces résultats numériques est que l'idée d'un interféromètre bolométrique avec optique à chaud n'est pas bonne. La pénalisation en termes de bruit de photon est considérable (un facteur 2.7, soit un facteur 7 sur les barres d'erreur sur le spectre de puissance) en raison de la forte puissance émise par les cornets si ils ne sont pas refroidis. C'est en fait le terme de *bunching* ( $\propto P$  qui devient dominant dans le bruit de photons par rapport au terme de shot noise ( $\propto \sqrt{P}$ ) du fait de la très importante puissance reçue.

On remarque qu'en revanche, le bruit de photon est moins important avec l'interféromètre bolométrique équipé d'une optique froide que pour l'imageur. En particulier, le terme de *bunching* est significativement moins important pour l'interféromètre bolométrique avec optique froide que dans le cas de l'imageur. On



comprend aisément ceci en se rappelant que notre interféromètre a beaucoup plus de bolomètres par cornet (784 bolomètres pour 144 cornets, soit un rapport de  $\sim 5.5$ ) que l'imageur (deux bolomètres par cornet). La puissance sur chaque bolomètre est donc considérablement diluée de sorte que le bruit de photon est réduit globalement et que l'importance relative du terme de *bunching* est réduite par rapport au terme de *shot-noise*. Le résultat net est que le bruit de photon est réduit pour chaque bolomètre. Cependant, pour un même nombre de cornets, la NET normalisée ( $\text{NET} \sqrt{\frac{N_{\text{bol}}}{N_h}}$ ) reste légèrement plus petite pour l'imageur que pour l'interféromètre si les bolomètres sont refoirdis à 300 mK. Mais on remarque que dans le cas de l'interféromètre bolométrique, c'est le bruit thermique des bolomètres qui se trouve dominant, alors que ce n'est pas le cas pour l'imageur. On a donc une marge de gain en sensibilité en refroidissant davantage les bolomètres d'un l'interféromètre bolométrique. On voit qu'à 100 mK, le NET normalisée de l'interféromètre bolométrique devient nettement meilleure que celle de l'imageur classique qui, lui, n'a pas pu bénéficier de la baisse du bruit thermique des bolomètres, puisqu'il était déjà limité par le bruit de photons à 300 mK. Le rapport des NET est alors de 0.75 en faveur de l'interféromètre bolométrique, soit des barres d'erreur sur le spectre de puissance presque deux fois plus petites.

On constate donc que le fait d'avoir un grand nombre de bolomètres dans la configuration interféromètre bolométrique permet de réduire le bruit. Ceci ne va fonctionner que tant que le *shot-noise* n'est pas dominant. Diliuer la puissance permet alors de réduire l'impact du *bunching* et du bruit thermique des bolomètres. Lorsque le *shot-noise* devient le terme le plus important, la baisse du bruit sur chaque bolomètre ne fait plus rien gagner puisqu'il faut alors augmenter le nombre de bolomètres de la même quantité.

## 6.10 Conclusions et perspectives pour QUBIC

Je me suis attaché depuis environ deux ans à étudier le principe et la sensibilité de l'interférométrie bolométrique et à imaginer quelle était la meilleure manière de l'implémenter. Je pense que nous sommes aujourd'hui arrivés à un stade crucial de ce projet : nous savons que la sensibilité est au rendez-vous (une sensibilité typiquement deux fois moins grande qu'un imageur à NET identique, mais nous savons que la NET d'un interféromètre bolométrique peut être près de 75% celle d'un imageur). La démonstration du principe instrumental a été faite (avec DIBO d'une part mais aussi avec la dernière campagne de mesures de MBI-4 à laquelle j'ai participé et qui a permis d'observer de magnifiques franges d'interférence avec des bolomètres). Le design est finalisé dans les grandes lignes et pour un choix judicieux de paramètres, on peut associer une sensibilité optimale à un nombre raisonnable de détecteurs dans le plan focal ( $28 \times 28 = 784$  pour 144 cornets) et ainsi atteindre les objectifs scientifiques que nous nous étions fixés, c'est à dire une capacité à exclure à 95% de niveau de confiance un rapport tenseur sur scalaire plus élevé que 0.01 avec un an complet de données.

Il reste cependant encore beaucoup de choses à faire, la première étant bien entendu de construire le détecteur, il faut pour cela obtenir un financement, ce qui n'est toujours pas garanti. Je plaide ici pour ce projet qui constitue pour la communauté CMB en France la seule activité pour l'après-Planck alors qu'outre Atlantique une demi-douzaine d'expériences visant les modes B sont déjà financées. Nous avons réussi avec Archeops puis Planck à nous hisser aux tous premiers rangs de cette thématique passionnante et toujours prometteuse de résultats. Il serait regrettable que rien ne se passe après ...

De mon côté, la tâche est loin d'être terminée, il y a un point, fort technique, que je n'ai pas abordé dans cette habilitation à diriger des recherches, et sur lequel j'ai pourtant déjà passé un certain temps. Il s'agit de trouver une technique efficace pour séparer les modes *E* et *B* de polarisation dans l'espace des visibilité. Il n'est pas question de détailler ici la problématique mais disons simplement que la couverture partielle du ciel d'une part, mais aussi l'effet de la courbure du ciel vue à travers notre large lobe principal, ont pour effet de rendre la distinction entre modes *E* et *B* ambiguë, induisant une fuite de *E* dans *B* puisqu'il y a au moins un ordre de grandeur entre leurs amplitudes. La variance cosmique associée à *E* va alors fuir aussi dans celle de *B* de sorte que la mesure devient impossible. Il convient d'identifier et soustraire les modes ambigus. Si le problème a déjà été résolu pour le cas d'un imageur [Smith et Zaldarriaga, 2007, Grain, Tristram et Stompor, 2009] il reste encore tout à faire en interférométrie. J'ai pour ma part la certi-

tude que cela peut être fait rigoureusement (le fait que ce soit possible en imagerie le prouve en quelque sorte) et je compte bien y consacrer une part significative de mon temps dans les prochains mois.

# Fond diffus cosmologique : Conclusions

Si je suis revenu à la cosmologie après un peu plus de quatre années passées à travailler sur les rayons cosmiques, ce n'est pas sans raisons. Cette thématique m'apparaît chaque jour plus excitante et pleine de promesses. Outre l'indéniable plaisir que j'ai à travailler sur des questions aussi fondamentales que l'Univers primordial et l'inflation, l'aspect observationnel de la cosmologie est sans doute celui qui me fascine le plus. Nous avons la chance de vivre à cette époque où la cosmologie est en mesure de devenir une science expérimentale à part entière en prouvant par l'observation les magnifiques constructions intellectuelles que nous offre la théorie. La complexité de la forme des spectres de puissance angulaire des fluctuations de température et de polarisation sur lesquels se superposent parfaitement les mesures de précision disponibles aujourd'hui en témoigne.

J'ai eu la chance de faire ma thèse sur les supernovae de type Ia au moment où elles ont permis de mettre en évidence l'énergie sombre, d'étudier les fluctuations de température du fond diffus cosmologique au moment où le premier pic acoustique a été observé par Boomerang et MAXIMA, puis par notre expérience Archeops (ainsi que je l'ai expliqué, j'ai contribué significativement à l'obtention de ce résultat). Aujourd'hui je m'emploie à développer un instrument original susceptible de détecter et mesurer les modes B de polarisation du CMB, et ainsi de donner de fortes contraintes sur l'inflation. Je souhaite évidemment que QUBIC soit l'instrument qui permettra de faire le pas en avant nécessaire, mais quoiqu'il en soit, il me semble clair que si ces modes B sont à un niveau détectable, alors ils seront observés dans les toutes prochaines années, tant l'effort expérimental est intense, en particulier outre-Atlantique (il est d'ailleurs à déplorer que l'effort ne soit pas si intense de ce côté-ci de l'Atlantique...). Aussi je pressens que je ressentirai à nouveau cette exaltation de faire partie de la communauté ayant la chance de découvrir une nouvelle pièce du puzzle que la nature nous offre.

Le projet QUBIC a pour moi constitué une étape très nouvelle dans ma manière de faire de la recherche, je m'occupais auparavant essentiellement d'analyse de données réelles, cherchant à modéliser et soustraire les différents effets systématiques et bruits affectant les mesures. Avec QUBIC j'ai découvert le fébrilité que procure le développement d'un nouveau projet, lorsque tout reste à faire, tout à construire. J'ai bien sûr poursuivi mes activités d'analyse de données et de simulations en développant la méthode de reconstruction des visibilités basée sur la *sommation des lignes de bases équivalentes* et en calculant la sensibilité d'un interféromètre bolométrique. Mais c'est indéniablement mon travail sur le design de l'instrument qui m'a donné le plus de satisfaction. C'est au cours de ces innombrables discussions avec Éric Bréelle, Romain Charlassier, Jean Kaplan et Michel Piat que le concept et les caractéristiques de QUBIC se sont lentement précisées, au cours de ces nombreuses "oscillations" passant d'une sensibilité fabuleuse à médiocre puis fabuleuse à nouveau toutes les dix minutes que nous avons compris que cet instrument est effectivement un concept très prometteur, que sa sensibilité est excellente et qu'il possède les avantages d'un interféromètre en matière d'effets systématiques.

Cette conclusion ne peut donc en être une, le design de l'instrument QUBIC est aujourd'hui pour l'essentiel établi, il reste encore à le construire ...



"IT WAS A LOT EASIER TO KEEP AN EYE ON THINGS BEFORE THE BIG BANG. EVERYTHING WAS ALL IN ONE PLACE THEN."

# Appendice A : NEP et NET

Lorsque l'on traite du bruit d'un détecteur observant le CMB, on a l'habitude d'utiliser une grandeur, la NEP dont la définition est : *niveau d'un signal qui donnerait un rapport signal sur bruit de 1 dans une largeur de bande passante de 1 Hz, où de manière équivalente pour un temps d'intégration de 1/2 seconde.* Elle correspond donc à l'écart-type des fluctuations statistiques de la puissance reçue par le détecteur intégrées sur 1/2 seconde. La puissance est reçue sous la forme de photons qui sont des bosons. Soit  $g$  le nombre d'états quantiques accessibles pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$  du fait des caractéristiques du détecteur. On a :

$$g = S_{\text{eff}} \Omega \frac{\nu^2}{c^2} \Delta \nu \Delta t = \Delta \nu \Delta t \quad (6.77)$$

Le nombre d'occupation  $n$  de ces états-quantiques suit une statistique de Bose-Einstein car les photons sont des bosons et  $n$  a donc pour variance :

$$\Delta n^2 = n(1 + n) \quad (6.78)$$

Le nombre de photons  $N = gn$  et sa variance est obtenue en sommant les variances des  $g$  états accessibles :

$$\Delta N^2 = gn(1 + n) \quad (6.79)$$

L'énergie accumulée pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$  est  $P\Delta t = h\nu N$  et a donc pour variance :

$$\Delta(P\Delta t)^2 = (h\nu)^2 \Delta N^2 \quad (6.80)$$

$$= (h\nu)^2 gn(1 + n) \quad (6.81)$$

$$= h\nu P\Delta t + \frac{(P\Delta t)^2}{\Delta \nu \Delta t} \quad (6.82)$$

soit une variance sur la puissance reçue :

$$\Delta P^2 = \frac{1}{\Delta t} \left( h\nu P + \frac{P^2}{\Delta \nu} \right) \quad (6.83)$$

soit pour  $\Delta t = 1/2$  seconde une NEP :

$$\text{NEP}^2 = 2h\nu P + \frac{2P^2}{\Delta \nu} \quad (6.84)$$

Le premier terme est purement Poissonnien et est appelé *shot-noise* alors que le second terme, lié à la nature bosonique (et donc quantique) des photons, est appelé *bunching*.

On convertit ensuite la NEP en *Noise Equivalent Temperature* (NET) dans le domaine temporel, c'est à dire en  $\text{K.s}^{1/2}$ , via :

$$\text{NET} = \frac{\text{NEP}}{\lambda^2 \epsilon \Delta \nu \times \frac{dB}{dT}(\nu, T_{\text{CMB}})} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6.85)$$

Le facteur  $\sqrt{2}$  correspond à la conversion des  $\text{K.Hz}^{-1/2}$  en  $\text{K.s}^{1/2}$  puisque l'on travaille avec des échantillons temporels (soit d'une seconde complète) et non pas dans le domaine fréquentiel. La NET mesure

l'écart à la température de corps noir du CMB qui résulterait en un rapport signal sur bruit de 1 en une seconde d'intégration (avec l'efficacité globale  $\epsilon$  pour le détecteur).

Si l'on peut négliger le terme de *bunching* et que l'on définit la température d'antenne du rayonnement dont l'antenne absorbe une puissance  $P$  par :

$$T_a = \frac{P}{k_b \Delta \nu} \quad (6.86)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann, la NET est alors directement proportionnelle à la température d'antenne :

$$\text{NET}^2 = \frac{\text{NEP}^2}{k_B^2 \Delta \nu^2} = \frac{2h\nu P}{k_B^2 \Delta \nu^2} \quad (6.87)$$

$$= \frac{2hT_a}{k_B} \times \frac{\nu}{\Delta \nu} \quad (6.88)$$

# Bibliographie

- [Albrecht et Steinhardt, 1982] A. Albrecht and P. J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.*, **48**, p. 1220 (1982).
- [Allard et al., 2005] D. Allard et al. (for the Pierre Auger Coll.), *Proc of the 29th ICRC, Pune, India*, arXiv :astro-ph/0511104, (2005).
- [Amblard et al., 2007] A. Amblard et al., *PhysRev*, **D75**, 083508, astro-ph/0805.4207 (2007).
- [Amblard et Hamilton, 2003] A. Amblard et J.-Ch. Hamilton, *A&A*, **417**, p. 1189 (2004).
- [Armengaud, 2006] E. Armengaud, *Thèse de doctorat* (2006).
- [Armengaud et al., 2004a] E. Armengaud et al., *GAP-2004-041* (2004).
- [Armengaud et al., 2004b] E. Armengaud et al., *GAP-2004-042* (2004).
- [Aublin et al., 2005] J. Aublin and E. Parizot, astro-ph/0504575.
- [Auger et al., 1938] P. Auger, R. Maze, T. Grivet-Meyer, *C.R. Acad. Sc.*, **206**, 1721-1723 (1938).
- [Badagnani, Billoir, Roucelle, 2005] D. Badagnani, P. Billoir et C. Roucelle, *GAP-2005-104* (2005).
- [Badagnani et Sciutto, 2005] D. Badagnani et S. Sciutto, *GAP-2005-030* (2005).
- [Baumann et al., 2008] D. Baumann et al., *CMBPol concept study*, arXiv :0811.3919, (2008).
- [Benoît et al., 2003a] A. Benoît et al., *A&A*, **399**, 19L (2003).
- [Benoît et al., 2003b] A. Benoît et al., *A&A*, **399**, 25L (2003).
- [Bertou, 2001] X. Bertou, *Thèse de doctorat*, Université Paris 7, (2001), sous la direction de P. Billoir.
- [Bevis et al., 2007] Bevis, N. et al., *Phys. Rev. D*, **v76**, p1722 (2007).
- [Bhattacharjee et Sigl, 2000] P. Bhattacharjee et G. Sigl, *Phys. Rept.*, **327**, 109–247 (2000).
- [Billoir, 2000] P. Billoir, *GAP-2000-025*.
- [Billoir, 2004] P. Billoir, *GAP-2004-010*.
- [Billoir, Roucelle et Hamilton, 2007] P. Billoir, C. Roucelle et J.-Ch. Hamilton, arXiv :astro-ph/0701583v1 (2007).
- [Bock et al., 2008] J. Bock et al., 2008, arXiv :0805.4207 (2008).
- [Bond, Jaffe and Knox, 1998] J.R. Bond, A.H. Jaffe and L. Knox, *Phys. Rev.*, **D57**, 2117 (1998).
- [Borrill, 1999] J. Borrill, astro-ph/991389.
- [Boyle et al., 2005] L. A. Boyle, P. J. Steinhardt et N. Turok, *Phys. Rev. Lett.*, **96** 111301, astro-ph/0507455v3 (2006).
- [Bowden et al., 2004] Bowden, M. et al, (2004), *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 349 p321, arXiv :astro-ph/0309610.
- [Brown et al., 2008] M. Brown et al., *Submitted to MNRAS*, arXiv :0809.4032v1 (2008).
- [Brun et Rademaker, 1999] R. Brun et F. Rademaker., [http ://root.cern.ch](http://root.cern.ch).
- [Butler, 1961] Butler, J. and Lowe, R. (1961), *Electron. Des.* Vol. 9, pp 170-173.
- [CAPMAP collaboration, 2008] The CAPMAP collaboration, *ApJ*, **648**, p. 771 arXiv :0802.0888 (2008).

- [Charlassier et al., 2008] R. Charlassier et al., accepté par A&A, arXiv :0806.0380 (2008).
- [Chattopaddhyay et al., 1999] Chattopaddhyay, G. et al. (1999), *Microw. & guided w. Let.*, IEEE, v17, p339.
- [Clark et al., 1961] G.W. Clark et al., *Phys. Rev.*, **122**, 637-654 (1961).
- [Clay, 2003] R. Clay (for the Pierre Auger Coll.), *Proc of the 28th ICRC, Tsukuba, Japan* arXiv :astro-ph/0308494, (2003).
- [Crill et al., 2008] Crill, B. et al., *Proc. SPIE*, **Vol. 7010**, arXiv :0807.1548 (2008).
- [Da Silva, 2004] P. Da Silva, *Thèse de doctorat*, Université Paris 6, (2004), sous la direction de P. Billoir.
- [De Bernardis et al., 2008] P. De Bernardis et al., arXiv :0808.1881 (2008).
- [Deligny et al., 2005] O. Deligny et al., *Astroparticle Physics*, **0410**, 008, astro-ph/0404253v2 (2004).
- [Douspis et al., 2003] M. Douspis et al., *A&A*, **405**, p. 409, astro-ph/0212097 (2003).
- [Efstathiou et Gratton, 2009] G. Efstathiou et S. Gratton, arXiv :0903.0345v1 (2009).
- [Engargiola et al., 1999] Engargiola, G. et al. (2003), *Rev. Sci. Inst.*, v74, p1380.
- [Feldman et Cousins, 1997] , G.J. Feldman et R.D. Cousins, *Phys.Rev.D*, **57**, p. 3873, arXiv :physics/9711021v2 (1997).
- [Filliatre, 2002] Ph. Filliatre, *Thèse de doctorat*, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2002.
- [Gelmini et al., 2005] , G. Gelmini et al., *J.Exp.Theor.Phys.*, **106**, p. 1061, arXiv :astro-ph/0506128 (2005).
- [Ghribi, 2008] , A. Ghribi, *Note interne BRAIN/MBI*, (2008).
- [Ghribi et al., 2009] , A. Ghribi et al., soumis à *Int.J.Mill.Wave and THz*, arXiv :0902.0385 (2009).
- [Gorski, 2004] K.M. Gorski et al., astro-ph/0409513, (2004).
- [Grain, Tristram et Stompor, 2009] J. Grain, M.Tristram et R. Stompor, soumis à *Phys.Rev. D*, arXiv :0903.2350 (2009).
- [Greisen, 1956] K. Greisen, *Progress in Cosmic Ray Physics*, **vol. 3**, (1956).
- [Grimes et al., 2007] Grimes, P.K. et al. (2007), *Electronics Letters*, v43, p1146.
- [Guth, 1981] A. H. Guth, *Phys. Rev.*, **D23**, p. 347 (1981).
- [Guth, 1997] A. Guth, *The Beamline*, **27**, p. 14, [http ://nedwww.ipac.caltech.edu/level5/Guth/Guth\\_contents.html](http://nedwww.ipac.caltech.edu/level5/Guth/Guth_contents.html), (1997).
- [Hamilton, 2003] J.-Ch. Hamilton, *Comptes rendus de l'académie des sciences - Physique*, **4**, p. 871, astro-ph/0310787 (2003).
- [Hamilton, 2005] J.-Ch. Hamilton (for the Pierre Auger Coll.), *Proc of the 29th ICRC, Pune, India*, tt arXiv :astro-ph/0507517, (2005).
- [Hamilton et al., 2003] J.-Ch. Hamilton et al., *GAP-2003-041* (2004).
- [Hamilton et al., 2004] J.-Ch. Hamilton et al., *GAP-2004-040* (2005).
- [Hamilton et al., 2004b] J.-Ch. Hamilton et al., *GAP-2004-008*.
- [Hamilton et al., 2008] J.-Ch. Hamilton et al., *A&A*, **491**, p. 923, arXiv :0807.0438 (2008).
- [Hamilton, 2008b] J.-Ch. Hamilton, *Noise in heterodyne multiplicative interferometer*, Note interne (2008).
- [Hamilton et Benoît, 2003] J.-Ch. Hamilton, A. Benoît et la Collaboration Archeops, *Comptes rendus de l'académie des sciences - Physique*, **4**, p. 853, astro-ph/0310788 (2003).
- [Hanany et al., 2000] S. Hanany et al., *ApJ*, **545**, L5 (2000).
- [Hayashida et al., 1996] N. Hayashida et al., *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 1000-1003 (1996).
- [Hayashida et al., 1998] N. Hayashida et al., astro-ph/9807045, (1998).
- [Hobson and Magueijo, 1996] M. P. Hobson and J. Magueijo, *MNRAS*, **v283**, issue **4** , p1133, arXiv :astro-ph/9603064 (1996).



## BIBLIOGRAPHIE

---

- [Hyland et al., 2008] P. Hyland, B. Frollin et E.F. Bunn, *Accepté par MNRAS*, arXiv :0808.2403v1 (2008).
- [Hess, 1912] V. Hess, *Phys. Zeit.*, **13**, 1084-1091 (1912).
- [Hillas, 1984] M.A. Hillas, *MNRAS*, **22**, 425-444 (1984).
- [Hinshaw et al., 2008] G. Hinshaw et al., *ApJ Supp.*, arXiv :0803.0732 (2008).
- [Hivon et al., 2002] E. Hivon et al., *ApJ*, **396**, 2-17 (2002).
- [Homola et al., 2002] P. Homola et al., *GAP-2002-077* (2002).
- [Hotchkiss et al., 2008] S. Hotchkiss et al., *JCAP*, **10** 015, arXiv :0804.2634v2 (2008).
- [Jones et al., 2005] W.C. Jones et al., *Astrophys.J.*, **647**, p. 823, arXiv :astro-ph/0507494 (2005).
- [Kallosh and Linde, 2007] Kallosh, R. and Linde, A., *JCAP*, **v04**, p017 (2007).
- [Knox, 1997] L. Knox, *ApJ*, v480, p72, arXiv :astro-ph/9606066 (1997).
- [Kolhörster, 1913] W. Kolhörster, *Phys. Zeit.*, **14**, 1153 (1913).
- [Komatsu et al., 2008] E. Komatsu et al., *ApJ Supp.*, arXiv :0803.0547 (2008).
- [Komatsu et al., 2003] E. Komatsu et al., *Astrophys.J.* **634**, 14-19 (2005).
- [Kovac et al., 2002] J. Kovac et al., *Nature*, **420**, p. 772, astro-ph/0209478v1 (2002).
- [Lamarre, 1986] Lamarre, J.-M., *Applied Opt.*, **25**, 870.
- [Landau et Pomeranchuk, 1953] L. Landau et I. Pomeranchuk, *Dokl. Akad. Nauk.*, **92**, p. 535 (1953).
- [Lange et al., 2000] A. Lange et al., astro-ph/0005004 (2000).
- [Langlois, 2004] D. Langlois, arXiv :hep-th/0405053 (2004).
- [Leitch et al., 2004] E.M. Leitch et al., *ApJ*, **624**, p. 20 arXiv :astro-ph/0409357 (2004).
- [Liddle et Lyth, 2000] A.R. Liddle et D.H. Lyth, *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*, Cambridge University Press (2000).
- [Li et Ma, 1983] T.P. Li et Y.Q. Ma, *The Astrophysical Journal*, **272**, p. 317, (1983).
- [Linde, 1982] A. Linde, *Phys. Lett.*, **B108**, p. 389 (1982).
- [Lineweaver, 1997] C. Lineweaver, *PASP*, **126**, p. 85 (1997).
- [Linsley, 1963] J. Linsley, *Phys. Rev. Lett.*, **10**, 146 (1963).
- [Malu, 2007] S. Malu, *Thèse de doctorat*, Université du Wisconsin, (2007), sous la direction de P. Timbie.
- [Matthews, 1998] J. Matthews, *GAP-1998-002* (1998).
- [Maurin, 2005] G. Maurin, *Thèse de doctorat*, Université Paris 7, (2005), sous la direction de J.-M. Brunet.
- [Messiah, 1966] A. Messiah, *Quantum Mechanics* (1966).
- [Migdal, 1956] A. Migdal, *Phys. Rept.*, **103**, p. 1811 (1956).
- [Mollerach et al., 2005] S. Mollerach and E. Roulet, astro-ph/0504630.
- [North et al., 2008] North, C.E. et al., *Proc. Renc. Moriond*, arXiv :0805.3690 (2008).
- [Olinto, 2005] A. Olinto, *Proc. Gamma 2004*, arXiv :astro-ph/0410685 (2005).
- [Ostrowski, 2002] M. Ostrowski, *Astroparticle Physics*, **18**, 229-236 (2002).
- [Oxley et al., 2008] Oxley, P. et al., *Proc.SPIE Int.Soc.Opt.Eng.*, **5543**, 320-331, arXiv :astro-ph/0501111 (2005).
- [Peiris et Easther, 2008] H. Peiris et R. Easther, *JCAP*, **7**, p. 24, arXiv :0805.2154 (2008).
- [Penzias et Wilson, 1965] A. Penzias et R. Wilson, *ApJ lett.*, **142**, p. 419 (1965).
- [Piat, 2008] M. Piat, *Proc. Rencontres de Moriond* (2008).
- [Piat, 2008b] M. Piat, *Détection du rayonnement submm-mm*, cours de M2 photodétection, Université paris 7 (2008).
- [Pierre Auger Collaboration, 2006] , The Pierre Auger Collaboration, *Astropart.Phys.*, **27**, p. 155, arXiv :astro-ph/0606619 (2007).

- [Pierre Auger Collaboration, 2007] The Pierre Auger Coll., *Science*, **318**, 938-943 (2007).
- [Pierre Auger Collaboration, 2008] , The Pierre Auger Collaboration, *Astropart.Phys.*, **29**, p. 243, arXiv :0712.1147 (2008).
- [Pisano et al., 2007] Pisano, G. et al. (2007), Microwave and wireless comp. Let., IEEE, v17, p286.
- [Pogosian and Wyman, 2007] Pogosian, L. and Wyman, M., astro-ph/0711.0747 (2007).
- [Prycke et al., 2008] C. Prycke et al., *ApJ*, arXiv :0805.1944 (2008).
- [Readhead et al., 2004] Readhead, A.C.S. et al. (2004), *Science*, v306, pp 836-844.
- [Reichardt et al., 2008] Ch. Reichardt et al., *ApJ*, arXiv :0801.1491 (2008).
- [Revenu, 2005] B. Revenu (for the Pierre Auger Coll.), *Proc of the 29th ICRC, Pune, India* arXiv :astro-ph/0507600, (2005).
- [Risse et al., 2006] M. Risse et al., *Czech.J.Phys.*, **56**, A327 (2006).
- [Rosset, 2003] C. Rosset, *Thèse de doctorat*, Université Paris 7, (2003), sous la direction de T. Patzak.
- [Rossi, 1933] B. Rossi, *Phys. Zeit.*, **82**, 151-178 (1933).
- [Roucelle, 2006] C. Roucelle, *Thèse de doctorat*, Université Paris 7 (2006), sous la direction de P. Billoir.
- [Rouillé d'Orfeuil, 2007] B. Rouillé d'Orfeuil, *Thèse de doctorat*, Université Paris 7 (2007), sous la direction de J.-Ch. Hamilton.
- [Rouillé d'Orfeuil et al., 2005] B. Rouillé d'Orfeuil, J.-Ch. Hamilton et B. Revenu, *GAP-2005-083* (2005).
- [Samtleben et al., 2008] Samtleben, D. et al., *Proc. Renc. Moriond*, arXiv :0806.4334 (2008).
- [Slozar et al., 2008] A. Slozar et al., arXiv :0805.3580v2 (2008).
- [Smith et Zaldarriaga, 2007] K. Smith et M. Zaldarriaga, *Phys.Rev.* **D76 :043001** (2007).
- [Smoot et al., 1992] G.F. Smoot, *ApJ*, **396** L1 (1992).
- [Spergel et al., 2003] D. Spergel et al., astro-ph/0302209 (2003).
- [Szapudi et al., 2001] I. Szapudi et al. arXiv :astro-ph/0010256v1 (2001).
- [Takahashi et al., 2008] Takahashi, Y.D. et al., *Proc. SPIE*, **Vol. 7020**, 70201D (2008), arXiv :0808.1763 (2008).
- [Takeda et al., 1999] M. Takeda et al., astro-ph/9902239 (1999).
- [The Planck Collaboration, 2005] The Planck Collaboration, [http ://www.rssd.esa.int/SA/PLANCK/docs/Bluebook-ESA-SCI%282005%291\\_V2.pdf](http://www.rssd.esa.int/SA/PLANCK/docs/Bluebook-ESA-SCI%282005%291_V2.pdf).
- [Thomson, Moran et Swenson, 2001] A.R. Thompson, J.M. Moran and G.W. Swenson, *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*, Wiley- Interscience, (2001).
- [Tristram, 2005] M. Tristram, *Thèse de doctorat*, Université Joseph Fourier (Grenoble), sous la direction de Cécile Renault (2005).
- [Tristram et al., 2004] M. Tristram, J.-Ch. Hamilton, J.F. Macías-Peréz, C. Renault, *Phys. Rev. D* , **69**, p. 123008 (2004).
- [Urrestilla et al., 2008] Urrestilla, J. et al., astro-ph/0803.2059 (2008).
- [White et al., 1999] M. White et al., *ApJ*, **v514**, p12, arXiv :astro-ph/9712195 (1999).
- [Wilson, 1901] C.T.R. Wilson, *Proc. Roy. Astron. Soc.*, **68**, 151-161 (1901).
- [Wulf, 1910] T. Wulf, *Phys. Zeit.*, **5**, 152-157 (1910).

## Jean-Christophe HAMILTON

118, Avenue Jean Jaurès  
75019 PARIS

☎ 06 88 01 06 75

né le 22/04/1973

Marié, 2 enfants

<http://www.apc.univ-paris7.fr/~hamilton/>

Chargé de recherche au CNRS

Astroparticule et Cosmologie

CNRS - IN2P3 - Université Paris 7

10, rue Alice Domon & Léonie Duquet

75205 Paris Cedex 13

☎ 01 57 27 69 26

✉ [hamilton@apc.univ-paris7.fr](mailto:hamilton@apc.univ-paris7.fr)

## ACTIVITÉS DE RECHERCHE

### Depuis Jan. 2007 : **Astroparticule & Cosmologie, Paris**

- «Project Scientist» du Projet QUBIC : recherche de modes B du CMB par interférométrie bolométrique
  - *Design du détecteur*
  - *Simulations*
  - *Analyse de données*
  - *Directeur de thèse de Romain Charlassier (Paris 7 - soutenance prévue en septembre 2010)*
- Projet BOSS : contraintes sur l'énergie sombre avec les oscillations acoustiques de baryons au sein de la collaboration SDSS-III
  - *Analyse de données*
- Responsable de l'organisation des *Colloquia APC*
- Responsable de l'organisation des séminaires du groupe *Cosmologie et Gravitation*
- Chairman du workshop *Bolometric Interferometry for the B-Modes search* (juin 2008, APC, Paris)

### Jan. 2003-Déc. 2006 : **LPNHE, Paris**

- Observatoire Pierre Auger
  - *Analyse de données*
  - *Directeur de thèse de Benjamin Rouillé d'Orfeuil (Paris 7 - soutenance en juin 2007)*

### Oct. 2001-Déc. 2002 : **LPSC, Grenoble**

- Expérience Archeops
  - *Analyse de données*
- Satellite Planck
  - *Simulations*

## FORMATION UNIVERSITAIRE

**1996-99** : Thèse de doctorat de l'Université Paris XI au PCC-Collège de France (Paris). Mention très honorable  
*Recherche automatisée de Supernovae à des distances intermédiaires et analyse photométrique de leurs courbes de lumière.*

**1995-96** : D.E.A. Champs, Particules & Matières, Université Paris XI (Orsay), obtenu avec la Mention Bien  
Magistère de Physique (3ème Année), Orsay, obtenu avec la Mention Bien

**1994-95** : Maîtrise de Physique Fondamentale, Orsay, obtenue avec la Mention Bien  
Magistère de Physique (2ème Année), Orsay

**1993-94** : Licence de Physique Fondamentale, Orsay, obtenue avec la Mention A. Bien  
Magistère de Physique (1ère Année), Orsay

**1991-93** : DEUG A, Sciences et Structure de la Matière, Orsay, obtenu avec la Mention A. Bien

**1991** : Baccalauréat série C, Lycée Descartes (Antony - 92), obtenu avec la Mention Bien



Jean-Christophe HAMILTON  
APC - Paris 7

email : [hamilton@apc.univ-paris7.fr](mailto:hamilton@apc.univ-paris7.fr)  
<http://www.apc.univ-paris7.fr/~hamilton>

## Liste de publications

28 mai 2009

1. **"The Origin of the Universe as Revealed Through the Polarization of the Cosmic Microwave Background"**  
S. Dodelson *et al.*  
arXiv :0902.3796 [astro-ph.CO]  
FERMILAB-PUB-09-052-A(2009) [SPIRES entry](#)
2. **"A demonstrator for bolometric interferometry"**  
A. Ghribi *et al.*  
arXiv :0902.0385 [astro-ph.IM] [SPIRES entry](#)
3. **"Sensitivity of a Bolometric Interferometer to the CMB power spectrum"**  
J. C. Hamilton, R. Charlassier, C. Cressiot, J. Kaplan, M. Piat and C. Rosset  
arXiv :0807.0438 [astro-ph] [SPIRES entry](#)
4. **"Observation of the suppression of the flux of cosmic rays above  $4 \times 10^{19}$  eV"**  
J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration]  
Phys. Rev. Lett. **101**, 061101 (2008) [arXiv :0806.4302 [astro-ph]] [SPIRES entry](#)
5. **"An efficient phase-shifting scheme for bolometric additive interferometry"**  
R. Charlassier *et al.*  
arXiv :0806.0380 [astro-ph] [SPIRES entry](#)
6. **"Correlation of the highest-energy cosmic rays with the positions of nearby active galactic nuclei"**  
J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration]  
Astropart. Phys. **29**, 188 (2008) [Erratum-ibid. **30**, 45 (2008)] [arXiv :0712.2843 [astro-ph]] [SPIRES entry](#)
7. **"Upper limit on the diffuse flux of UHE tau neutrinos from the Pierre Auger Observatory"**  
J. Abraham *et al.* [The Pierre Auger Collaboration]  
Phys. Rev. Lett. **100**, 211101 (2008) [arXiv :0712.1909 [astro-ph]] [SPIRES entry](#)
8. **"Upper limit on the cosmic-ray photon flux above  $10^{19}$  eV using the surface detector of the Pierre Auger Observatory"**  
J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration]  
Astropart. Phys. **29**, 243 (2008) [arXiv :0712.1147 [astro-ph]] [SPIRES entry](#)
9. **"Correlation of the highest energy cosmic rays with nearby extragalactic objects"**  
J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration]  
Science **318**, 938 (2007) [arXiv :0711.2256 [astro-ph]] [SPIRES entry](#)
10. **"Evaluation of the primary energy of UHE photon-induced atmospheric showers from ground array measurements"**  
P. Billoir, C. Roucelle and J. C. Hamilton  
arXiv :astro-ph/0701583 [SPIRES entry](#)
11. **"Anisotropy studies around the galactic centre at EeV energies with the Auger observatory"**  
M. Aglietta *et al.* [Pierre Auger Collaboration]  
Astropart. Phys. **27**, 244 (2007) [arXiv :astro-ph/0607382] [SPIRES entry](#)

Jean-Christophe HAMILTON  
APC - Paris 7

email : [hamilton@apc.univ-paris7.fr](mailto:hamilton@apc.univ-paris7.fr)  
<http://www.apc.univ-paris7.fr/~hamilton>

12. **“An upper limit to the photon fraction in cosmic rays above  $10^{19}$ -eV from the Pierre Auger Observatory”**  
J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration]  
Astropart. Phys. **27**, 155 (2007) [arXiv :astro-ph/0606619] [SPIRES entry](#)
13. **“Archeops In-flight Performance, Data Processing and Map Making”**  
J. F. Macias-Perez *et al.*  
Astron. Astrophys. **467**, 1313 (2007) [arXiv :astro-ph/0603665] [SPIRES entry](#)
14. **“Aperture calculation of the Pierre Auger Observatory surface detector”**  
D. Allard *et al.* [Pierre Auger Collaboration]  
arXiv :astro-ph/0511104  
FERMILAB-CONF-05-305-E-TD(2005) [SPIRES entry](#)  
*Presented at 29th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2005), Pune, India, 3-11 Aug 2005*
15. **“The trigger system of the Pierre Auger surface detector : Operation, efficiency and stability”**  
D. Allard *et al.* [Pierre Auger Collaboration]  
arXiv :astro-ph/0510320  
FERMILAB-CONF-05-310-E-TD(2005) [SPIRES entry](#)  
*Presented at 29th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2005), Pune, India, 3-11 Aug 2005*
16. **“Coverage and large scale anisotropies estimation methods for the Pierre Auger observatory”**  
J. C. Hamilton [Pierre Auger Collaboration]  
arXiv :astro-ph/0507517  
FERMILAB-CONF-05-308-E-TD(2005) [SPIRES entry](#)  
*Presented at 29th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2005), Pune, India, 3-11 Aug 2005*
17. **“Temperature and polarization angular power spectra of Galactic dust radiation at 353 GHz as measured by Archeops”**  
N. Ponthieu *et al.*  
Astron. Astrophys. **444**, 327 (2005) [arXiv :astro-ph/0501427] [SPIRES entry](#)
18. **“The CMB temperature power spectrum from an improved analysis of the Archeops data”**  
M. Tristram *et al.*  
Astron. Astrophys. **436**, 785 (2005) [arXiv :astro-ph/0411633] [SPIRES entry](#)
19. **“Type Ia supernova rate at a redshift of 0.1”**  
G. Blanc *et al.* [EROS Collaboration]  
Astron. Astrophys. **423**, 881 (2004) [arXiv :astro-ph/0405211] [SPIRES entry](#)
20. **“Sensibility of the Pierre Auger Observatory to large scale anisotropies”**  
O. Deligny *et al.*  
JCAP **0410**, 008 (2004) [arXiv :astro-ph/0404253] [SPIRES entry](#)
21. **“Archeops results”**  
J. C. Hamilton and A. Benoit [the Archeops Collaboration]  
arXiv :astro-ph/0310788 [SPIRES entry](#)

Jean-Christophe HAMILTON  
APC - Paris 7

email : [hamilton@apc.univ-paris7.fr](mailto:hamilton@apc.univ-paris7.fr)  
<http://www.apc.univ-paris7.fr/~hamilton>

22. **"CMB map-making and power spectrum estimation"**  
J. C. Hamilton  
arXiv :astro-ph/0310787 [SPIRES entry](#)
23. **"Asymfast, a method for convolving maps with asymmetric beams"**  
M. Tristram, J. C. Hamilton, J. F. Macias-Perez and C. Renault  
Phys. Rev. D **69**, 123008 (2004) [arXiv :astro-ph/0310260] [SPIRES entry](#)
24. **"Noise power spectrum estimation and fast map making for CMB experiments"**  
A. Amblard and J. C. Hamilton  
Astron. Astrophys. **417**, 1189 (2004) [arXiv :astro-ph/0307203] [SPIRES entry](#)
25. **"First Detection of Polarization of the Submillimetre Diffuse Galactic Dust Emission by Archeops"**  
A. Benoit *et al.*  
Astron. Astrophys. **424**, 571 (2004) [arXiv :astro-ph/0306222] [SPIRES entry](#)
26. **"Bulge Microlensing Optical Depth from EROS 2 observations"**  
C. Afonso *et al.* [The EROS Collaboration]  
Astron. Astrophys. **404**, 145 (2003) [arXiv :astro-ph/0303100] [SPIRES entry](#)
27. **"Cosmological constraints from Archeops"**  
A. Benoit *et al.* [the Archeops Collaboration]  
Astron. Astrophys. **399**, L25 (2003) [arXiv :astro-ph/0210306] [SPIRES entry](#)
28. **"The Cosmic Microwave Background Anisotropy Power Spectrum measured by Archeops"**  
A. Benoit *et al.* [Archeops Collaboration]  
Astron. Astrophys. **399**, L19 (2003) [arXiv :astro-ph/0210305] [SPIRES entry](#)
29. **"Archeops, mapping the CMB sky from large to small angular scales"**  
J. C. Hamilton [the Archeops Collaboration]  
arXiv :astro-ph/0112009 [SPIRES entry](#)
30. **"Type Ia supernova rate at  $z \sim 0.1$ "**  
D. Hardin *et al.* [EROS Collaboration]  
arXiv :astro-ph/0006424 [SPIRES entry](#)
31. **"Galactic foregrounds in OVRO and UCSB South Pole 1994 cosmic microwave background anisotropy data"**  
P. Mukherjee, B. Dennison, B. Ratra, J. H. Simonetti, K. Ganga and J. C. Hamilton  
Astrophys. J. **579**, 83 (2002) [arXiv :astro-ph/0110457] [SPIRES entry](#)
32. **"Correlation of the South Pole 94 data with 100microns and 408 MHz maps"**  
J. C. Hamilton and K. M. Ganga  
arXiv :astro-ph/0101131  
PCC-0032(2001) [SPIRES entry](#)
33. **"Preliminary results and perspectives in the ARCHEOPS experiment"**  
J. C. Hamilton [Archeops Collaboration]  
arXiv :astro-ph/0006254  
PCC00-06(2000) [SPIRES entry](#)  
*To be published in the proceedings of 14th Rencontres de Physique de la Valle d'Aoste : Results and Perspectives in Particle Physics, La Thuile, Valle d'Aoste, Italy, 27 Feb - 4 Mar 2000*

Jean-Christophe HAMILTON  
APC - Paris 7

email : [hamilton@apc.univ-paris7.fr](mailto:hamilton@apc.univ-paris7.fr)  
[http ://www.apc.univ-paris7.fr/~hamilton](http://www.apc.univ-paris7.fr/~hamilton)

34. **“Eros variable stars : A Catalog of Cepheids in the central regions of the magellanic Clouds”**  
C. Afonso *et al.* [EROS Collaboration]  
arXiv :astro-ph/9907355  
DAPNIA-SPP-99-25(1999) [SPIRES entry](#) (Submitted to Astron.Astrophys.)
35. **“Observation of Microlensing towards the Galactic Spiral Arms. EROS II 2 year survey”**  
F. Derue *et al.* [The EROS Collaboration]  
Astron. Astrophys. **351**, 87 (1999) [arXiv :astro-ph/9903209] [SPIRES entry](#)
36. **“EROS 2 intensive observation of the caustic crossing of microlensing event MA-CHO SMC-98-1”**  
C. Afonso *et al.* [EROS Collaboration]  
Astron. Astrophys. **337**, L17 (1998) [arXiv :astro-ph/9806380] [SPIRES entry](#)



Jean-Christophe HAMILTON  
APC - Paris 7

email : [hamilton@apc.univ-paris7.fr](mailto:hamilton@apc.univ-paris7.fr)  
<http://www.apc.univ-paris7.fr/~hamilton>

## Activités d'encadrement

28 mai 2009

### Thèses

- Co-direction (avec Éric Aubourg) de la thèse de **Mariana Vargas** (2008-2011), Université Paris-Diderot).  
*Contraintes sur l'énergie sombre avec les oscillations acoustiques de baryons au sein de la collaboration SDSS-3 / BOSS*
- Direction de la thèse de **Romain Charlassier** (2007-2010), Université Paris-Diderot).  
*Recherche des modes B de polarisation du fond diffus cosmologique avec l'interféromètre bolométrique QUBIC*
- Direction de la thèse de **Benjamin Rouillé d'Orfeuil** (soutenue le 21 juin 2007, Université Paris-Diderot).  
*Recherche de sources et d'anisotropies dans le rayonnement cosmique d'ultra-haute énergie au sein de la collaboration AUGER*
- Participation à la direction de la thèse de **Cécile Roucelle** (dirigée par P. Billoir, soutenue le 15 juin 2006, Université Paris-Diderot)  
*Recherche de photons d'ultra-haute énergie dans les données de l'Observatoire Pierre Auger*

### Stages

- Stage de L3 de **Ivan Panico** et de Sup-Optique de **Talal Hakam** (été 2008) *Caractérisation d'un combineur optique pour l'interférométrie bolométrique*
- Stage de M2 de **Romain Charlassier** (été 2007)  
*L'interférométrie bolométrique pour la recherche des modes B de polarisation du fond diffus cosmologique*
- Stage de L3 de **Ixandra Achitouv** (été 2007)  
*Cosmologie avec les oscillations acoustiques de baryons*
- Stage de L3 de **Kevin Gurski** (été 2007)  
*Détermination du spectre d'absorption atmosphérique pour le LSST*
- Stage de M2 de **Mathilde Colmet-Dâage** (été 2006)  
*Looking for the shadow of the Moon and the Sun in the data of Auger*

### Animation scientifique

- Chairman du workshop *Bolometric Interferometry for the B-Modes search* (juin 2008, APC, Paris)
- Responsable de l'organisation des Colloquia APC (depuis 2007)
- Responsable de l'organisation des séminaires du groupe Cosmologie et Gravitation (depuis 2007)
- Responsable de l'organisation des séminaire du LPNHE (2003-2005)



Jean-Christophe HAMILTON  
APC - Paris 7

email : [hamilton@apc.univ-paris7.fr](mailto:hamilton@apc.univ-paris7.fr)  
<http://www.apc.univ-paris7.fr/~hamilton>

## Résumé de l'Habilitation à Diriger des Recherches

2 juin 2009

Cette habilitation à diriger des recherches décrit les travaux de recherche que j'ai effectués depuis ma soutenance de thèse qui en 1999. Elle s'articule autour de deux parties correspondants aux deux thèmes scientifiques sur lesquels j'ai travaillé ces dernières années : les rayons cosmiques d'ultra-haute énergie et l'étude du fond diffus cosmologique.

C'est au sein de la collaboration Pierre Auger que j'ai travaillé sur la thématique des rayons cosmiques ultra-énergétiques entre fin 2002 et fin 2006. Il s'agit là du plus grand détecteur jamais construit par l'homme destiné à éclaircir un mystère vieux de plus d'un siècle : quelle est la nature, où sont produits, et comment se propagent les rayons cosmiques que l'on observe à des énergies de quelques  $10^{19}$  eV ? en existe-t-il au-delà de la fameuse coupure GZK qui, du fait de la perte d'énergie des rayons cosmiques aux plus hautes énergies par interaction avec le fond diffus cosmologique limite l'horizon à quelques centaines de Mpc à ces énergies ? Je décris dans cette habilitation mes travaux d'analyse de données concernant d'une part la recherche d'éventuelles anisotropies dans la distribution sur le ciel des rayons cosmiques (des anisotropies aux petites échelles permettant d'identifier les sources, et aux plus grandes échelles pouvant signer divers scénarios, par exemple *top-down* si l'on observe un excès en provenance du centre Galactique) et d'autre part sur la recherche de photons aux plus hautes énergies, une des signatures les plus claires d'une origine *top-down* pour les rayons cosmiques les plus énergétiques. Les résultats négatifs de cette recherche de photons, ajoutés à l'observation claire de la coupure GZK ont permis à l'Observatoire Pierre Auger de trancher en faveur d'une origine *bottom-up*, c'est à dire issue d'accélérateurs cosmiques, pour les rayons cosmiques les plus énergétiques. Par ailleurs, aucune anisotropie n'est pour l'heure observée aux plus grandes échelles alors que les rayons cosmiques les plus énergétiques montrent une autocorrélation significative aux petites échelles, en corrélation avec un catalogues d'AGN (dont la distribution spatiale est elle-même corrélée au reste de la matière, cela ne signe donc pas les AGN comme sites d'accélération).

J'ai commencé à aborder la thématique des anisotropies du fond diffus cosmologique au cours de mon post-doctorat et de ma première année au CNRS au sein de l'expérience Archeops, un projet ballon d'observation de la température et de la polarisation de ce rayonnement avec une instrumentation similaire à celle de Planck-HFI. J'ai travaillé à l'élaboration des cartes du ciel et à l'extraction du spectre angulaire de puissance des fluctuations de température, permettant l'observation précise, avant WMAP, du premier pic acoustique, et la détermination des paramètres cosmologiques. J'ai rejoint à nouveau cette thématique fin-2006 au sein de la collaboration QUBIC dont l'objectif est détecter les modes-B de polarisation du fond diffus cosmologique. Ces derniers sont la signature d'ondes gravitationnelles primordiales, c'est à dire de modes tenseurs engendrés par l'inflation. Leur détection et la mesure de leur spectre est considérée comme le Graal de la cosmologie contemporaine tant ont apprendrait sur les processus à l'oeuvre dans l'Univers primordial : mesure de l'échelle en énergie de l'inflation, détermination de la forme du potentiel de l'inflaton, tests de cohérence interne du modèle inflationnaire. Ces modes-b de polarisation sont d'une amplitude si faible (en dessous du micro-Kelvin) qu'une nouvelle génération d'instruments est requise pour les observer : larges matrices de bolomètres (limités par le bruit de photons), design instrumental minimisant l'impact des effets systématiques qui pourraient devenir dominants pour des détecteurs aussi sensibles. Le projet QUBIC est basé sur le concept d'interférométrie bolométrique, combinant les avantages des bolomètres en terme de sensibilité et ceux des interféromètres en terme de faible contamination par les effets systématiques. Depuis près de trois ans, je travaille au développement du concept instrumental d'un interféromètre bolométrique : reconstruction des visibilités de manière optimale grâce à des modulateurs de phases, calcul de la sensibilités et comparaison avec un imageur et un interféromètre classique (montrant que nous avons en effet un interféromètre plus sensible grâce aux détecteurs bolométriques) et enfin détermination du design optimal de l'instrument QUBIC afin d'atteindre notre objectif scientifique d'être en mesure d'exclure un rapport entre les modes tenseurs et scalaires de 0.01 à 95% de niveau de confiance en un an. L'instrument nécessaire est typiquement un ensemble de 6 modules d'interféromètres comprenant chacun 144 cornets, une fenêtre de 40 cm de diamètre et un plan focal comprenant 900 bolomètres avec une largeur de bande de 25%.