

Les conséquences de la Relativité générale

Bien que conceptuellement très simple, la relativité générale est plus délicate à utiliser que la gravitation de Newton en raison de la complexité de l'appareil mathématique¹. Parmi les conséquences de la relativité générale, certaines sont des conséquences directes du principe d'équivalence et ne s'appuient pas sur la relation entre matière et courbure. C'est le cas du décalage gravitationnel de la lumière vers le rouge. D'autres sont sensibles au couplage entre matière et courbure, et permettent en principe de distinguer la théorie d'Einstein de théories rivales pour lesquelles le couplage est différent. Einstein avait proposé trois tests de sa théorie : le décalage gravitationnel vers le rouge en 1907, la déviation des rayons lumineux près du Soleil en 1912 et l'explication de l'avance du périhélie de Mercure en 1915. D'autres ont été ajoutés depuis : le retard des signaux passant près d'une masse (effet Shapiro) en 1964 et l'effet Nordtvedt en 1968.

La relativité générale prévoit des effets différents de ceux de la théorie de Newton de la gravitation. Certains de ces effets sont des corrections mineures, par exemple un décalage supplémentaire de 43 secondes d'arc par siècle du périhélie de Mercure, d'autres sont plus importants, tels le doublement de l'angle de déviation des rayons lumineux au voisinage du Soleil, d'autres enfin sont des prédictions originales comme l'existence d'un horizon autour d'un trou noir ou la

¹ La légende veut que le grand astronome Eddington, à qui on demandait s'il était vrai que trois personnes au monde seulement comprenaient la relativité générale, ait répondu "Qui est la troisième ?"

possibilité d'un univers en expansion. Les questions liées aux astres compacts, étoiles à neutrons et trous noirs, à l'optique gravitationnelle, aux ondes gravitationnelles ou à la cosmologie du big bang étant largement traitées par ailleurs dans ce numéro, on se limitera ici aux premiers tests de la relativité et aux premières applications cosmologiques de la théorie, par Einstein, de Sitter et Friedman.

Le décalage gravitationnel vers le rouge

Les rayons lumineux qui s'échappent d'un corps massif (planète, étoile...) voient leur longueur d'onde augmenter tandis que ceux qui s'en rapprochent la voient diminuer. Cet effet a d'abord été mis en évidence en 1925 en observant le décalage de raies émises par l'atmosphère du Soleil, puis mesuré plus précisément en 1960 par Pound et Rebka sur Terre en mesurant le décalage de fréquence de raies atomiques entre leur émission au pied et leur réception au sommet d'une tour. Ce décalage est une conséquence du ralentissement du temps dans un champ de gravitation, ralentissement qui peut aussi être directement mesuré en comparant des horloges atomiques restées au sol et des horloges placées à haute altitude (avions ou satellites). Ces diverses expériences sont toutes en bon accord (à 1% près) avec les prévisions de la relativité générale. Incidemment, le système GPS de repérage d'un point sur Terre à partir d'un essaim de satellites utilise des horloges pour mesurer le temps mis par les signaux pour aller des satellites aux récepteurs au sol, et il est indispensable de tenir compte du ralentissement gravitationnel pour obtenir la précision de quelques mètres sur la position qui est aujourd'hui possible.

Le périhélie de Mercure

La théorie de la gravitation de Newton, dont le succès triomphal avait permis à Adams et à Le Verrier de prévoir l'existence et la position d'une nouvelle

planète, Neptune, du seul fait des perturbations apportées à l'orbite d'Uranus, se heurtait à une légère difficulté à la fin du XIX^{ème} siècle : le périhélie de Mercure avançait trop vite. De quoi s'agissait-il ? Selon Newton, une planète en orbite autour du Soleil décrit une courbe fermée, une ellipse dont le Soleil occupe un foyer. La présence des autres planètes perturbe cette ellipse qui ne se referme plus exactement, le point le plus proche du Soleil, le périhélie, se décale de la sorte légèrement à chaque orbite. Dans le cas de Mercure, la planète la plus proche du Soleil, ce périhélie avançait plus rapidement que la somme des perturbations des autres planètes ne le prévoyait. L'écart n'était pas colossal, 43 secondes d'arc par siècle, mais il était trop grand pour être imputé à des erreurs de mesure. On pouvait rééditer le succès de Neptune et attribuer cette avance à l'effet d'une planète inconnue à l'intérieur de l'orbite de Mercure. La découverte de cette planète nouvelle, Vulcain, fut même annoncée — à tort. Un léger aplatissement du Soleil aurait pu avoir le même effet, ou un écart à la loi en $1/r^2$ de la gravitation.

Einstein se rendit très vite compte que, dans sa nouvelle théorie, les trajectoires des planètes (les géodésiques de son espace-temps courbe) n'étaient pas fermées et qu'un décalage du périhélie de Mercure en serait une conséquence automatique. La théorie scalaire de Nordström, un temps rivale de la théorie tensorielle d'Einstein, prévoyait un retard du périhélie et fut de ce fait rejetée. Les premières versions de la théorie d'Einstein (voir l'article précédent) prévoyaient bien une avance, mais trop petite d'un facteur 2. La version définitive donnait la valeur observée et Einstein en conçut un grand sentiment de triomphe : sa théorie expliquait, sans aucune hypothèse particulière plus ou moins ad-hoc, la rotation séculaire de l'orbite de Mercure. La théorie prévoit 43.03" en parfait accord avec les observations qui indiquent $43.11 \pm 0.45''$.

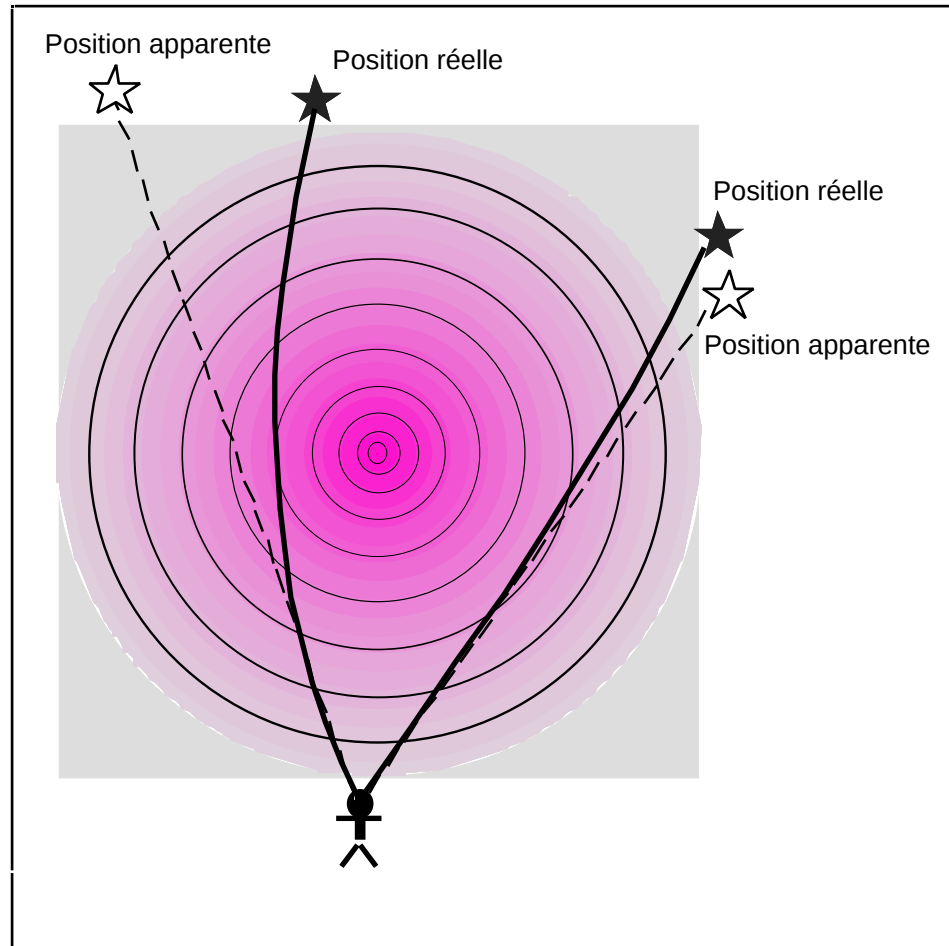
Cette rotation de l'orbite n'est bien entendu pas propre à Mercure. Les autres planètes du système solaire sont plus éloignées et la rotation prédite est plus faible : 8.6" pour Vénus (8.4 ± 4.8 observés) ou 3.8" pour la Terre (5.0 ± 1.2 observés). Les décalages des périhélies sont beaucoup plus conséquents pour des systèmes d'étoiles binaires où les masses et les distances en jeu conduisent à des rotations de l'ordre du degré par an : pour un système en orbite serrée comme le célèbre pulsar binaire PSR1913+16 on atteint 4.225 degrés par an (à comparer aux 4.2 ± 0.3 prévus par la relativité générale).

La déviation des rayons lumineux près du Soleil

La présence d'une masse déforme la géométrie à son voisinage, et les rayons lumineux répondent à cette déformation en se courbant d'autant plus qu'ils passent à proximité de cette masse. Par conséquent la position apparente des étoiles est modifiée quand le Soleil s'approche de la ligne de visée, et les étoiles semblent s'écarter légèrement de leur position normale en l'absence du Soleil.

Ici encore, les premières versions de la théorie d'Einstein prévoyaient une déviation deux fois plus petite que la version finale qui incorporait l'effet de la courbure de l'espace sur elle-même. Le calcul donne une déviation de 1.75" pour des lignes de visée rasant le bord du Soleil, tandis que la théorie de Newton ne prévoit que 0.87". Bien sûr, la déviation est d'autant plus petite que la ligne de visée s'écarte du Soleil et n'est plus que de 0.004" à 90° du Soleil. Une expédition fut montée en 1919 pour observer cette déviation à l'occasion d'une éclipse de Soleil (il est en effet difficile d'observer en temps normal les étoiles juste à côté du Soleil). La météo ne fut pas très bonne, comme la qualité des observations, mais le résultat annoncé était en bien meilleur accord avec Einstein qu'avec Newton. Cela valut immédiatement à Einstein une célébrité mondiale, qui ne s'est guère

démentie depuis. Il reçut le prix Nobel de physique en 1921... mais pas pour ses travaux sur la relativité !



Il est amusant de noter que, si le déclenchement la Première guerre mondiale n'avait pas empêché d'observer la déviation des rayons lumineux lors de l'éclipse de 1914, la théorie d'Einstein de l'époque, qui prévoyait une déviation de $0.87''$, aurait été rejetée par l'observation. La mesure de ces déviations est aujourd'hui faite par interférométrie radio (ce qui permet de s'affranchir des éclipses) sur des quasars avec une précision de $0.05''$ qui confirme la valeur indiquée par Einstein. Récemment les mesures extrêmement précises d'astrométrie effectuées par le satellite Hipparcos ont également confirmé cette déviation à partir d'étoiles observées loin de la direction du Soleil.

La déviation de la lumière par une masse est aujourd'hui un outil d'une importance considérable en astrophysique pour l'étude des distributions de matière, et les effets de lentille gravitationnelle font l'objet de l'article entier de Jean-Paul Kneib dans ce numéro.

La solution de Schwarzschild

Quand Einstein calcula en 1915 la rotation du périhélie de Mercure, il n'utilisa pas une solution exacte de l'équation de la relativité générale qu'il venait juste d'établir, mais seulement une correction "relativiste" à la solution newtonienne. Quelques semaines plus tard, l'astronome Karl Schwarzschild publia la première solution exacte de l'équation d'Einstein donnant la géométrie de l'espace-temps autour d'une masse ponctuelle.



Karl Schwarzschild (1873-1916)

Schwarzschild s'était intéressé à la théorie des orbites dès 1889 et à la géométrie non-euclidienne dès 1900, et il était donc particulièrement intéressé par la nouvelle théorie d'Einstein. Pour résoudre l'équation d'Einstein, il utilisa la symétrie sphérique du problème (toutes les directions de l'espace sont équivalentes autour de la masse ponctuelle) et son caractère statique (la géométrie est indépendante du temps dans le référentiel lié à la masse). Dans le cas général,

le tenseur métrique est une collection de dix fonctions quelconques, mais en raison des symétries du problème ces dix fonctions se ramènent à une seule fonction inconnue pour une géométrie sphérique statique. Schwarzschild pouvait alors injecter cette forme très particulière de la métrique dans l'équation d'Einstein pour déterminer la forme de la fonction inconnue dans le vide (puisque'il n'y a de matière nulle part en dehors de la masse ponctuelle) et obtenir ainsi la forme exacte et complète de la métrique autour d'une masse ponctuelle (la solution de Schwarzschild bien sûr). Loin de la masse-source, la géométrie de Schwarzschild tend asymptotiquement vers un espace-temps plat de Minkowski. Schwarzschild mourut malheureusement peu de temps après des suites d'une maladie contractée sur le front russe.

Quelques années plus tard, Birkhoff montrait que la solution de Schwarzschild était en fait la solution générale de l'équation d'Einstein pour un espace-temps à symétrie sphérique et vide de matière : nul besoin de supposer la masse ponctuelle, la géométrie de Schwarzschild est aussi la géométrie locale autour d'une étoile ou d'une planète. Tolman, Oppenheimer et Volkov la généralisèrent en 1938 pour obtenir la solution à l'intérieur d'une étoile, et cela leur permit de décrire la physique interne d'une étoile à neutrons où les corrections relativistes deviennent très importantes. Oppenheimer et Snyder étendirent ensuite en 1939 cette géométrie pour décrire l'effondrement terminal d'une étoile sur elle-même, aboutissant à un trou noir.

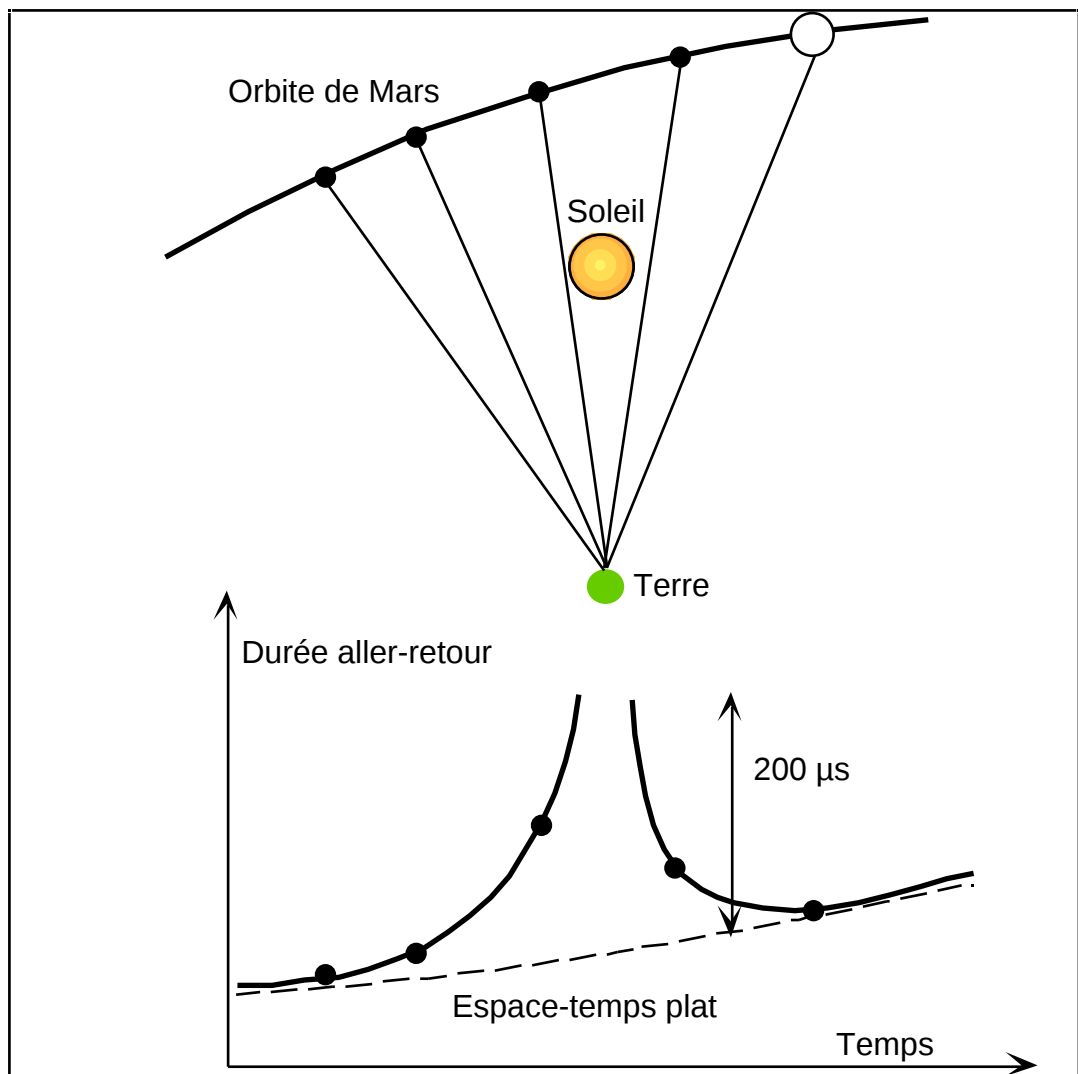
Le renouveau des études relativistes dans les années 1960 suscita un regain d'intérêt pour ces solutions de l'équation d'Einstein, ainsi que pour la solution plus complexe obtenue par Reissner en 1916 et Nordström en 1918 (dont on ne comprit qu'en 1960 qu'elle décrivait la géométrie autour d'une masse électriquement chargée) et pour celle découverte par Kerr en 1964 (décrivant la géométrie autour d'une masse en rotation). Puis la théorie des trous noirs prit son

envol, mais ceci est une autre histoire (voir l'article de Jean-Marc Bonnet-Bidault sur les objets compacts de l'univers).

Le retard des signaux passant près d'une masse (effet Shapiro)

En 1964, Shapiro démontra qu'un rayon lumineux n'était pas seulement dévié en passant près d'une masse, mais également que la durée de son trajet était allongée par rapport à une géométrie euclidienne. Il calculait que le retard devait atteindre 200 microsecondes, donc parfaitement mesurable, pour une ligne de visée rasant le Soleil. Il suggéra alors de mesurer systématiquement la durée mise par un signal radar pour effectuer le trajet aller-retour entre la Terre et une planète passant derrière le Soleil (pour que l'effet soit maximal). Cela fut d'abord accompli avec des échos radar sur Mars, Vénus ou Mercure, avec une précision de l'ordre de 20%. On a également utilisé les liaisons radio avec les sondes spatiales Mariner 6, 7 et 9 et, la précision atteint 0.1% avec les réflecteurs des sondes Viking qui se sont posées sur Mars en 1976.

Le résultat est très net : la durée nécessaire à un signal radar pour faire l'aller-retour Terre-Mars augmente brutalement juste avant que Mars passe derrière le Soleil et diminue tout aussi brutalement quand la planète réapparaît. Sur la figure suivante, les points noirs correspondent aux résultats de mesure, la courbe continue à la prédiction de la relativité générale, et la courbe en pointillé au résultat attendu pour une géométrie euclidienne. Cela traduit la courbure prononcée de l'espace-temps juste au voisinage du Soleil.



L'effet Nordtvedt

L'effet découvert en 1968 par Nordtvedt n'existe pas en relativité générale, mais il est présent dans plusieurs théories concurrentes (par exemple celle de Brans et Dicke). Il s'agit essentiellement d'une violation du principe d'équivalence dans laquelle les masses inertielles et gravitationnelles peuvent différer pour des corps liés gravitationnellement, comme les planètes et leurs satellites. Dans ce cas, la Terre et la Lune ne "tomberaient" pas exactement de la même façon vers le Soleil. Cela induirait une - très faible - perturbation de l'orbite lunaire qu'il est possible de détecter en mesurant la distance de la Terre à la Lune au mètre près. C'est précisément ce que l'on a pu faire entre 1969 et 1976 en utilisant les

réflecteurs laser déposés sur la Lune par les missions Apollo. Aucune perturbation n'a été détectée.

Les applications cosmologiques

Beaucoup d'applications de la relativité générale sont décrites dans les articles qui suivent, sur les objets compacts, les ondes gravitationnelles, les théories quantiques en espace-temps courbe et les tentatives pour aller au delà de la relativité générale et aboutir à une théorie quantique de la gravitation. Aussi nous limiterons-nous maintenant à la dernière, et peut-être la plus spectaculaire application de la relativité générale, la cosmologie. Il n'y a pas eu à proprement parler de cosmologie newtonienne, au sens de théorie physique (par opposition à philosophique) de l'univers. Il y a à cela des raisons liées aux observations : jusqu'à la mesure de la distance de la galaxie d'Andromède en 1924 par Hubble, les astronomes imaginaient rarement que l'univers des étoiles s'étendait au delà des quelques milliers d'années-lumière de notre galaxie, la Voie Lactée. Mais même si les astronomes avaient connu l'existence d'un "Royaume des galaxies", pour reprendre le titre d'un livre de Hubble, ils se seraient heurtés à des raisons plus théoriques : il est impossible de décrire un univers newtonien infini rempli de matière.

La relativité générale change cela. L'équation d'Einstein ***Courbure = Matière*** a une solution pour un univers plein. Dès 1917, Einstein obtient une telle solution, moyennant quelques hypothèses simplificatrices. Il considère que la densité moyenne de l'univers (réduit à l'époque à notre galaxie) est approximativement uniforme et que les mouvements des étoiles sont, en moyenne, nuls. Le membre de droite de son équation devient alors une simple constante. Quant au membre de gauche, il se simplifie considérablement en utilisant les symétries du problème. La courbure doit être uniforme si la matière

est uniformément répartie, toutes les directions spatiales sont équivalentes, et la métrique est donc la même en tout point. De plus, en accord avec les idées des astronomes de l'époque, Einstein recherche une solution statique, indépendante du temps. A ce stade, il ne trouve pas de solution de son équation : il a introduit trop de contraintes.

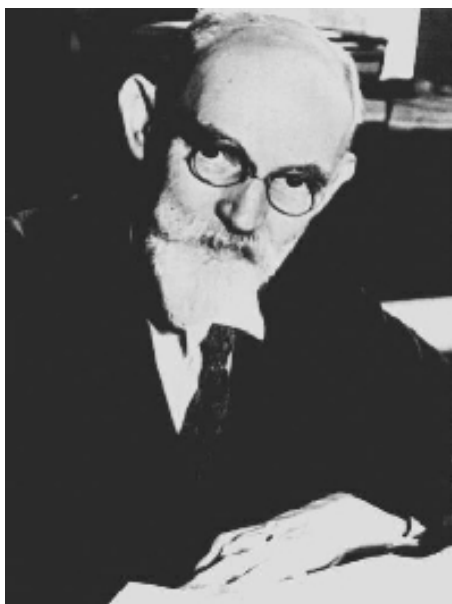
Il commet alors une erreur, qu'il considérera ensuite comme la plus grande de sa vie : il n'abandonne pas l'exigence d'une solution statique. Il ajoute au contraire une liberté supplémentaire à sa théorie en ajoutant un terme constant dans le membre de gauche de son équation, la *constante cosmologique*. De cette façon il obtient une solution, qui le satisfait totalement. Son modèle d'univers décrit un univers statique, homogène, fini mais sans bord (l'analogue d'une sphère). L'exigence d'une solution statique relie la constante cosmologique à la densité moyenne de l'univers et à sa courbure, ce qui parut à Einstein d'une suprême élégance.



Einstein, vers 1905

Malheureusement, dès la parution de l'article décrivant ce modèle d'univers, l'astronome de Sitter trouva une *autre* solution des mêmes équations mais pour un

univers vide de matière. Même sans matière, on pouvait obtenir un univers statique fermé. Einstein fut profondément déçu, mais il dut admettre qu'il n'y avait pas qu'une seule solution et que le lien entre courbure, constante cosmologique et matière était plus lâche qu'il ne l'avait cru.



Willem de Sitter (1872-1934)

Cet univers de de Sitter était cependant paradoxal . Bien que vide de matière, il était courbé, semblant ainsi remettre en question le lien entre courbure et matière. Et puis surtout les objets y possédaient des propriétés bizarres : Weyl et Eddington montrèrent en 1923 que si l'on introduisait deux particules dans cet univers statique (ce qui ne devait guère en perturber la géométrie), elles ne restaient pas immobiles mais s'éloignaient l'une de l'autre avec une vitesse proportionnelle à leur distance. Par conséquent, un tel univers rempli d'étoiles ou de galaxies, en nombre tel que leur densité demeure négligeable devant la constante cosmologique, n'apparaît pas tellement statique aux observateurs : ceux-ci verraient toutes les galaxies s'éloigner les unes des autres avec une vitesse proportionnelle à leur distance, et ils auraient le sentiment d'habiter un univers en expansion.

Le modèle de de Sitter connut une popularité certaine au début des années 20 et il a très probablement guidé Hubble dans les observations du mouvement des galaxies qui allaient le conduire à énoncer en 1929 sa célèbre loi : en moyenne, les galaxies s'éloignent les unes des autres avec une vitesse proportionnelle à leur distance. Eddington montra par ailleurs en 1930 que le modèle statique d'Einstein était en fait aussi instable qu'un crayon en équilibre sur sa pointe : la moindre perturbation de l'homogénéité de cet univers entraînait soit une contraction inéluctable soit une expansion tout aussi inévitable. L'idée d'un univers en expansion faisait ainsi son chemin dans les cercles des cosmologistes.



Alexandre Alexandrovitch Friedman (1888-1925)

Entre temps, Friedman avait montré en 1922 que l'équation d'Einstein *sans* terme cosmologique avait une infinité de solutions correspondant à un univers homogène et isotrope *en expansion*.. Certaines solutions correspondaient à un univers fini sphérique comme ceux d'Einstein ou de de Sitter, mais en expansion ou en contraction, d'autres à un univers infini en expansion. Les solutions de Friedman n'eurent pas un grand écho, d'une part parce qu'Einstein les rejeta d'abord comme erronées avant d'en reconnaître la justesse, ensuite parce que Friedman était plus un géophysicien et un météorologue qu'un astronome, et enfin parce qu'il mourut prématurément en 1925. Elles furent en fait redécouvertes et

généralisées entre 1927 et 1933 par Lemaître qui comprit qu'un univers en expansion impliquait un passé chaud et dense, qu'il appela l'Atome primordial. Il fut ainsi le précurseur de l'actuel modèle du big bang, auquel sont également attachés les noms de Gamow et de Hoyle (qui fut et reste son principal opposant mais qui - par une certaine ironie du sort - lui apporta une grande part des outils physiques indispensables).

Références essentielles

A. Pais *Albert Einstein, la vie et l'œuvre* (Interéditions, Paris 1993)

K. Thorne *Trous noirs et distorsions du temps* (Flammarion, Paris 1997)

C. Misner, K. Thorne et A. Wheeler *Gravitation* (Freeman, San Francisco 1973)